

# Logika prvního řádu a transparentní intenzionální logika (TIL)

Aleš Horák

E-mail: [hales@fi.muni.cz](mailto:hales@fi.muni.cz)  
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Predikátová logika prvního řádu
- Logická analýza přirozeného jazyka
- Transparentní intenzionální logika

# Výhody a nevýhody výrokové logiky

- 😊 výroková logika je **deklarativní**: syntaxe přímo koresponduje s fakty
- 😊 výroková logika umožňuje zpracovávat částečné/disjunktivní/negované informace (což je víc, než umí většina datových struktur a databází)
- 😊 výroková logika je **kompoziční**:  
*význam  $P_1 \wedge P_2$  je odvozen z významu  $P_1$  a  $P_2$*
- 😊 ve výrokové logice je význam **kontextově nezávislý** (narozdíl od přirozeného jazyka, kde význam závisí na kontextu)
- 😞 výroková logika má velice omezenou expresivitu (narozdíl od přirozeného jazyka)  
např. nemáme jak říct “Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech” jinak, než vyjmenovat odpovídající výrok pro každé pole

# Predikátová logika prvního řádu

- *First-order predicate logic*, FOPL/PL1
- výroková logika  $\rightarrow$  svět obsahuje **fakty**  $\times$  PL1 předpokládá, že svět obsahuje:
  - **objekty** – lidi, domy, teorie, barvy, roky, ...
  - **relace** – červený, kulatý, prvočíselný, bratři, větší než, uvnitř, ...
  - **funkce** – otec někoho, nejlepší přítel, plus jedna, začátek čeho, ...

# Syntaxe predikátové logiky

- **základní prvky** –

konstanty	KingJohn, 2, RichardTheLionheart, ...
funktory predikátů	Brother, >, ...
funkce	Sqrt, LeftLegOf, ...
proměnné	x, y, a, b, ...
spojky	$\wedge \vee \neg \Rightarrow \Leftrightarrow$
rovnost	=
kvantifikátory	$\forall \exists$

- **atomické formule** –

predikáty	Brother(KingJohn, RichardTheLionheart)
složené termy	$>(\text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{Richard})), \text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{KingJohn})))$

- **složené formule** – tvoří se z atomických formulí pomocí spojek

$$\neg S, \quad S_1 \wedge S_2, \quad S_1 \vee S_2, \quad S_1 \Rightarrow S_2, \quad S_1 \Leftrightarrow S_2$$

např.  $\text{Sibling}(\text{KingJohn}, \text{Richard}) \Rightarrow \text{Sibling}(\text{Richard}, \text{KingJohn})$

$$>(1, 2) \vee \leq(1, 2)$$

$$>(1, 2) \wedge \neg >(1, 2)$$

# Pravdivost v predikátové logice

pravdivost formule (sémantika) se určuje vzhledem k *modelu* a *interpretaci*  
*model* obsahuje  $\geq 1$  objektů a relace mezi nimi  
*interpretace* definuje vztah mezi syntaxí a modelem – určuje referenty pro:

*konstantní symboly*  $\rightarrow$  *objekty*

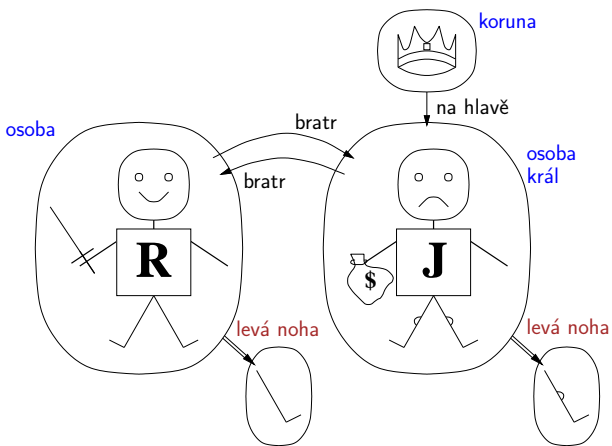
*predikátové symboly*  $\rightarrow$  *relace*

*funkční symboly*  $\rightarrow$  *funkce*

atomická formule **predikát**( $\mathbf{term}_1, \dots, \mathbf{term}_n$ ) je pravdivá  $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$  *objekty* odkazované pomocí  $\mathbf{term}_1, \dots, \mathbf{term}_n$  jsou v *relaci*  
pojmenované funktorem **predikát**.

## Příklad modelu a interpretace ve FOPL



5 objektů, 2 binární relace, 3 unární relace (osoba, král, koruna) a 1 unární funkce (levá noha).

# Univerzální kvantifikace

$\forall$  ⟨*proměnné*⟩ ⟨*formule*⟩

“Každý na FI MU je inteligentní:”  $\forall x \text{ Na}(x, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(x)$

$\forall x P$  je pravdivé v modelu  $m \Leftrightarrow P$  je pravdivá pro  $x =$  každý možný objekt z modelu  $m$

zhruba odpovídá **konjunkci instanciací  $P$**

$\text{Na}(\text{Petr}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Petr})$   
 $\wedge \text{Na}(\text{Honza}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Honza})$   
 $\wedge \text{Na}(\text{FI MU}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{FI MU})$   
 $\wedge \dots$

# Existenční kvantifikace

$\exists$  ⟨*proměnné*⟩ ⟨*formule*⟩

“Někdo na MFF UK je inteligentní:”  $\exists x \text{ Na}(x, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(x)$

$\exists x P$  je pravdivé v modelu  $m \iff P$  je pravdivá pro  $x =$  nějaký objekt z modelu  $m$

zhruba odpovídá **disjunkci instanciací  $P$**

- $\text{Na}(\text{Petr}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Petr})$
- $\vee \text{Na}(\text{Honza}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Honza})$
- $\vee \text{Na}(\text{MFF UK}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{MFF UK})$
- $\vee \dots$



# Vlastnosti kvantifikací

- pozor při použití kvantifikátorů na záměnu  $\wedge$  a  $\Rightarrow$ :

	<i>dobře</i>	<i>špatně</i>	znameno by
"každý $P$ je $Q$ ."	$\forall x P \Rightarrow Q$	$\forall x P \wedge Q$	"každý je $P$ i $Q$ ."
"někdo $P$ je $Q$ ."	$\exists x (P \wedge Q)$	$\exists x (P \Rightarrow Q)$	"někdo není $P$ nebo je $Q$ ."

# Vlastnosti kvantifikací

- pozor při použití kvantifikátorů na záměnu  $\wedge$  a  $\Rightarrow$ :

	<i>dobře</i>	<i>špatně</i>	znamenaloby
"každý $P$ je $Q$ ."	$\forall x P \Rightarrow Q$	$\forall x P \wedge Q$	"každý je $P$ i $Q$ ."
"někdo $P$ je $Q$ ."	$\exists x (P \wedge Q)$	$\exists x (P \Rightarrow Q)$	"někdo není $P$ nebo je $Q$ ."

- $\forall x \forall y$  je stejné jako  $\forall y \forall x$   
 $\exists x \exists y$  je stejné jako  $\exists y \exists x$   
 $\exists x \forall y$  **není** stejné jako  $\forall y \exists x$   
 $\exists x \forall y$  **má\_rád**( $x, y$ ) – "Existuje osoba, která má ráda všechny lidi na světě."  
 $\forall y \exists x$  **má\_rád**( $x, y$ ) – "Každého na světě má alespoň jedna osoba ráda."  
 (potenciálně každého jiná)

# Vlastnosti kvantifikací

- pozor při použití kvantifikátorů na záměnu  $\wedge$  a  $\Rightarrow$ :

	<i>dobře</i>	<i>špatně</i>	znamenaloby
"každý $P$ je $Q$ ."	$\forall x P \Rightarrow Q$	$\forall x P \wedge Q$	"každý je $P$ i $Q$ ."
"někdo $P$ je $Q$ ."	$\exists x (P \wedge Q)$	$\exists x (P \Rightarrow Q)$	"někdo není $P$ nebo je $Q$ ."

- $\forall x \forall y$  je stejné jako  $\forall y \forall x$   
 $\exists x \exists y$  je stejné jako  $\exists y \exists x$   
 $\exists x \forall y$  **není** stejné jako  $\forall y \exists x$   
 $\exists x \forall y \text{ má\_rád}(x, y)$  – "Existuje osoba, která má ráda všechny lidi na světě."  
 $\forall y \exists x \text{ má\_rád}(x, y)$  – "Každého na světě má alespoň jedna osoba ráda."  
 (potenciálně každého jiná)

- dualita kvantifikátorů**

oba mohou být vyjádřeny pomocí druhého

$$\forall x \text{ má\_rád}(x, \text{zmrzlina}) \equiv \neg \exists x \neg \text{má\_rád}(x, \text{zmrzlina})$$

$$\exists x \text{ má\_rád}(x, \text{mrkev}) \equiv \neg \forall x \neg \text{má\_rád}(x, \text{mrkev})$$

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku *KB*:

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku *KB*:  
pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární **predikát**  $P_k$  ze slovníku

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární **predikát**  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární **relaci** na  $n$  objektech

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární **predikát**  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární **relaci** na  $n$  objektech

pro každý **konstantní symbol**  $C$  ze slovníku



# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární **predikát**  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární **relaci** na  $n$  objektech

pro každý **konstantní symbol**  $C$  ze slovníku

pro každou volbu **referenta** pro  $C$  z  $n$  objektů ...

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární **predikát**  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární **relaci** na  $n$  objektech

pro každý **konstantní symbol**  $C$  ze slovníku

pro každou volbu **referenta** pro  $C$  z  $n$  objektů ...

prakticky je *kontrola modelů* **nepoužitelná**

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární **predikát**  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární **relaci** na  $n$  objektech

pro každý **konstantní symbol**  $C$  ze slovníku

pro každou volbu **referenta** pro  $C$  z  $n$  objektů ...

prakticky je *kontrola modelů* **nepoužitelná**

inference je možná pouze podle **inferenčních pravidel** (dopředné/zpětné řetězení, rezoluce, ...)

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární **predikát**  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární **relaci** na  $n$  objektech

pro každý **konstantní symbol**  $C$  ze slovníku

pro každou volbu **referenta** pro  $C$  z  $n$  objektů ...

prakticky je *kontrola modelů* **nepoužitelná**

inference je možná pouze podle **inferenčních pravidel** (dopředné/zpětné řetězení, rezoluce, ...)

základní inferenční pravidlo – **zobecněné Modus Ponens** (*Generalized Modus Ponens, GMP*)

$$\frac{p_1', p_2', \dots, p_n', (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\text{SUBST}(\theta, q)}$$

kde  $\forall i \text{ SUBST}(\theta, p_i') = \text{SUBST}(\theta, p_i)$   
pro atomické formule  $p_i, p_i'$  a  $q$

- používá navíc **unifikaci**
- vzniká z MP pomocí **liftingu**
- využívá upravené verze inferenčních algoritmů – dopředné/zpětné řetězení, rezoluce

# Báze znalostí ve FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase  $t = 5$ :

```
tell(KB, percept([zápach, vánek, nic, nic, nic], 5)).  
?- ask(KB,action(A,5)). %   ∃A action(A,5) ?
```

tj. dotaz “**Vyplývá nějaká akce z  $KB$  v čase  $t = 5$ ?**”

# Báze znalostí ve FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase  $t = 5$ :

```
tell(KB, percept([zápach, vánek, nic, nic, nic], 5)).  
?- ask(KB, action(A,5)). %   ∃A action(A,5) ?
```

tj. dotaz “Vyplývá nějaká akce z *KB* v čase  $t = 5$ ?”

odpověď: *true*, {*a*/Výstřel} ← *substituce* (hodnot proměnným)

## Báze znalostí ve FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase  $t = 5$ :

```
tell(KB, percept([zápach, vánek, nic, nic, nic], 5)).
?- ask(KB, action(A,5)). %   ∃A action(A,5) ?
```

tj. dotaz “Vyplývá nějaká akce z  $KB$  v čase  $t = 5$ ?”

odpověď:  $true, \{a/\text{Výstřel}\}$  ← **substituce** (hodnot proměnným)

pro větu  $S$  a **substituci**  $\sigma \rightarrow S\sigma$  označuje výsledek aplikace  $\sigma$  na  $S$ :

$$S = \text{chytřejší}(x, y)$$

$$\sigma = \{x/\text{Petr}, y/\text{Honza}\}$$

$$S\sigma = \text{chytřejší}(\text{Petr}, \text{Honza})$$

$\text{ASK}(KB, S)$  vrací některá/všechna  $\sigma$  takové, že  $KB \models S\sigma$

# Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni

## Vnímání:

$\forall v, tr, n, w, t \text{ Percept}([Zápach, v, tr, n, w], t) \Rightarrow \text{Je\_zápach}(t)$

$\forall z, v, n, w, t \text{ Percept}([z, v, Třpyt, n, w], t) \Rightarrow \text{Máme\_zlato}(t)$

## Reflex:

$\forall t \text{ Máme\_zlato}(t) \Rightarrow \text{Action}(Zvednutí, t)$

## Reflex s vnitřním stavem: neměli jsme už zlato?

$\forall t \text{ Máme\_zlato}(t) \wedge \neg \text{Držím}(Zlato, t) \Rightarrow \text{Action}(Zvednutí, t)$

$\text{Držím}(Zlato, t)$  není pozorovatelné  $\Rightarrow$  je důležité držet si informace o vnitřních stavech



# Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni pokrač.

## Vyvozování skrytých skutečností:

- vlastnosti pozice:

$$\forall x, t \text{ Na\_poli}(\text{Agent}, x, t) \wedge \text{Je\_z\u00e1pach}(t) \Rightarrow \text{Zap\u00e1ch\u00e1}(x)$$

$$\forall x, t \text{ Na\_poli}(\text{Agent}, x, t) \wedge \text{Je\_v\u00e1nek}(t) \Rightarrow \text{S\_v\u00e1nkem}(x)$$

- “V poli vedle Jámy je Vánek:”

- diagnostické pravidlo – odvodí příčiny z následku

$$\forall y \text{ S\_v\u00e1nkem}(y) \Rightarrow \exists x \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y)$$

- příčinné pravidlo – odvodí výsledek z premisy

$$\forall x, y \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y) \Rightarrow \text{S\_v\u00e1nkem}(y)$$

- ani jedno z nich není úplné

např. příčinné pravidlo neříká, jestli v poli daleko od Jámy nemůže být Vánek

- definice vztahu Vánku a Jámy:

$$\forall y \text{ S\_v\u00e1nkem}(y) \Leftrightarrow [\exists x \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y)]$$

# Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni – rozhodování

- počáteční podmínka v  $KB$ :

$$Na\_poli(Agent, [1, 1], S_0)$$

- dotaz

$$ASK(KB, \exists s \text{ Držím}(Zlato, s))$$

tj., “V jaké situaci budu držet Zlato?”

- situace jsou propojeny pomocí funkce  $Result$ :

$Result(a, s)$  . . . *situace, která je výsledkem činnosti  $a$  v  $s$*

- odpověď (např. v situaci, kdy hned na vedlejším poli je Zlato)

$$\{s / Result(Zvednutí, Result(Krok dopředu, S_0))\}$$

tj., jdi dopředu a zvedni Zlato

# Shrnutí

logický agent aplikuje **inferenci** na **bázi znalostí** pro vyvození nových znalostí a tvorbu rozhodnutí  
základní koncepty logiky:

**syntaxe**: formální struktura **vět**

**sémantika**: **pravdivost** vět podle **modelů**

**vyplývání**: nutná pravdivost věty v závislosti na jiné větě

**inference**: vyvození věty z jiných vět

**bezespornost**: inference produkuje jen vyplývající věty

**úplnost**: inference vyprodukuje  $\forall$  vyplývající věty

**výroková logika** nemá dostatečnou expresivitu

**predikátová logika** prvního řádu:

- syntaxe: konstanty, funkce, predikáty, rovnost, kvantifikátory
- větší expresivita – dostatečná pro Wumpusovu jeskyni
- “poslední” logika, pro kterou existuje **bezesporná** a **úplná** inference (Gödelovy věty o neúplnosti)

jiné možné logiky:

jazyk	ontologie	pravdivostní hodnoty
výroková logika	fakty	true/false/ $\perp$
predikátová logika 1. řádu	fakty, objekty, relace	true/false/ $\perp$
temporální logika	fakty, objekty, relace, čas	true/false/ $\perp$
teorie pravděpodobnosti	fakty	míra pravděpodobnosti $\in [0, 1]$
fuzzy logika	míra pravdivosti $\in [0, 1]$	intervaly hodnot

# Obsah

- 1 Predikátová logika prvního řádu
  - Predikátová logika 1. řádu
  - Syntaxe predikátové logiky
  - Pravdivost v predikátové logice
  - Kvantifikace
  - Inference ve FOPL
  - Báze znalostí ve FOPL
  - Shrnutí
- 2 Logická analýza přirozeného jazyka
  - Vztah pojmu a výrazu
  - Omezenost predikátové logiky 1. řádu
  - Extenze a intenze
- 3 Transparentní intenzionální logika
  - Typy v TILu
  - Konstrukce
  - Příklady přínosu TILu

# Logická analýza přirozeného jazyka

**logická analýza PJ** – analýza významu výrazů (vět) PJ

přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

# Logická analýza přirozeného jazyka

**logická analýza PJ** – analýza významu výrazů (vět) PJ

přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

– pojem  $\neq$  výraz – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (pojem(“prvočíslo”)  $\equiv$  pojem(“prime number”))

# Logická analýza přirozeného jazyka

**logická analýza PJ** – analýza významu výrazů (vět) PJ

přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

- pojem  $\neq$  výraz – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (pojem(“prvočíslo”)  $\equiv$  pojem(“prime number”))
- pojem  $\neq$  představa – představa je subjektivní, pojem je objektivní

# Logická analýza přirozeného jazyka

**logická analýza PJ** – analýza významu výrazů (vět) PJ

přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

- pojem  $\neq$  výraz – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (pojem(“prvočíslo”)  $\equiv$  pojem(“prime number”))
- pojem  $\neq$  představa – představa je subjektivní, pojem je objektivní
- pojmy mohou identifikovat různé objekty:
  - jedno individuum – individuální pojmy (např. Petr, Pegas, prezident ČR)
  - třídu objektů – vlastnost (např. červený, šelma, hora)
  - $n$ -člennou relaci – vztah (např. otec (někoho), křivdit (někdo někomu))
  - pravdivostní hodnotu – propozice (např. v Brně prší)
  - funkcionální přiřazení – empirické funkce (např. rychlost)
  - číslo – (fyzikální) veličiny (např. rychlost světla)

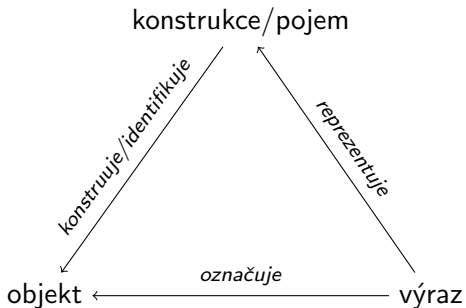


# Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: **pojem** odpovídá logické **konstrukci**

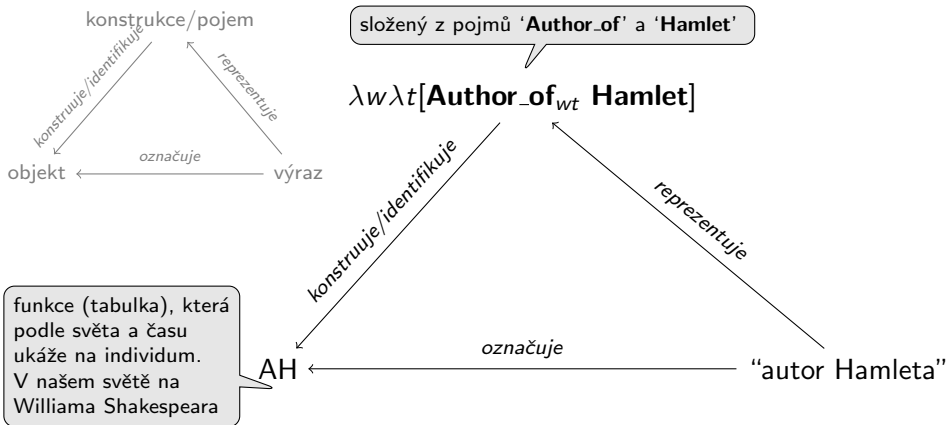
# Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: **pojem** odpovídá logické **konstrukci**



# Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: **pojem** odpovídá logické **konstrukci**



# Omezenost predikátové logiky 1. řádu

dva omezující rysy:

- nedostatečná expresivita
- extenzionalismus

# Omezenost predikátové logiky 1. řádu

dva omezující rysy:

- nedostatečná expresivita
- extenzionalismus

**Expresivita:** vyjadřovací síla jazyka

“Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta  $X$  a není vhodný pro pacienta  $Y$ .”

# Omezenost predikátové logiky 1. řádu

dva omezující rysy:

- nedostatečná expresivita
- extenzionalismus

**Expresivita:** vyjadřovací síla jazyka

“Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta  $X$  a není vhodný pro pacienta  $Y$ .”

analýza ve výrokové logice:

$$P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$$

$P$	“Barva stropu pokoje č. 3 je uklidňující.”
$Q$	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $X$ .”
$R$	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $Y$ .”

# Omezenost predikátové logiky 1. řádu

dva omezující rysy:

- nedostatečná expresivita
- extenzionalismus

**Expresivita:** vyjadřovací síla jazyka

“Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta  $X$  a není vhodný pro pacienta  $Y$ .”

analýza ve výrokové logice:

$$P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$$

$P$	“Barva stropu pokoje č. 3 je uklidňující.”
$Q$	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $X$ .”
$R$	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $Y$ .”

analýza v PL1:

$$U(B) \Rightarrow (V(P, X) \wedge \neg V(P, Y))$$

$U$	třída uklidňujících objektů
$B$	individuum ‘barva stropu pokoje č. 3’
$V$	relace mezi individuy ‘být vhodný pro’
$P$	individuum ‘pokoj č. 3’
$X, Y$	individua ‘pacient $X$ ’ a ‘pacient $Y$ ’

# Nedostatečná expresivita PL1

*Červená barva je krásnější než hnědá barva.*

*Kostka je červená.*



# Nedostatečná expresivita PL1

*Červená barva je krásnější než hnědá barva.      Kostka je červená.*

analýza v PL1:

$Kr(\check{C}_1, H)$

$\check{C}_2(Ko)$

$\check{C}_1$  individuum 'červená barva'

$\check{C}_2$  vlastnost individuí 'být červený' (třída červených objektů)

nelze vyjádřit       $\check{C}_1 \equiv \check{C}_2$

# Extenzionalismus PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

# Extenzionalismus PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

*Varšava*

- *jméno individua*, jasně identifikovatelné a odlišitelné

# Extenzionalismus PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

Varšava

- **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné

hlavní město Polska

- **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov

# Extenzionalismus PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

*Varšava*

- **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné

*hlavní město Polska*

- **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov

*'hlavní město Polska'*

- závisí na světě a čase
- pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. **význam** na světě a čase **nezávisí**

# Extenzionalismus PL1 pokrač.

*číslo  $X$  je větší než číslo  $Y$*

*budova  $X$  je větší než budova  $Y$*

# Extenzionalismus PL1 pokrač.

*číslo  $X$  je větší než číslo  $Y$*

*budova  $X$  je větší než budova  $Y$*

matematické **větší než** – **relace** dvojic čísel, pevně daná

# Extenzionalismus PL1 pokrač.

*číslo X je větší než číslo Y*

*budova X je větší než budova Y*

- matematické větší než – relace dvojic čísel, pevně daná
- empirické větší než – vztah dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)



# Extenzionalismus PL1 pokrač.

*číslo X je větší než číslo Y*

*budova X je větší než budova Y*

- matematické větší než – relace dvojic čísel, pevně daná
- empirické větší než – vztah dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

*ano*

*V Brně prší*

# Extenzionalismus PL1 pokrač.

*číslo X je větší než číslo Y*

*budova X je větší než budova Y*

- matematické **větší než** – **relace** dvojic čísel, pevně daná
- empirické **větší než** – **vztah** dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

*ano*

*V Brně prší*

- ano** – **pravdivostní hodnota** *true*

# Extenzionalismus PL1 pokrač.

*číslo X je větší než číslo Y*

*budova X je větší než budova Y*

- matematické **větší než** – **relace** dvojic čísel, pevně daná
- empirické **větší než** – **vztah** dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

*ano*

*V Brně prší*

- ano* – **pravdivostní hodnota** *true*
- V Brně prší* – **propozice** – označuje pravdivostní hodnotu, která se mění (alespoň) v čase

# Extenzionalismus PL1 pokrač.

číslo  $X$  je větší než číslo  $Y$

budova  $X$  je větší než budova  $Y$

- matematické větší než – relace dvojic čísel, pevně daná
- empirické větší než – vztah dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

*ano*

*V Brně prší*

- ano* – pravdivostní hodnota *true*
- V Brně prší* – *propozice* – označuje pravdivostní hodnotu, která se mění (alespoň) v čase

i když hodnota někdy závisí na světě a čase, samotný význam na nich nezávisí

# Extenze a intenze

Definujeme:

- **intenze** – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase
- **extenze** – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

# Extenze a intenze

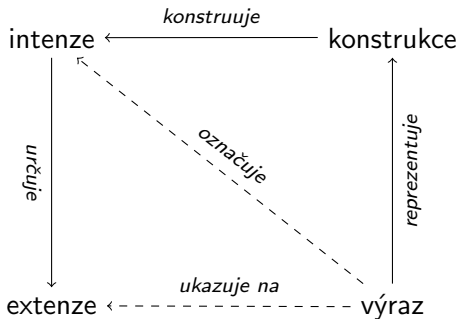
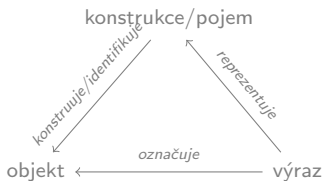
Definujeme:

- **intenze** – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase
- **extenze** – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

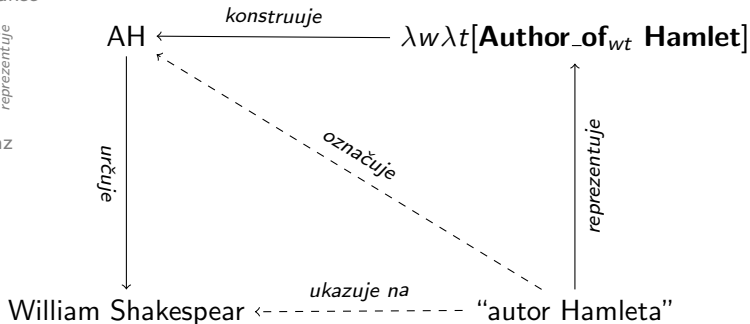
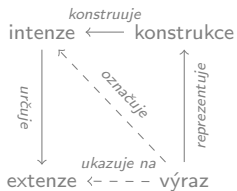
časté extenze a intenze:

<i>extenze</i>	<i>intenze</i>
individua	individuové role
třídy	vlastnosti
relace	vztahy
pravdivostní hodnoty	propozice
funkce	empirické funkce
čísla	veličiny

# Rozšířený vztah výrazu a významu u intenzí



## Rozšířený vztah výrazu a významu u intenzí





# Obsah

- 1 Predikátová logika prvního řádu
  - Predikátová logika 1. řádu
  - Syntaxe predikátové logiky
  - Pravdivost v predikátové logice
  - Kvantifikace
  - Inference ve FOPL
  - Báze znalostí ve FOPL
  - Shrnutí
- 2 Logická analýza přirozeného jazyka
  - Vztah pojmu a výrazu
  - Omezenost predikátové logiky 1. řádu
  - Extenze a intenze
- 3 Transparentní intenzionální logika
  - Typy v TILu
  - Konstrukce
  - Příklady přínosu TILu

# Transparentní intenzionální logika

- **Transparent Intensional Logic, TIL**
- **logický systém** speciálně navržený pro zachycení **významu výrazů PJ**
- autor **Pavel Tichý**: *The Foundations of Frege's Logic*, de Gruyter, Berlin, New York, 1988.
- obdobná teorie – *Montagueho intenzionální logika* – Tichý ukazuje její nedostatky
- Tichý vychází z myšlenek – *Gottlob Frege* (1848 – 1925, logik) a *Alonzo Church* (1903 – 1995, teorie typů)
- vlastnosti:
  - rozvětvená **typová hierarchie** (s typy **vyšších řádů**)
  - **temporální**
  - **intenzionální** (intenze  $\times$  extenze)
- **transparentost**:
  1. nositel významu (**konstrukce**) není prvek formálního aparátu, tento aparát pouze *studuje* konstrukce
  2. zachycení intenzionality je přesně popsáno z matematického hlediska

# Typy v TILu

## typ objektu:

- základní typy – **typová báze** =  $\{o, \iota, \tau, \omega\}$
- funkcionální typy – **funkce** nad typovou bází  
např.  $\iota, ((\iota\tau)\omega), (o\iota), (((o\iota)\tau)\omega), ((o\tau)\omega), \dots$   
 $((\alpha\tau)\omega) \dots$  závislost na světě a čase, vyjadřuje **intenze** – zápis  $\alpha_{\tau\omega}$
- typy **vyšších řádů** – obsahují i třídy konstrukcí řádu  $n - *n$

# Základní typy TILu

umožňují přiřadit typ objektům z **intenzionální báze** jazyka – třída **základních vlastností** (barvy, rozměry, postoje, ...) popisujících stav světa

- **o** (omikron, o) ... **pravdivostní hodnoty** Pravda (*true*, T) a Nepravda (*false*, F)  
přesně odpovídají běžným logikám, typy **logických operátorů** – (oo), (ooo)
- **ι** (jota) ... třída **individuí**  
individua ovšem ne jako kompletní objekty, ale jako **numerická identifikace** nestrukturované entity
- **τ** (tau) ... třída **časových okamžiků** (jako časového kontinua)  
zachycení závislosti na čase; současně třída **reálných čísel**
- **ω** (omega) ... třída **možných světů**  
zachycení empirické závislosti na stavu světa

# Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

- $\forall$  možný svět je:
- soubor **myslitelných faktů**
  - je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
  - je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy  $\exists$  právě jeden **aktuální svět** – jeho znalost  $\equiv$  vševědoucnost

# Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

$\forall$  možný svět je:

- soubor **myslitelných faktů**
- je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
- je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy  $\exists$  právě jeden **aktuální svět** – jeho znalost  $\equiv$  vševědoucnost

**možný svět v TILu** = **rozhodovací systém**, pro  $\forall$  prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

# Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

- $\forall$  možný svět je:
- soubor **myslitelných faktů**
  - je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
  - je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy  $\exists$  právě jeden **aktuální svět** – jeho znalost  $\equiv$  vševědoucnost

**možný svět v TILu** = **rozhodovací systém**, pro  $\forall$  prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

příklad – realita s **2 objekty** a **2 vlastnostmi** (9 možných světů  $w_1, \dots, w_9$ ):

být hubený	být tlustý				
	{Laurel, Hardy}	{Laurel}	{Hardy}	$\emptyset$	
{Laurel, Hardy}	×	×	×		$w_1$
{Laurel}	×	×	$w_2$		$w_3$
{Hardy}	×	$w_4$	×		$w_5$
$\emptyset$	$w_6$	$w_7$	$w_8$		$w_9$

# Princip intenzí v TILu

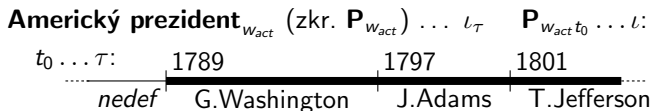
být hubený	... objekt typu $(ol)_{\tau\omega}$ , funkce z možných světů a času do tříd individuí
$w$	... proměnná typu $\omega$ , možný svět
$t$	... proměnná typu $\tau$ , časový okamžik
<b>[být hubený <math>w t</math>]</b>	... konstruuje $(ol)$ -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě $w$ a čase $t$ vlastnost <b>být hubený</b> (značíme <b>být hubený<sub>wt</sub></b> )



# Princip intenzí v TILu

být hubený	... objekt typu $(ol)_{\tau\omega}$ , funkce z možných světů a času do tříd individuí
$w$	... proměnná typu $\omega$ , možný svět
$t$	... proměnná typu $\tau$ , časový okamžik
<b>[být hubený <math>w t</math>]</b>	... konstruuje $(ol)$ -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě $w$ a čase $t$ vlastnost <b>být hubený</b> (značíme <b>být hubený<sub>wt</sub></b> )

pokud aplikujeme jen  $w$  – získáme **chronologii**



# Princip intenzí v TILu

být hubený ... objekt typu  $(ol)_{\tau\omega}$ , funkce z možných světů a času do tříd individuí

$w$  ... proměnná typu  $\omega$ , možný svět

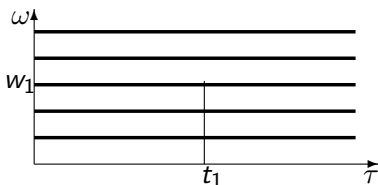
$t$  ... proměnná typu  $\tau$ , časový okamžik

[být hubený  $w t$ ] ... konstruuje  $(ol)$ -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě  $w$  a čase  $t$  vlastnost **být hubený** (značíme **být hubený** $_{wt}$ )

pokud aplikujeme jen  $w$  – získáme **chronologii**

**Americký prezident** $_{w_{act}}$  (zkr.  $P_{w_{act}}$ ) ...  $l_{\tau}$   $P_{w_{act}t_0} \dots l:$   
 $t_0 \dots \tau:$  1789 1797 1801  
*ndef* G.Washington J.Adams T.Jefferson

**intenzionální sestup** –  
 identifikace extenze pomocí intenze, světa  $w_1$  a času  $t_1$



# Nejčastější typy

<i>extenze</i>			<i>intenze</i>		
individua	...	$\iota$	individuové role	...	$\iota_{TW}$
třídy	...	$(o\iota)$	vlastnosti	...	$(o\iota)_{TW}$
relace	...	$(o\alpha\beta)$	vztahy	...	$(o\alpha\beta)_{TW}$
pravdivostní hodnoty	...	$o$	propozice	...	$o_{TW}, \pi$
funkce	...	$(\alpha\beta)$	empirické funkce	...	$(\alpha\beta)_{TW}$
čísla	...	$\tau$	veličiny	...	$\tau_{TW}$

# Konstrukce

## konstrukce v TILu:

- **proměnná** typu  $\alpha$ , v závislosti na **valuaci** konstruuje  $\alpha$ -objekt  
 $x \dots \iota$
- **trivializace** objektu  $A$  typu  $\alpha$ , konstruuje právě objekt  $A$   
 ${}^0A \dots \alpha$ , často také  $\mathbf{A} \dots \alpha$   
**trivializace složené konstrukce** – přechod k **vyšším řádům**
- **aplikace** konstrukce  $X \dots (\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$  na konstrukce  $Y_1, \dots, Y_n$  typů  
 $\beta_1, \dots, \beta_n$ , konstruuje objekt typu  $\alpha$   
 $[XY_1 \dots Y_n] \dots \alpha$
- **abstrakce** konstrukce  $Y \dots \alpha$  na proměnných  $x_1, \dots, x_n$  typů  $\beta_1, \dots, \beta_n$ ,  
konstruuje objekt/funkci typu  $(\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$   
 $\lambda x_1 \dots x_n [Y] \dots (\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$

U aplikace i abstrakce se tady jedná o zápis *funkcí více proměnných*, ne o částečné aplikace

## Příklady analýzy podstatných jmen

pes, člověk

 $x \dots l: \mathbf{pes}_{wtX},$   
 $\text{pes}/(ol)_{\tau\omega}$ 

individuum z dané třídy individuí

prezident

 $\text{prezident}/l_{\tau\omega}$ 

individuová role

volitelnost

 $\text{volitelnost}/(ol_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ 

vlastnost individuové role

výška

 $\text{výška}/(\tau l)_{\tau\omega}$ 

empirická funkce

výrok, tvrzení

 $p \dots *n: \mathbf{výrok}_{wtP},$   
 $\text{výrok}/(o*n)_{\tau\omega}$ 

konstrukce propozice z dané třídy konstrukcí propozic

válka, smích,  
zvonění
 $\text{válka}/(o(o\pi))_{\omega}$ 

třída epizod – aktivita, která ko-responduje se slovesem

leden, podzim

 $\text{leden}/(o(o\tau))$ 

třída časových okamžiků – časové intervaly

# Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{a} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

# Příklady přínosu TILu

- **propoziční postoje**

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{a} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

- **existence neexistujícího**

*Pes existuje.*

*Jednorožec neexistuje.*

v PL1:             $\exists x(x = \text{pes})$              $\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$

# Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{a} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

*Pes existuje.*

*Jednorožec neexistuje.*

v PL1:       $\exists x(x = \text{pes})$        $\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$   
                   $(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x(x = \text{jednorožec}))$



# Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{řeká}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{věří}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{kulatá}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

*Pes existuje.*

*Jednorožec neexistuje.*

v PL1:

~~$\exists x(x = \text{pes})$~~

~~$\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$~~

(jednorožec = jednorožec)  $\Rightarrow$  ( $\exists x(x = \text{jednorožec})$ )

# Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{a} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Zem} \text{ě} \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

*Pes existuje.*

*Jednorožec neexistuje.*

v PL1:

~~$$\exists x (x = \text{pes})$$~~

~~$$\neg \exists x (x = \text{jednorožec})$$~~

$$(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x (x = \text{jednorožec}))$$

v TILu:

$$(*) \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0 \neg [E x_{wt} \text{jednorožec}] \right]$$

$$E x \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[ {}^0 \sum_{\iota} [\lambda x [p_{wt} x]] \right], \quad E x \dots (o(o_{\iota})_{\tau\omega})_{\tau\omega}$$

(\*) ... "třída všech individuí s vlastností 'být jednorožcem' je v daném světě a čase prázdná."

# Příklady přínosu TiLu

- propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{i}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{a} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Zem} \text{ě} \right] \right] \right] \right] \right]$$

- existence neexistujícího

*Pes existuje.*

*Jednorožec neexistuje.*

v PL1:

~~$$\exists x (x = \text{pes})$$~~

~~$$\neg \exists x (x = \text{jednorožec})$$~~

$$(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x (x = \text{jednorožec}))$$

v TiLu: (\*)  $\lambda w \lambda t \left[ {}^0 \neg [E x_{wt} \text{jednorožec}] \right]$

$$E x \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[ {}^0 \sum_l [\lambda x [p_{wt} x]] \right], \quad E x \dots (o(o_l)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$$

(\*) ... "třída všech individuí s vlastností 'být jednorožcem' je v daném světě a čase prázdná."

- intenzionalita, vlastnosti vlastností, analýza epizod, analýza gramatického času, ...