

Logika prvního řádu a transparentní intenzionální logika (TIL)

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- ▶ Predikátová logika prvního řádu
- ▶ Logická analýza přirozeného jazyka
- ▶ Transparentní intenzionální logika

Výhody a nevýhody výrokové logiky

- ▶ 😊 výroková logika je **deklarativní**: syntaxe přímo koresponduje s fakty
- ▶ 😊 výroková logika umožňuje zpracovávat částečné/disjunktivní/negované informace (což je víc, než umí většina datových struktur a databází)
- ▶ 😊 výroková logika je **kompoziční**:
význam $P_1 \wedge P_2$ je odvozen z významu P_1 a P_2
- ▶ 😊 ve výrokové logice je význam **kontextově nezávislý** (narozdíl od přirozeného jazyka, kde význam závisí na kontextu)
- ▶ 😞 výroková logika má velice omezenou expresivitu (narozdíl od přirozeného jazyka)
např. nemáme jak říct "*Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech*" jinak, než vyjmenovat odpovídající výrok pro každé pole

Predikátová logika prvního řádu

- ▶ *First-order predicate logic*, FOPL/PL1
- ▶ výroková logika \rightarrow svět obsahuje **fakty** \times PL1 předpokládá, že svět obsahuje:
 - **objekty** – lidi, domy, teorie, barvy, roky, ...
 - **relace** – červený, kulatý, prvočíselný, bratři, větší než, uvnitř, ...
 - **funkce** – otec někoho, nejlepší přítel, plus jedna, začátek čeho, ...

Syntaxe predikátové logiky

▶ základní prvky –

konstanty **KingJohn, 2, RichardTheLionheart, ...**

funktory predikátů **Brother, >, ...**

funkce **Sqrt, LeftLegOf, ...**

proměnné **x, y, a, b, ...**

spojky $\wedge \vee \neg \Rightarrow \Leftrightarrow$

rovnost $=$

kvantifikátory $\forall \exists$

▶ atomické formule –

predikáty **Brother(KingJohn, RichardTheLionheart)**

složené termy $> (\text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{Richard})), \text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{KingJohn})))$

▶ složené formule – tvoří se z atomických formulí pomocí spojek

$$\neg S, \quad S_1 \wedge S_2, \quad S_1 \vee S_2, \quad S_1 \Rightarrow S_2, \quad S_1 \Leftrightarrow S_2$$

např. **Sibling(KingJohn, Richard) \Rightarrow Sibling(Richard, KingJohn)**

$$>(1, 2) \vee \leq(1, 2)$$

$$>(1, 2) \wedge \neg >(1, 2)$$

Pravdivost v predikátové logice

pravdivost formule (sémantika) se určuje vzhledem k *modelu* a *interpretaci*
model obsahuje ≥ 1 objektů a relace mezi nimi
interpretace definuje vztah mezi syntaxí a modelem – určuje referenty pro:

konstantní symboly \rightarrow *objekty*

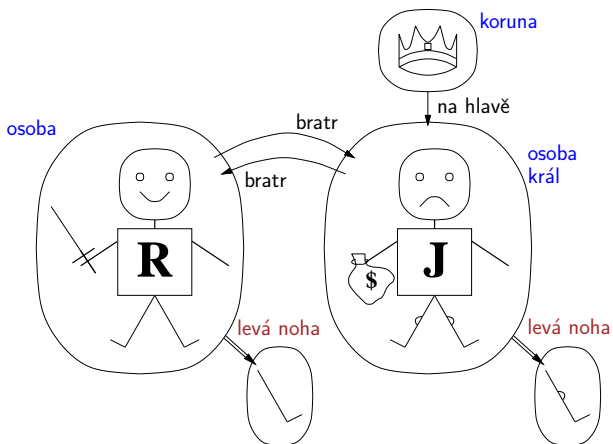
predikátové symboly \rightarrow *relace*

funkční symboly \rightarrow *funkce*

atomická formule **predikát**($\mathbf{term}_1, \dots, \mathbf{term}_n$) je pravdivá \Leftrightarrow

\Leftrightarrow *objekty* odkazované pomocí $\mathbf{term}_1, \dots, \mathbf{term}_n$ jsou v *relaci*
pojmenované funktorem **predikát**.

Příklad modelu a interpretace ve FOPL



5 objektů, 2 binární relace, 3 unární relace (osoba, král, koruna) a 1 unární funkce (levá noha).

Univerzální kvantifikace

\forall *<proměnné>* *<formule>*

“Každý na FI MU je inteligentní:” $\forall x \text{ Na}(x, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(x)$

$\forall x P$ je pravdivé v modelu $m \iff P$ je pravdivá pro $x =$ každý možný objekt z modelu m

zhruba odpovídá **konjunkci instancí P**

$\text{Na}(\text{Petr}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Petr})$
 $\wedge \text{Na}(\text{Honza}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Honza})$
 $\wedge \text{Na}(\text{FI MU}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{FI MU})$
 $\wedge \dots$

Existenční kvantifikace

\exists ⟨*proměnné*⟩ ⟨*formule*⟩

“Někdo na MFF UK je inteligentní:” $\exists x \text{ Na}(x, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(x)$

$\exists x P$ je pravdivé v modelu $m \iff P$ je pravdivá pro $x =$ nějaký objekt z modelu m

zhruba odpovídá **disjunkci instanciací P**

- $\text{Na}(\text{Petr}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Petr})$
- $\vee \text{Na}(\text{Honza}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Honza})$
- $\vee \text{Na}(\text{MFF UK}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{MFF UK})$
- $\vee \dots$

Vlastnosti kvantifikací

- ▶ pozor při použití kvantifikátorů na záměnu \wedge a \Rightarrow :

	<i>dobře</i>	<i>špatně</i>	znamenaloby
"každý P je Q ."	$\forall x P \Rightarrow Q$	$\forall x P \wedge Q$	"každý je P i Q ."
"někdo P je Q ."	$\exists x (P \wedge Q)$	$\exists x (P \Rightarrow Q)$	"někdo není P nebo je Q ."

- ▶ $\forall x \forall y$ je stejné jako $\forall y \forall x$

$\exists x \exists y$ je stejné jako $\exists y \exists x$

$\exists x \forall y$ není stejné jako $\forall y \exists x$

$\exists x \forall y \text{ má_rád}(x, y)$ – "Existuje osoba, která má ráda všechny lidi na světě."

$\forall y \exists x \text{ má_rád}(x, y)$ – "Každého na světě má alespoň jedna osoba ráda."
(potenciálně každého jiná)

- ▶ dualita kvantifikátorů

oba mohou být vyjádřeny pomocí druhého

$\forall x \text{ má_rád}(x, \text{zmrzlina}) \equiv \neg \exists x \neg \text{má_rád}(x, \text{zmrzlina})$

$\exists x \text{ má_rád}(x, \text{mrkev}) \equiv \neg \forall x \neg \text{má_rád}(x, \text{mrkev})$

Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku KB :

pro počet **objektů** $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý k -ární **predikát** P_k ze slovníku

pro každou možnou k -ární **relaci** na n objektech

pro každý **konstantní symbol** C ze slovníku

pro každou volbu **referenta** pro C z n objektů ...

prakticky je *kontrola modelů* **nepoužitelná**

inference je možná pouze podle **inferenčních pravidel** (dopředné/zpětné řetězení, rezoluce, ...)

základní inferenční pravidlo – **zobecněné Modus Ponens** (*Generalized Modus Ponens, GMP*)

$$\frac{p_1', p_2', \dots, p_n', (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\text{SUBST}(\theta, q)}$$

kde $\forall i \text{ SUBST}(\theta, p_i') = \text{SUBST}(\theta, p_i)$
pro atomické formule p_i, p_i' a q

- používá navíc **unifikaci**
- vzniká z MP pomocí **liftingu**
- využívá upravené verze inferenčních algoritmů – dopředné/zpětné řetězení, rezoluce

Báze znalostí ve FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase $t = 5$:

```
tell(KB, percept([zápach, vánek, nic, nic, nic], 5)).
?- ask(KB,action(A,5)). %   ∃A action(A,5) ?
```

tj. dotaz “**Vyplývá nějaká akce z KB v čase $t = 5$?**”

odpověď: **true, {a/Výstřel}** ← **substituce** (hodnot proměnným)

pro větu S a **substituci** $\sigma \rightarrow S\sigma$ označuje výsledek aplikace σ na S :

$$S = \text{chytřejší}(x, y)$$

$$\sigma = \{x/\text{Petr}, y/\text{Honza}\}$$

$$S\sigma = \text{chytřejší}(\text{Petr}, \text{Honza})$$

$\text{ASK}(KB, S)$ vrací některá/všechna σ takové, že $KB \models S\sigma$

Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni

Vnímání:

$\forall v, tr, n, w, t \text{ Percept}([Zápach, v, tr, n, w], t) \Rightarrow \text{Je_zápach}(t)$

$\forall z, v, n, w, t \text{ Percept}([z, v, Třpyt, n, w], t) \Rightarrow \text{Máme_zlato}(t)$

Reflex:

$\forall t \text{ Máme_zlato}(t) \Rightarrow \text{Action}(Zvednutí, t)$

Reflex s vnitřním stavem: neměli jsme už zlato?

$\forall t \text{ Máme_zlato}(t) \wedge \neg \text{Držím}(Zlato, t) \Rightarrow \text{Action}(Zvednutí, t)$

$\text{Držím}(Zlato, t)$ není pozorovatelné \Rightarrow je důležité držet si informace o vnitřních stavech

Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni pokrač.

Vyvozování skrytých skutečností:

► vlastnosti pozice:

$$\forall x, t \text{ Na_poli}(\text{Agent}, x, t) \wedge \text{Je_zápach}(t) \Rightarrow \text{Zapáchá}(x)$$

$$\forall x, t \text{ Na_poli}(\text{Agent}, x, t) \wedge \text{Je_vánek}(t) \Rightarrow \text{S_vánkem}(x)$$

► “V poli vedle Jámy je Vánek:”

- **diagnostické** pravidlo – odvodí příčiny z následku

$$\forall y \text{ S_vánkem}(y) \Rightarrow \exists x \text{ Jáma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y)$$

- **příčinné** pravidlo – odvodí výsledek z premisy

$$\forall x, y \text{ Jáma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y) \Rightarrow \text{S_vánkem}(y)$$

- ani jedno z nich není úplné

např. příčinné pravidlo neříká, jestli v poli daleko od Jámy nemůže být Vánek

- **definice** vztahu Vánku a Jámy:

$$\forall y \text{ S_vánkem}(y) \Leftrightarrow [\exists x \text{ Jáma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y)]$$

Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni – rozhodování

- ▶ počáteční podmínka v KB :

$Na_poli(Agent, [1, 1], S_0)$

- ▶ dotaz

$ASK(KB, \exists s \text{ Držím}(Zlato, s))$

tj., “V jaké situaci budu držet Zlato?”

- ▶ situace jsou propojeny pomocí funkce $Result$:

$Result(a, s)$... situace, která je výsledkem činnosti a v s

- ▶ odpověď (např. v situaci, kdy hned na vedlejším poli je Zlato)

$\{s / Result(Zvednutí, Result(Krok dopředu, S_0))\}$

tj., jdi dopředu a zvedni Zlato

Shrnutí

logický agent aplikuje **inferenci** na **bázi znalostí** pro vyvození nových znalostí a tvorbu rozhodnutí
základní koncepty logiky:

syntaxe: formální struktura **vět**

sémantika: **pravdivost** vět podle **modelů**

vyplývání: nutná pravdivost věty v závislosti na jiné větě

inference: vyvození věty z jiných vět

bezespornost: inference produkuje jen vyplývající věty

úplnost: inference vyprodukuje \forall vyplývající věty

výroková logika nemá dostatečnou expresivitu

predikátová logika prvního řádu:

- syntaxe: konstanty, funkce, predikáty, rovnost, kvantifikátory
- větší expresivita – dostatečná pro Wumpusovu jeskyni
- “poslední” logika, pro kterou existuje **bezesporná** a **úplná** inference (Gödelovy věty o neúplnosti)

jiné možné logiky:

jazyk	ontologie	pravdivostní hodnoty
výroková logika	fakty	true/false/ \perp
predikátová logika 1. řádu	fakty, objekty, relace	true/false/ \perp
temporální logika	fakty, objekty, relace, čas	true/false/ \perp
teorie pravděpodobnosti	fakty	míra pravděpodobnosti $\in [0, 1]$
fuzzy logika	míra pravdivosti $\in [0, 1]$	intervaly hodnot

Logická analýza přirozeného jazyka

logická analýza PJ – analýza **významu** výrazů (vět) PJ

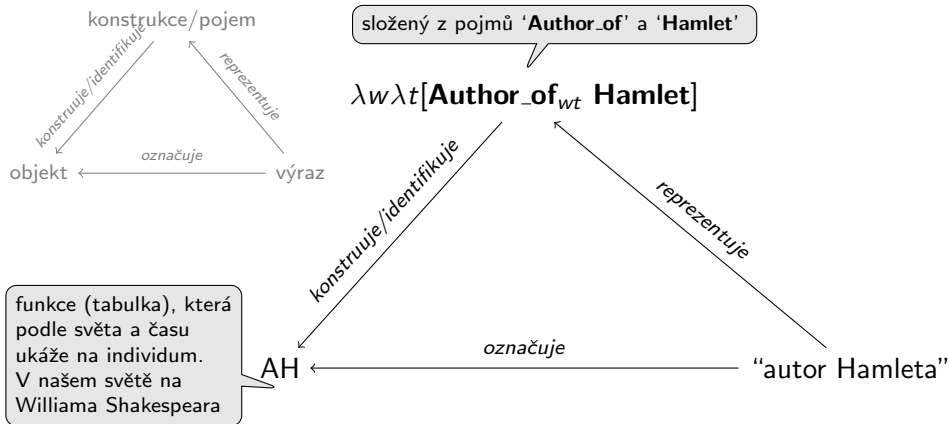
přirozený **jazyk** (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

- **pojem** \neq **výraz** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (**pojem**(“prvočíslo”) \equiv **pojem**(“prime number”))
- **pojem** \neq **představa** – představa je *subjektivní*, pojem je **objektivní**
- pojmy mohou identifikovat různé objekty:
 - jedno individuum – **individuální pojmy** (např. **Petr**, **Pegas**, **prezident ČR**)
 - třídu objektů – **vlastnost** (např. **červený**, **šelma**, **hora**)
 - n -člennou relaci – **vztah** (např. **otec (někoho)**, **křivdit (někdo někomu)**)
 - pravdivostní hodnotu – **propozice** (např. **v Brně prší**)
 - funkcionální přiřazení – **empirické funkce** (např. **rychlost**)
 - číslo – (fyzikální) **veličiny** (např. **rychlost světla**)

Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: **pojem** odpovídá logické **konstrukci**



Omezenost predikátové logiky 1. řádu

dva omezující rysy:

- nedostatečná expresivita
- extenzionalismus

Expresivita: vyjadřovací síla jazyka

“Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta X a není vhodný pro pacienta Y .”

analýza ve **výrokové logice**:

$$P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$$

P	“Barva stropu pokoje č. 3 je uklidňující.”
Q	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta X .”
R	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta Y .”

analýza v **PL1**:

$$U(B) \Rightarrow (V(P, X) \wedge \neg V(P, Y))$$

U	třída uklidňujících objektů
B	individuum ‘barva stropu pokoje č. 3’
V	relace mezi individuy ‘být vhodný pro’
P	individuum ‘pokoj č. 3’
X, Y	individua ‘pacient X ’ a ‘pacient Y ’

Nedostatečná expresivita PL1

Červená barva je krásnější než hnědá barva. Kostka je červená.

analýza v PL1:

$Kr(\check{C}_1, H)$

$\check{C}_2(Ko)$

\check{C}_1 individuum 'červená barva'

\check{C}_2 vlastnost individuí 'být červený' (třída červených objektů)

nelze vyjádřit $\check{C}_1 \equiv \check{C}_2$

Extenzionalismus PL1

Varšava

hlavní město Polska

Varšava

- **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné

hlavní město Polska

- **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov

‘hlavní město Polska’

- závisí na světě a čase
- pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. **význam** na světě a čase **nezávisí**

Extenzionalismus PL1 pokrač.

číslo X je větší než číslo Y

budova X je větší než budova Y

- matematické **větší než** – **relace** dvojic čísel, pevně daná
- empirické **větší než** – **vztah** dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

ano

V Brně prší

- ano* – **pravdivostní hodnota** *true*
- V Brně prší* – **propozice** – označuje pravdivostní hodnotu, která se mění (alespoň) v čase

i když hodnota někdy závisí **na světě a čase**, samotný **význam** na nich **nezávisí**

Extenze a intenze

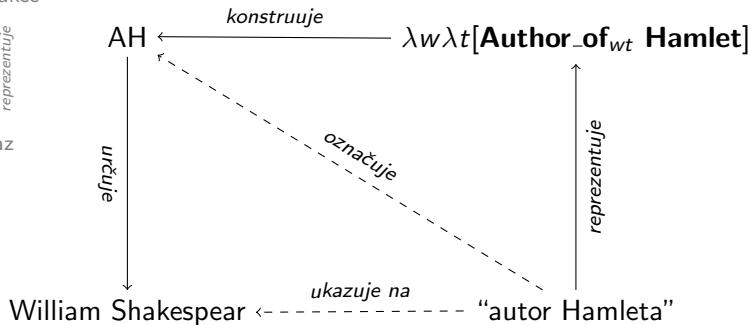
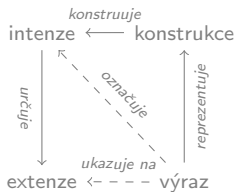
Definujeme:

- ▶ **intenze** – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase
- ▶ **extenze** – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

časté extenze a intenze:

<i>extenze</i>	<i>intenze</i>
individua	individuové role
třídy	vlastnosti
relace	vztahy
pravdivostní hodnoty	propozice
funkce	empirické funkce
čísla	veličiny

Rozšířený vztah výrazu a významu u intenzí



Transparentní intenzionální logika

- ▶ **Transparent Intensional Logic, TIL**
- ▶ **logický systém** speciálně navržený pro zachycení **významu výrazů PJ**
- ▶ autor **Pavel Tichý**: *The Foundations of Frege's Logic*, de Gruyter, Berlin, New York, 1988.
- ▶ obdobná teorie – *Montagueho intenzionální logika* – Tichý ukazuje její nedostatky
- ▶ Tichý vychází z myšlenek – *Gottlob Frege* (1848 – 1925, logik) a *Alonzo Church* (1903 – 1995, teorie typů)
- ▶ vlastnosti:
 - rozvětvená **typová hierarchie** (s typy **vyšších řádů**)
 - **temporální**
 - **intenzionální** (intenze \times extenze)
- ▶ **transparentost**:
 1. nositel významu (**konstrukce**) není prvek formálního aparátu, tento aparát pouze *studuje* konstrukce
 2. zachycení intenzionality je přesně popsáno z matematického hlediska

Typy v TILu

typ objektu:

- základní typy – **typová báze** = $\{o, \iota, \tau, \omega\}$
- funkcionální typy – **funkce** nad typovou bází
např. $\iota, ((\iota\tau)\omega), (o\iota), (((o\iota)\tau)\omega), ((o\tau)\omega), \dots$
 $((\alpha\tau)\omega) \dots$ závislost na světě a čase, vyjadřuje **intenze** – zápis $\alpha_{\tau\omega}$
- typy **vyšších řádů** – obsahují i třídy konstrukcí řádu $n - *n$

Základní typy TILu

umožňují přiřadit typ objektům z **intenzionální báze** jazyka – třída **základních vlastností** (barvy, rozměry, postoje, ...) popisujících stav světa

- ▶ **o** (omikron, o) ... **pravdivostní hodnoty** Pravda (*true*, T) a Nepravda (*false*, F)
přesně odpovídají běžným logikám, typy **logických operátorů** – (*oo*), (*ooo*)
- ▶ **ι** (jota) ... třída **individuí**
individua ovšem ne jako kompletní objekty, ale jako **numerická identifikace** nestrukturované entity
- ▶ **τ** (tau) ... třída **časových okamžiků** (jako časového kontinua)
zachycení závislosti na čase; současně třída **reálných čísel**
- ▶ **ω** (omega) ... třída **možných světů**
zachycení empirické závislosti na stavu světa

Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

- \forall možný svět je:
- soubor **myslitelných faktů**
 - je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
 - je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy \exists právě jeden **aktuální svět** – jeho znalost \equiv vševědoucnost

možný svět v TILu = **rozhodovací systém**, pro \forall prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

příklad – realita s **2 objekty** a **2 vlastnostmi** (9 možných světů w_1, \dots, w_9):

být hubený	být tlustý			
	{Laurel, Hardy}	{Laurel}	{Hardy}	\emptyset
{Laurel, Hardy}	×	×	×	w_1
{Laurel}	×	×	w_2	w_3
{Hardy}	×	w_4	×	w_5
\emptyset	w_6	w_7	w_8	w_9

Princip intenzí v TILu

být hubený ... objekt typu $(ol)_{\tau\omega}$, funkce z možných světů a času do tříd individuí

w ... proměnná typu ω , možný svět

t ... proměnná typu τ , časový okamžik

[být hubený $w t$] ... konstruuje (ol) -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě w a čase t vlastnost **být hubený** (značíme **být hubený** _{$w t$})

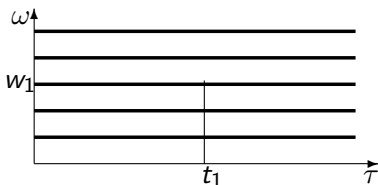
pokud aplikujeme jen w – získáme **chronologii**

Americký prezident _{w_{act}} (zkr. $P_{w_{act}}$) ... l_{τ} $P_{w_{act}t_0} \dots l:$

$t_0 \dots \tau:$ 1789 1797 1801

nedef G.Washington J.Adams T.Jefferson

intenzionální sestup –
identifikace extenze pomocí
intenze, světa w_1 a času t_1



Nejčastější typy

<i>extenze</i>			<i>intenze</i>		
individua	...	ι	individuové role	...	ι_{TW}
třídy	...	$(o\iota)$	vlastnosti	...	$(o\iota)_{TW}$
relace	...	$(o\alpha\beta)$	vztahy	...	$(o\alpha\beta)_{TW}$
pravdivostní hodnoty	...	o	propozice	...	o_{TW}, π
funkce	...	$(\alpha\beta)$	empirické funkce	...	$(\alpha\beta)_{TW}$
čísla	...	τ	veličiny	...	τ_{TW}

Konstrukce

konstrukce v TILu:

- ▶ **proměnná** typu α , v závislosti na **valuaci** konstruuje α -objekt $x \dots \iota$
- ▶ **trivializace** objektu A typu α , konstruuje právě objekt A
 ${}^0A \dots \alpha$, často také $\mathbf{A} \dots \alpha$
trivializace složené konstrukce – přechod k **vyšším řádům**
- ▶ **aplikace** konstrukce $X \dots (\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$ na konstrukce Y_1, \dots, Y_n typů β_1, \dots, β_n , konstruuje objekt typu α
 $[XY_1 \dots Y_n] \dots \alpha$
- ▶ **abstrakce** konstrukce $Y \dots \alpha$ na proměnných x_1, \dots, x_n typů β_1, \dots, β_n , konstruuje objekt/funkci typu $(\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$
 $\lambda x_1 \dots x_n [Y] \dots (\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$

U aplikace i abstrakce se tady jedná o zápis *funkcí více proměnných*, ne o částečné aplikace

Příklady analýzy podstatných jmen

pes, člověk

$x \dots l$: **pes**_{wt} x ,
pes/(ol)_{τω}

individuum z dané třídy individuí

prezident

prezident/_{lτω}

individuová role

volitelnost

volitelnost/(ol_{τω})_{τω}

vlastnost individuové role

výška

výška/(τl)_{τω}

empirická funkce

výrok, tvrzení

$p \dots *n$: **výrok**_{wt} p ,
výrok/(o*n)_{τω}

konstrukce propozice z dané třídy konstrukcí propozic

válka, smích,
zvonění

válka/(o(oπ))_ω

třída epizod – aktivita, která ko-
responduje se slovesem

leden, podzim

leden/(o(oτ))

třída časových okamžiků –
časové intervaly

Příklady přínosu TILu

► propoziční postoje

Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.

$$\lambda w \lambda t \left[\text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í}_{wt} \text{Tom}^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\text{k} \text{u} \text{l} \text{á} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Zem} \text{ě} \right] \right] \right] \right] \right]$$

► existence neexistujícího

Pes existuje. Jednorožec neexistuje.

v PL1: ~~$\exists x(x = \text{pes})$~~ ~~$\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$~~
 (jednorožec = jednorožec) \Rightarrow ($\exists x(x = \text{jednorožec})$)

v TILu: (*) $\lambda w \lambda t \left[{}^0 \neg [E_{x_{wt}} \text{jednorožec}] \right]$
 $E_x \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[{}^0 \sum_l [\lambda x [p_{wt} x]] \right], \quad E_x \dots (o(o_l)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$
 (*) ... "třída všech individuí s vlastností 'být jednorožcem' je v daném světě a čase prázdná."

► intenzionalita, vlastnosti vlastností, analýza epizod, analýza gramatického času, ...