

# Hry a základní herní strategie

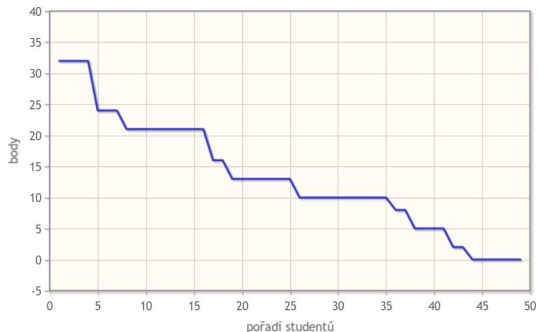
Aleš Horák

E-mail: [hales@fi.muni.cz](mailto:hales@fi.muni.cz)  
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

## Obsah:

- Statistické výsledky průběžné písemky
- Hry vs. Prohledávání stavového prostoru
- Algoritmus Minimax
- Algoritmus Alfa-Beta prořezávání
- Nedeterministické hry
- Hry s nepřesnými znalostmi

# Statistické výsledky průběžné písemky



průběžná písemka PB016  
49 studentů

Body	Počet studentů
32	4
24	3
21	9
16	2
13	7
10	10
8	2
5	4
2	2
0	6

Průměr: 13.31

# Hry × Prohledávání stavového prostoru

## Multiagentní prostředí:

- agent musí brát v úvahu **akce jiných agentů** → jak ovlivní jeho vlastní prospěch
- vliv ostatních agentů – **prvek náhody**
- **kooperativní** × **soupeřící** multiagentní prostředí (MP)

## Hry:

- matematická **teorie her** (odvětví ekonomie) – kooperativní i soupeřící MP, kde vliv všech agentů je **významný**
- **hra v UI** = obv. deterministické MP, 2 střídající se agenti, výsledek hry je vzájemně opačný nebo shoda

## Algoritmy soupeřícího prohledávání (*adversarial search*):

- oponent dělá **dopředu neurčitelné** tahy → řešením je **strategie**, která počítá se všemi možnými tahy protivníka
- **časový limit** ⇒ zřejmě nenajdeme optimální řešení → hledáme **lokálně optimální** řešení

# Hry a UI – historie

- Babbage, 1846 – počítač porovnává přínos různých herních tahů
- von Neumann, 1944 – algoritmy perfektní hry
- Zuse, Wiener, Shannon, 1945–50 – přibližné vyhodnocování
- Turing, 1951 – první šachový program (jen na papíře)
- Samuel, 1952–57 – strojové učení pro zpřesnění vyhodnocování
- McCarthy, 1956 – prořezávání pro možnost hlubšího prohledávání

# Hry a UI – historie

- Babbage, 1846 – počítač porovnává přínos různých herních tahů
- von Neumann, 1944 – algoritmy perfektní hry
- Zuse, Wiener, Shannon, 1945–50 – přibližné vyhodnocování
- Turing, 1951 – první šachový program (jen na papíře)
- Samuel, 1952–57 – strojové učení pro zpřesnění vyhodnocování
- McCarthy, 1956 – prořezávání pro možnost hlubšího prohledávání

Řešení her je zajímavým předmětem studia ← je obtížné:

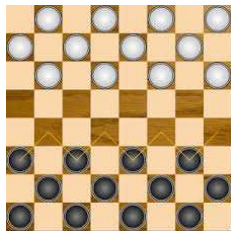
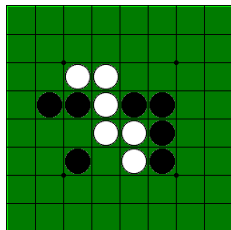
průměrný faktor větvení v šachách  $b = 35$

pro 50 tahů 2 hráčů ...

prohledávací strom  $\approx 35^{100} \approx 10^{154}$  uzlů ( $\approx 10^{40}$  stavů)

# Hry a UI – aktuální výsledky

- **Reversi/Othello** – od 1980 světoví šampioni odmítají hrát s počítači, protože stroje jsou příliš dobré. Reversi pro dva hráče na desce  $8 \times 8$  – snaží se mezi své dva kameny uzavřít soupeřovy v řadě, která se přebarví. Až se zaplní deska, spočítají se kameny.
- **dáma** – 1994 program *Chinook* porazil světovou šampionku Marion Tinsley. Používá úplnou databázi tahů pro  $\leq 8$  figur (443 748 401 247 pozic).

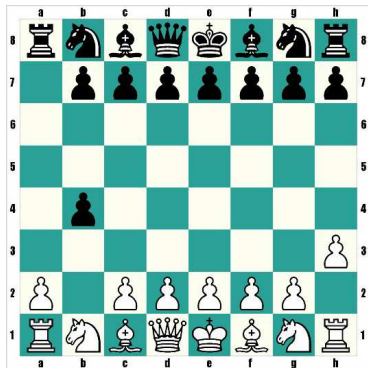


# Hry a UI – aktuální výsledky

- **šachy** – 1997 porazil stroj *Deep Blue* světového šampiona Gary Kasparova 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub> : 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>. Stroj počítá 200 mil. pozic/s, sofistikované vyhodnocování a nezveřejněné metody pro prozkoumávání některých tahů až do hloubky 40 tahů.

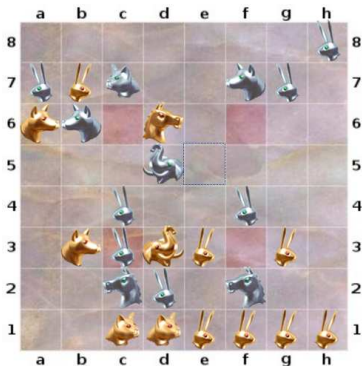
2006 porazil program *Deep Fritz* na PC světového šampiona Vladimíra Kramníka 2:4.

V současnosti vyhrávají turnaje i programy na slabším hardware mobilních telefonů s 20 tis. pozic/s.



# Hry a UI – aktuální výsledky

- **Arimaa** – hra na šachovnici se standardními figurama, speciálně navržená v roce 2003 tak, aby vyžadovala lidskou inteligenci (variabilní počet tahů, figury se tlačí nebo táhnou, pasti...). Člověk překonán počítačem 18. dubna 2015 3 : 0 (v rámci každoroční Arimaa Challenge).





# Hry a UI – aktuální výsledky

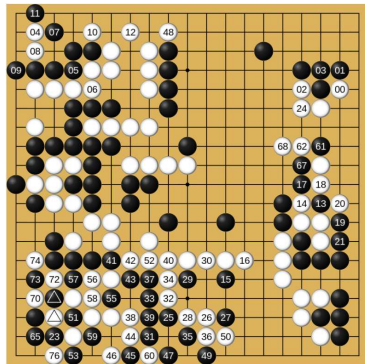
- **Go** – do roku 2008 světoví šampioni odmítali hrát s počítači, protože stroje jsou příliš slabé. V Go je  $b > 300$ , takže počítače mohly používat téměř pouze znalostní bázi vzorových her.

od 2009

– první programy dosahují pokročilejší amatérské úrovně (zejména na desce  $9 \times 9$ , nižší úroveň i na  $19 \times 19$ ).

březen 2016

– program AlphaGo porazil lidského velmistra Lee Sedola na normální desce  $19 \times 19$  4 : 1. AlphaGo využívá učící se hodnotící funkce založené na hlubokých neuronových sítích.



# Typy her

	<i>deterministické</i>	<i>s náhodou</i>
<i>perfektní znalosti</i>	šachy, dáma, Go, Othello	backgammon, monopoly
<i>nepřesné znalosti</i>		bridge, poker, scrabble

# Hledání optimálního tahu

2 hráči – MAX ( $\triangle$ ) a MIN ( $\nabla$ )

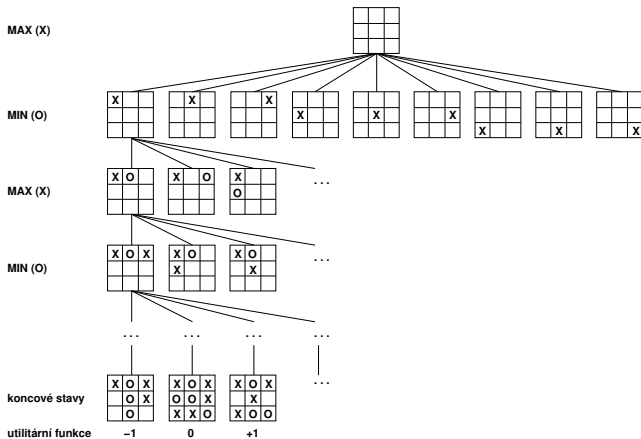
MAX je první na tahu a pak se střídají až do konce hry

**hra** = prohledávací problém:

- počáteční stav – počáteční herní situace + kdo je na tahu
- přechodová funkce – vrací dvojice (legální tah, výsledný stav)
- ukončovací podmínka – určuje, kdy hra končí, označuje **koncové stavy**
- utilitární funkce – numerické ohodnocení koncových stavů

# Hledání optimálního tahu – pokrač.

počáteční stav a přechodová funkce definují **herní strom**:



# Algoritmus Minimax

Hráč MAX ( $\triangle$ ) musí *prohledat* herní strom pro zjištění nejlepšího tahu proti hráči MIN ( $\nabla$ )

→ zjistit nejlepší **hodnotu minimax** – zajišťuje *nejlepší výsledek* proti *nejlepšímu protivníkovi*

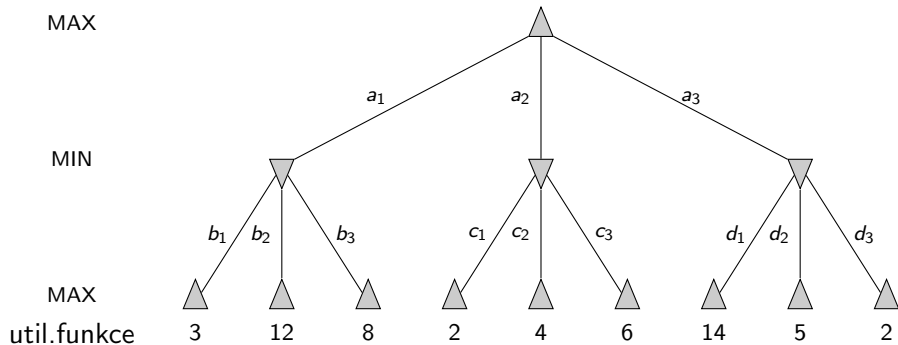
$$\text{Hodnota minimax}(n) = \begin{cases} \text{utility}(n), & \text{pro koncový stav } n \\ \max_{s \in \text{moves}(n)} \text{Hodnota minimax}(s), & \text{pro MAX uzel } n \\ \min_{s \in \text{moves}(n)} \text{Hodnota minimax}(s), & \text{pro MIN uzel } n \end{cases}$$

# Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)

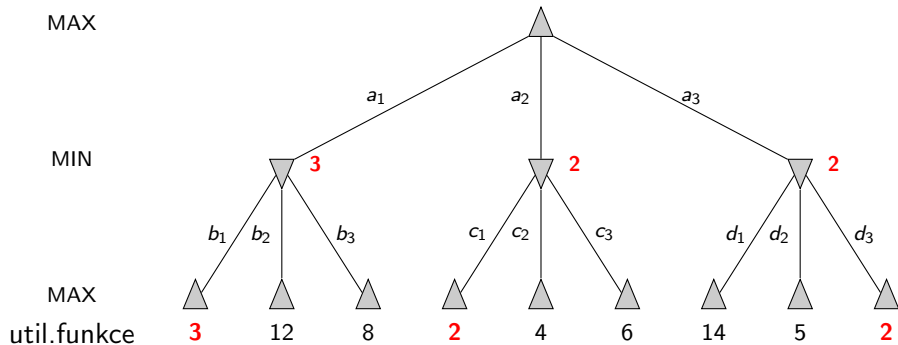
## Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



## Algoritmus Minimax – pokrač.

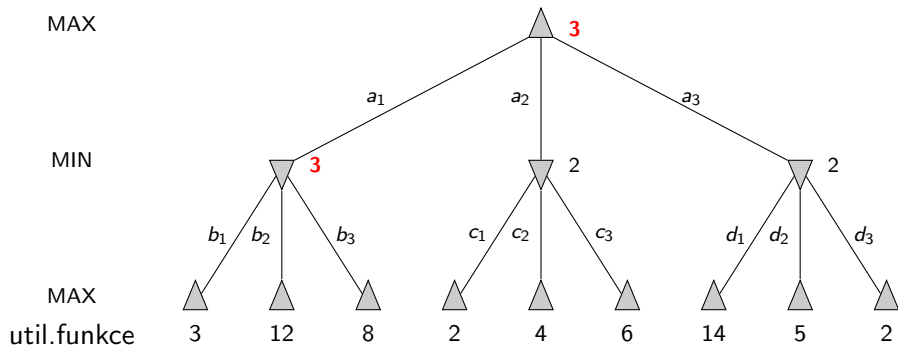
příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)





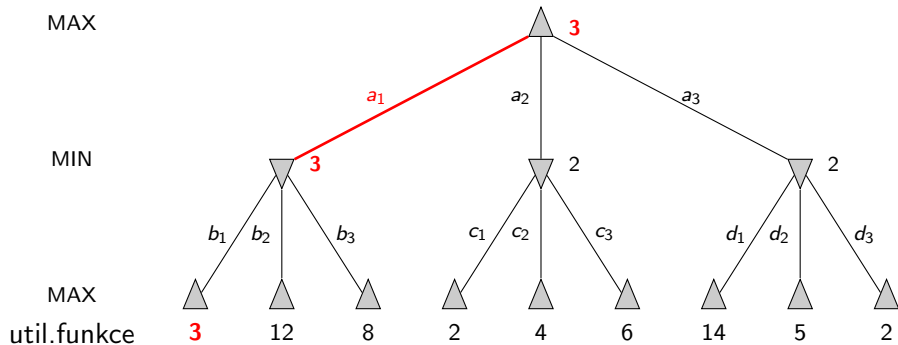
## Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



## Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



## Algoritmus Minimax – pokrač.

```

% minimax( +Pos, -BestSucc, -Val):
% Pos je rozložení figur, Val je minimaxová hodnota tohoto rozložení;
% nejlepší tah z Pos vede do rozložení BestSucc
minimax( Pos, BestSucc, Val) :-
    moves( Pos, PosList), !, %           PosList je seznam legálních tahů z Pos
    best( PosList, BestSucc, Val)
;
staticval( Pos, Val). %           Pos nemá následníky: ohodnotíme staticky

best( [Pos], Pos, Val) :- minimax( Pos, -, Val), !.
best( [Pos1 | PosList], BestPos, BestVal) :-
    minimax( Pos1, -, Val1),
    best( PosList, Pos2, Val2),
    betterof( Pos1, Val1, Pos2, Val2, BestPos, BestVal).
betterof( Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos0, Val0) :- % Pos0 je lepší než Pos1
    min_to_move( Pos0), %           MIN na tahu v Pos0
    Val0 > Val1, ! %           MAX chce nejvyšší hodnotu
;
    max_to_move( Pos0), %           MAX na tahu v Pos0
    Val0 < Val1, !. %           MIN chce nejmenší hodnotu
betterof( Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos1, Val1). % jinak je Pos1 lepší než Pos0

```

# Algoritmus Minimax – vlastnosti

*úplnost*

*optimálnost*

*časová složitost*

*prostorová složitost*

# Algoritmus Minimax – vlastnosti

*úplnost*

úplný pouze pro **konečné** stromy

*optimálnost*

*časová složitost*

*prostorová složitost*

# Algoritmus Minimax – vlastnosti

*úplnost*

úplný pouze pro **konečné** stromy

*optimálnost*

**je** optimální proti optimálnímu oponentovi

*časová složitost*

*prostorová složitost*

# Algoritmus Minimax – vlastnosti

*úplnost*

úplný pouze pro **konečné** stromy

*optimálnost*

je optimální proti optimálnímu oponentovi

*časová složitost*

$O(b^m)$

*prostorová složitost*

# Algoritmus Minimax – vlastnosti

<i>úplnost</i>	úplný pouze pro <b>konečné</b> stromy
<i>optimálnost</i>	je optimální proti optimálnímu oponentovi
<i>časová složitost</i>	$O(b^m)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bm)$ , prohledávání do hloubky



# Algoritmus Minimax – vlastnosti

<i>úplnost</i>	úplný pouze pro <b>konečné</b> stromy
<i>optimálnost</i>	je optimální proti optimálnímu oponentovi
<i>časová složitost</i>	$O(b^m)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bm)$ , prohledávání do hloubky

šachy ...  $b \approx 35, m \approx 100 \Rightarrow$  přesné řešení není možné

např.  $b^m = 10^6, b = 35 \Rightarrow m \approx 4$

4-tahy  $\approx$  člověk-nováček

8-tahů  $\approx$  člověk-mistr, typické PC

12-tahů  $\approx$  Deep Blue, Kasparov

# Časové omezení

předpokládejme, že máme 100 sekund + prozkoumáme  $10^4$  uzlů/s  
⇒  $10^6$  uzlů na 1 tah

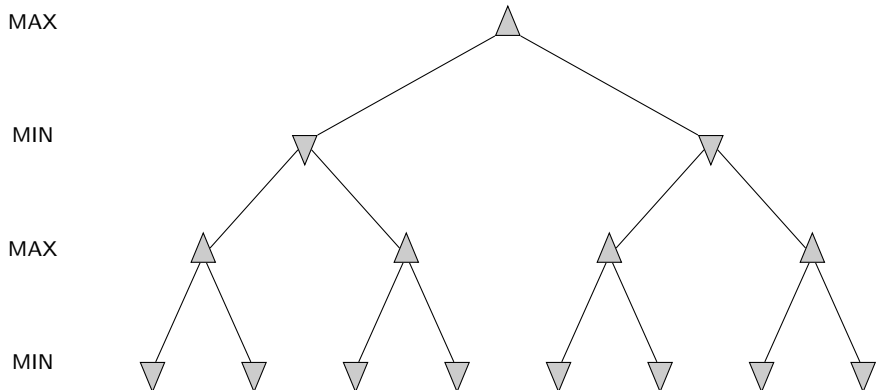
řešení **minimax\_cutoff**:

- **ohodnocovací funkce** odhad přínosu pozice  
nahradí utilitární funkci
- **ořezávací test** (*cutoff test*) – např. hloubka nebo hodnota ohodnocovací  
funkce  
nahradí koncový test

# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minimax**

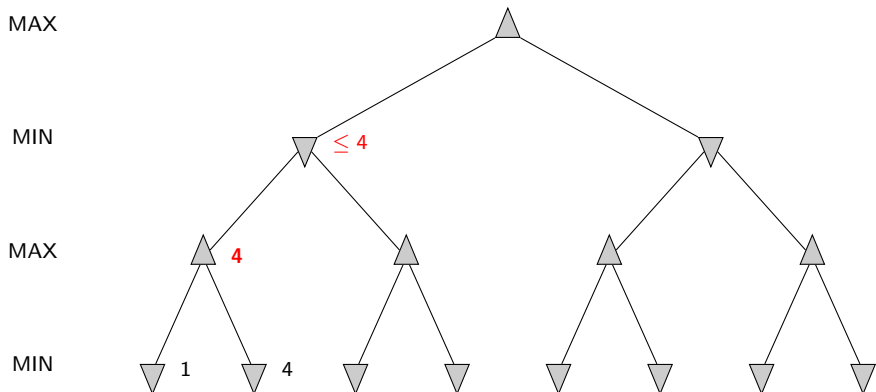
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů  $\Rightarrow$  Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minimax**

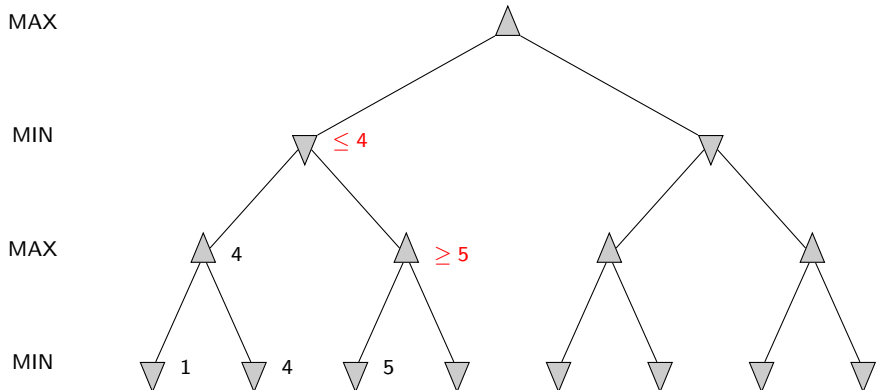
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů  $\Rightarrow$  Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minimax**

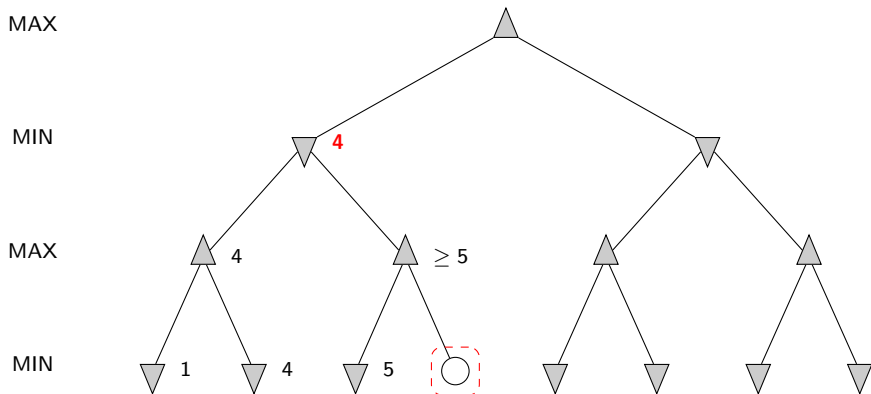
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů  $\Rightarrow$  Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minimax**

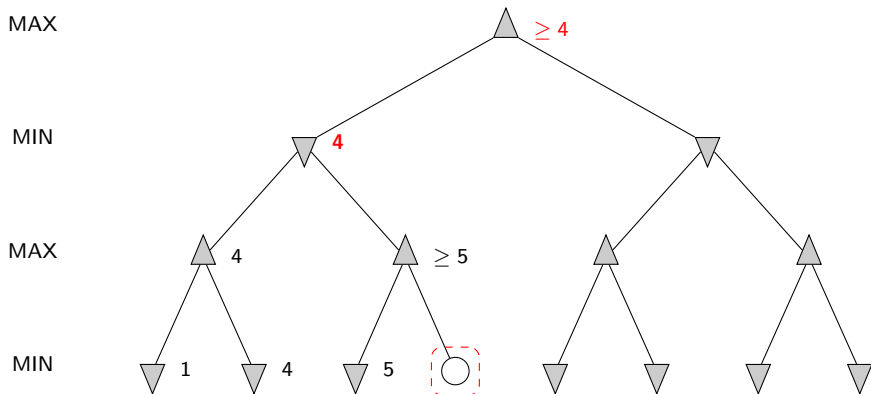
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů  $\Rightarrow$  Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minimax**

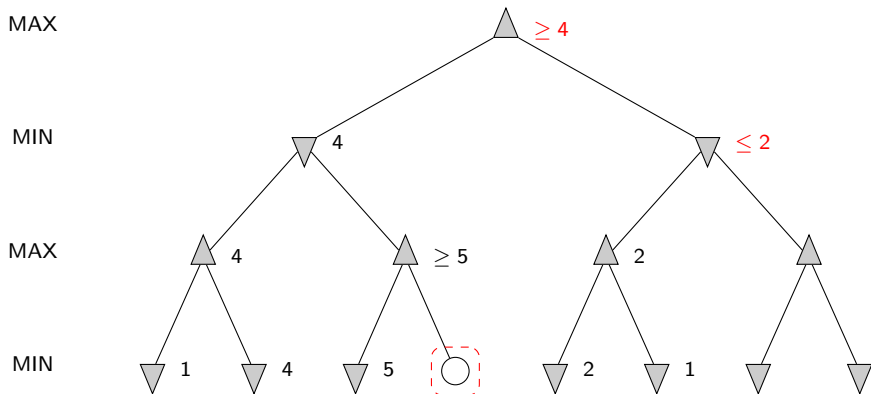
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů  $\Rightarrow$  Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minimax**

Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů  $\Rightarrow$  Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu

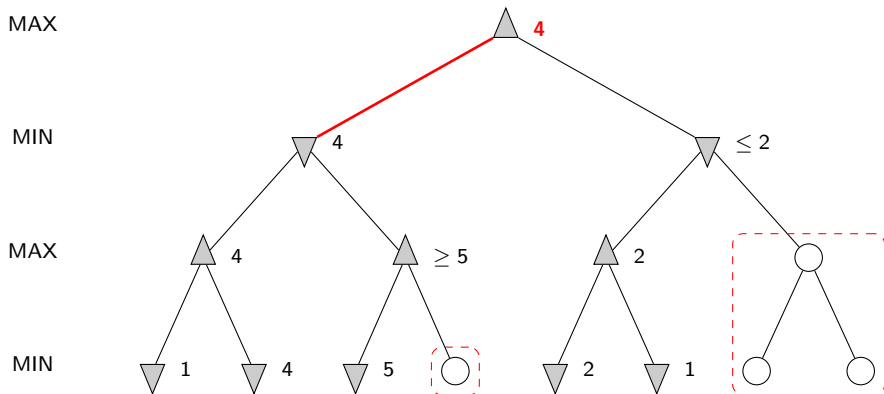




# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minimax**

Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů  $\Rightarrow$  Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání – vlastnosti

- prořezávání **neovlivní** výsledek  $\Rightarrow$  je **stejný** jako u minimaxu
- dobré **uspořádání** přechodů (možných tahů) ovlivní **efektivitu** prořezávání
- v případě “nejlepšího” uspořádání **časová složitost** =  $O(b^{m/2})$ 
  - $\Rightarrow$  **zdvojí** hloubku prohledávání
  - $\Rightarrow$  může snadno dosáhnout hloubky 8 v šachu, což už je použitelná úroveň

# Algoritmus Alfa-Beta prořezávání – vlastnosti

- prořezávání **neovlivní** výsledek  $\Rightarrow$  je **stejný** jako u minimaxu
- dobré **uspořádání** přechodů (možných tahů) ovlivní **efektivitu** prořezávání
- v případě “nejlepšího” uspořádání **časová složitost** =  $O(b^{m/2})$   
 $\Rightarrow$  **zdvojí** hloubku prohledávání  
 $\Rightarrow$  může snadno dosáhnout hloubky 8 v šachu, což už je použitelná úroveň

označení  $\alpha - \beta$ :

- $\alpha$  ... doposud nejlepší hodnota pro MAXe
- $\beta$  ... doposud nejlepší hodnota pro MINa
- $\langle \alpha, \beta \rangle$  ... interval ohodnocovací funkce v průběhu výpočtu (na začátku  $\langle -\infty, \infty \rangle$ )

•	minimax ... $V(P)$	$\alpha - \beta$ ... $V(P, \alpha, \beta)$
když	$V(P) \leq \alpha$	$V(P, \alpha, \beta) = \alpha$
když	$\alpha < V(P) < \beta$	$V(P, \alpha, \beta) = V(P)$
když	$V(P) \geq \beta$	$V(P, \alpha, \beta) = \beta$

## Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

```

alphabeta( Pos, Alpha, Beta, GoodPos, Val) :- moves( Pos, PosList), !,
    boundedbest( PosList, Alpha, Beta, GoodPos, Val)
    ; staticval( Pos, Val). % statické ohodnocení Pos

boundedbest( [Pos | PosList], Alpha, Beta, GoodPos, GoodVal) :-
    alphabeta( Pos, Alpha, Beta, _, Val),
    goodenough( PosList, Alpha, Beta, Pos, Val, GoodPos, GoodVal).

goodenough( [], _, _, Pos, Val, Pos, Val) :- !. % nejsou další kandidáti
goodenough( _, Alpha, Beta, Pos, Val, Pos, Val) :-
    min_to_move( Pos), Val > Beta, ! % MAX dosáhl horní hranici
    ; max_to_move( Pos), Val < Alpha, ! % MIN dosáhl dolní hranici

goodenough( PosList, Alpha, Beta, Pos, Val, GoodPos, GoodVal) :-
    newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, NewAlpha, NewBeta), % uprav hranice
    boundedbest( PosList, NewAlpha, NewBeta, Pos1, Val1),
    betterof( Pos, Val, Pos1, Val1, GoodPos, GoodVal).

newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, Val, Beta) :-
    min_to_move( Pos), Val > Alpha, ! % MAX zvýšil dolní hranici
newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, Alpha, Val) :-
    max_to_move( Pos), Val < Beta, ! % MIN snížil horní hranici
newbounds( Alpha, Beta, _, _, Alpha, Beta). % jinak hranice nezměněny

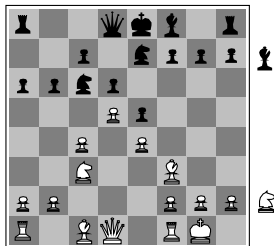
betterof( Pos, Val, Pos1, Val1, Pos, Val) :- min_to_move( Pos), Val > Val1, !
    ; max_to_move( Pos), Val < Val1, ! % Pos je lepší než Pos1
betterof( _, _, Pos1, Val1, Pos1, Val1). % jinak je lepší Pos1

```

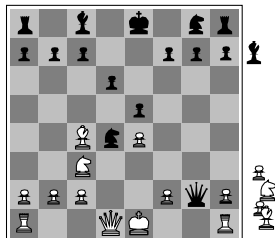
# Možnosti vylepšení Minimax/Alpha-Beta

- vyhodnocovat pouze **klidné stavy** (quiescent search)
- při vyhodnocování počítat s efektem **horizontu** – zvraty mimo prohledanou oblast
- **dopředné ořezávání** – některé stavy se ihned zahazují  
bezpečné např. pro symetrické tahy nebo pro tahy hluboko ve stromu

# Ohodnocovací funkce

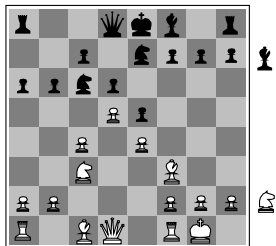


Černý na tahu  
Bílý má o něco lepší pozici

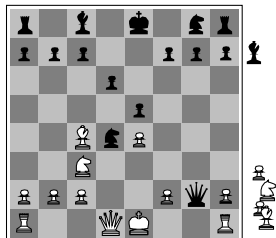


Bílý na tahu  
Černý vítězí

# Ohodnocovací funkce



Černý na tahu  
Bílý ma o něco lepší pozici



Bílý na tahu  
Černý vítězí

Pro šachy typicky **lineární** vážený součet **rysů**

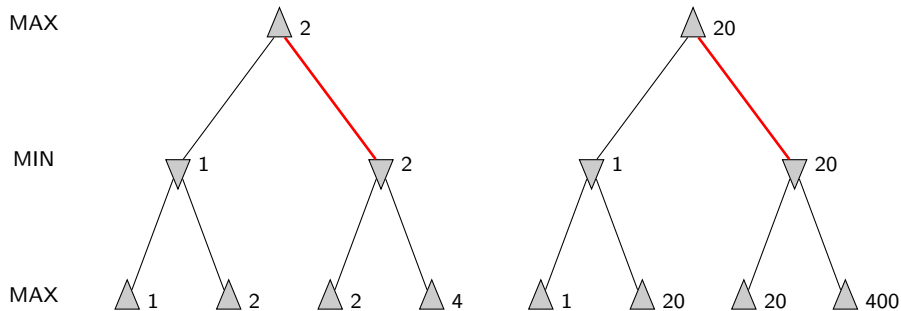
$$Eval(s) = w_1 f_1(s) + w_2 f_2(s) + \dots + w_n f_n(s) = \sum_{i=1}^n w_i f_i(s)$$

např.  $w_1 = 9$

$f_1(s) = (\text{počet bílých královen}) - (\text{počet černých královen})$

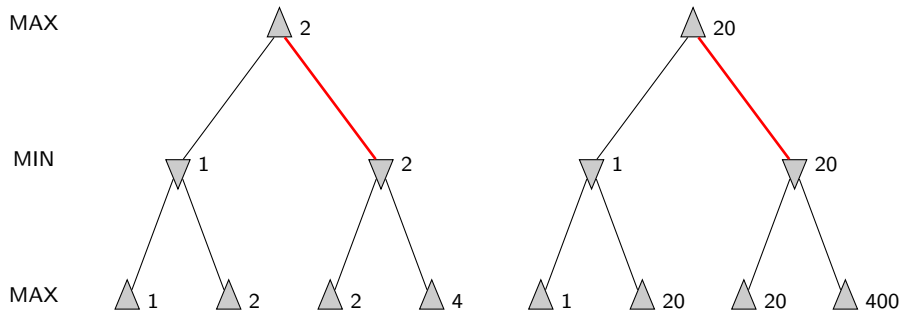
...

# Ohodnocovací funkce – odchylky





# Ohodnocovací funkce – odchylky



chová se **stejně** pro libovolnou **monotónní** transformaci funkce *Eval*  
záleží pouze na uspořádání → ohodnocení v deterministické hře funguje  
jako **ordinální funkce**

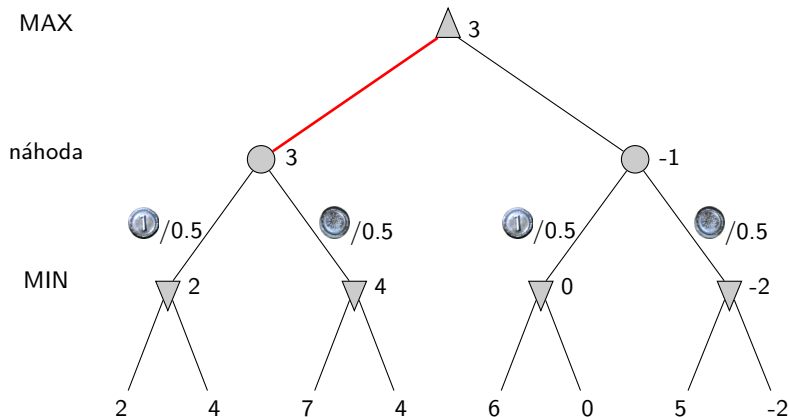
# Nedeterministické hry

náhoda  $\leftarrow$  hod kostkou, hod mincí, míchání karet

# Nedeterministické hry

náhoda  $\leftarrow$  hod kostkou, hod mincí, míchání karet

příklad – 1 tah s házením mincí:



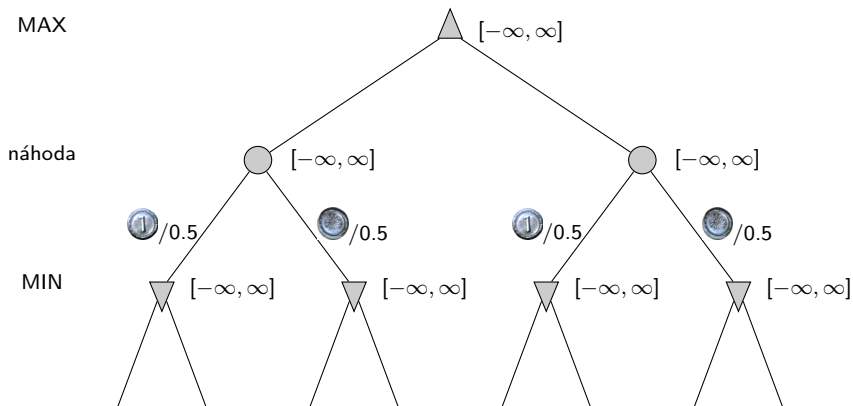
# Algoritmus Minimax pro nedeterministické hry

**expect\_minimax** ... počítá perfektní hru s přihlédnutím k náhodě  
rozdíl je pouze v započítání uzlů *náhoda*:

$$\text{expect\_minimax}(n) = \begin{cases} \text{utility}(n) & \text{pro koncový stav } n \\ \max_{s \in \text{moves}(n)} \text{expect\_minimax}(s) & \text{pro MAX uzel } n \\ \min_{s \in \text{moves}(n)} \text{expect\_minimax}(s) & \text{pro MIN uzel } n \\ \sum_{s \in \text{moves}(n)} P(s) \cdot \text{expect\_minimax}(s) & \text{pro uzel náhody } n \end{cases}$$

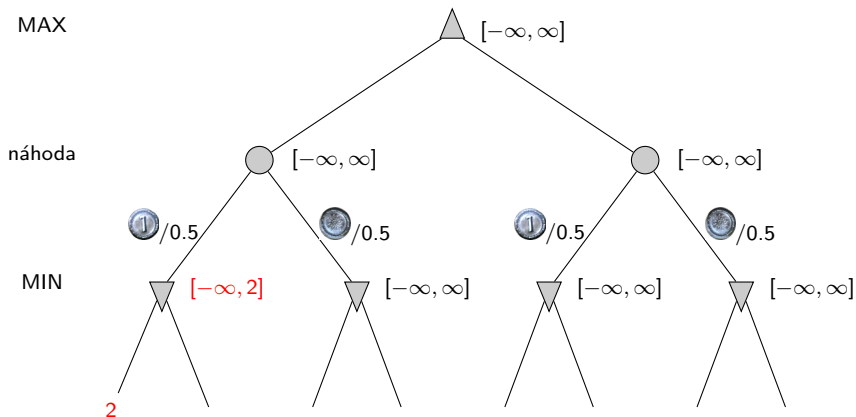
# Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



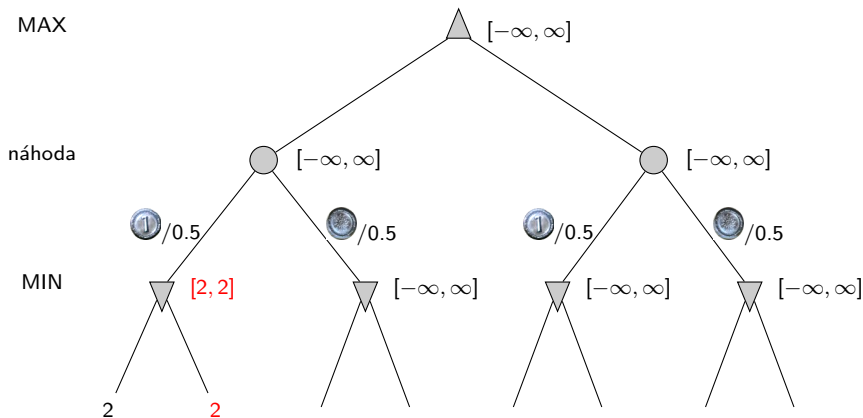
# Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



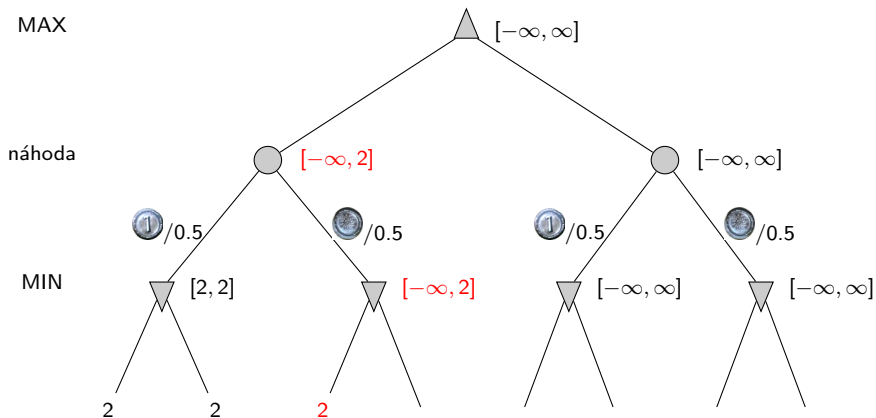
# Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



# Prořezávání v nedeterministických hrách

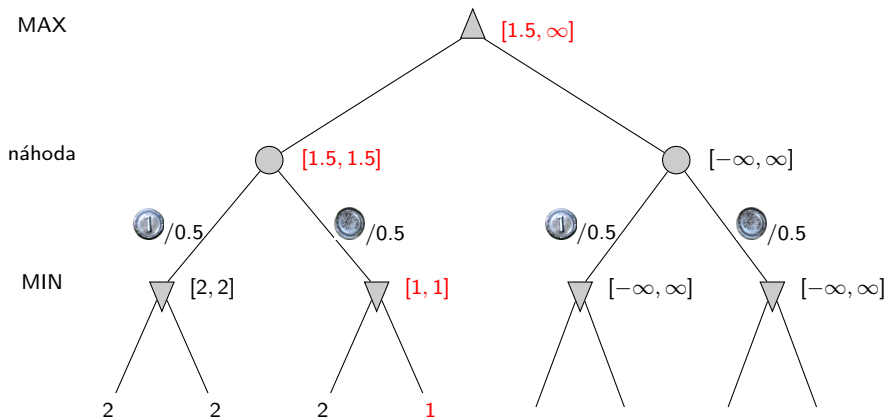
je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání





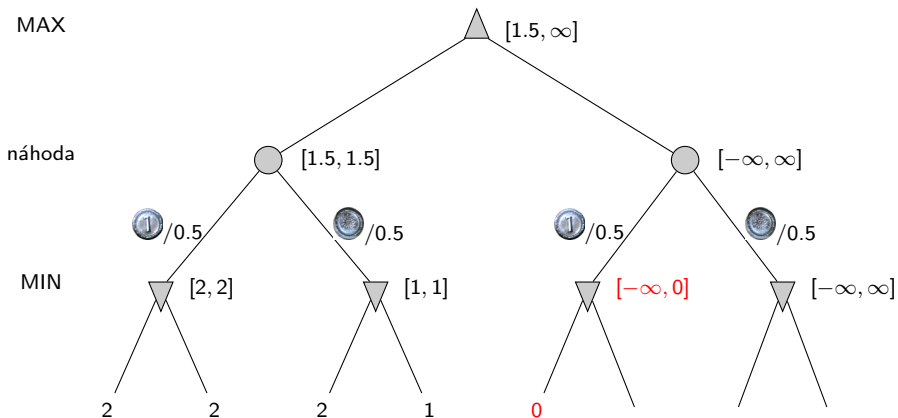
# Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



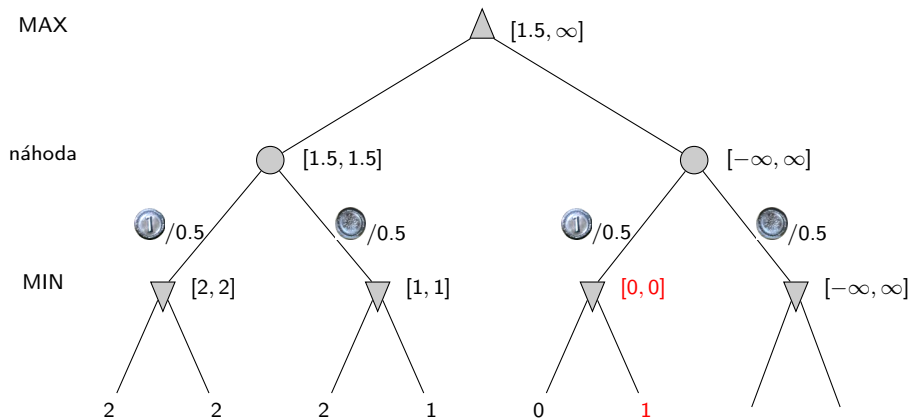
# Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



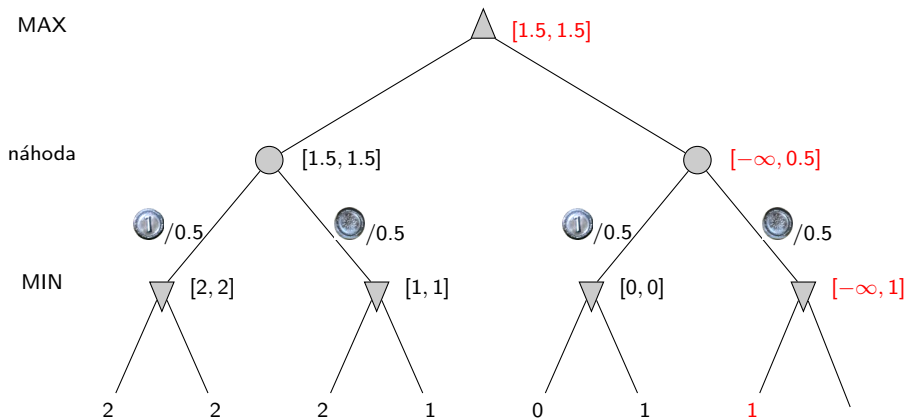
# Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



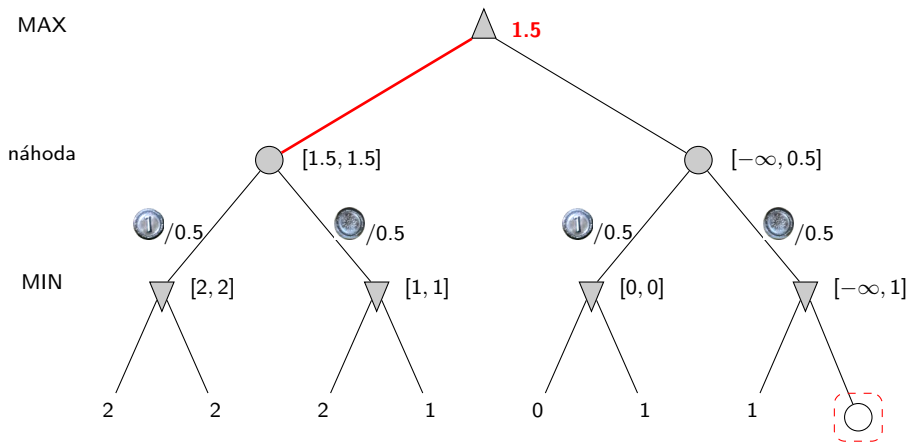
# Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



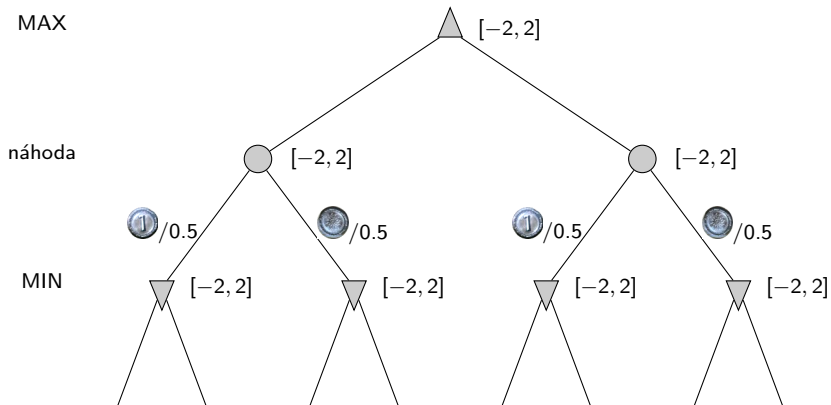
# Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



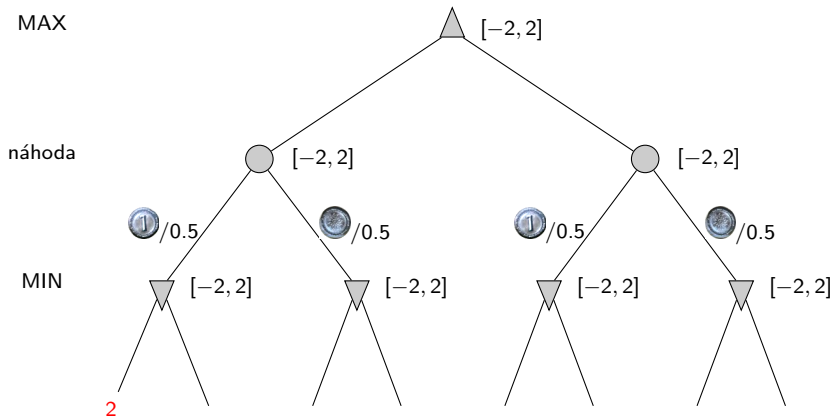
# Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →  
ořezávání je **větší**



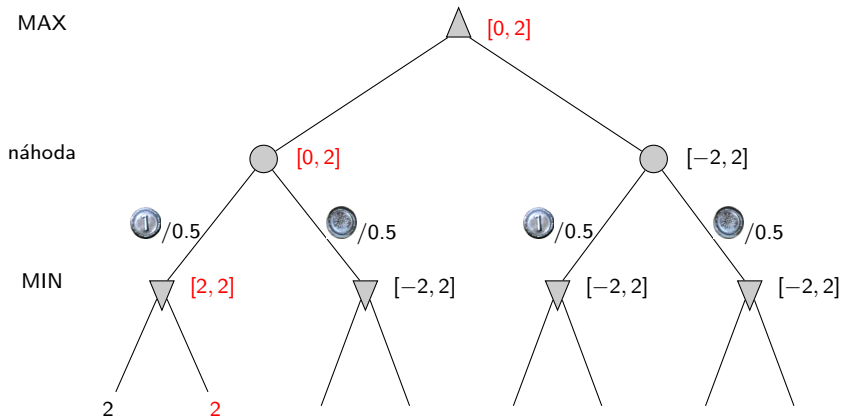
# Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →  
ořezávání je **větší**



# Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →  
ořezávání je **větší**

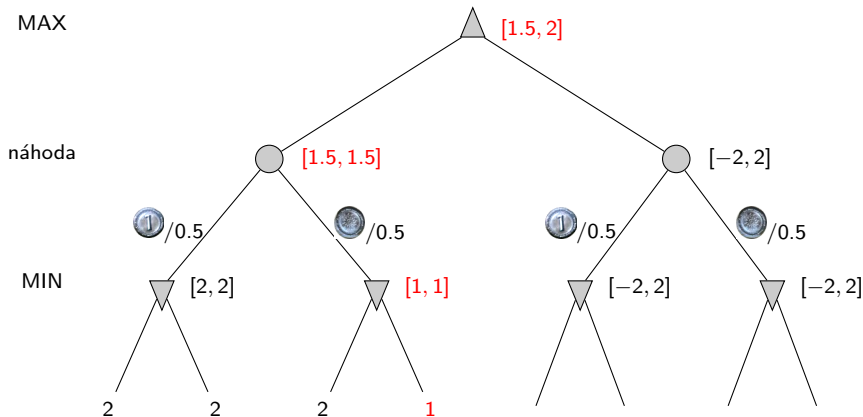






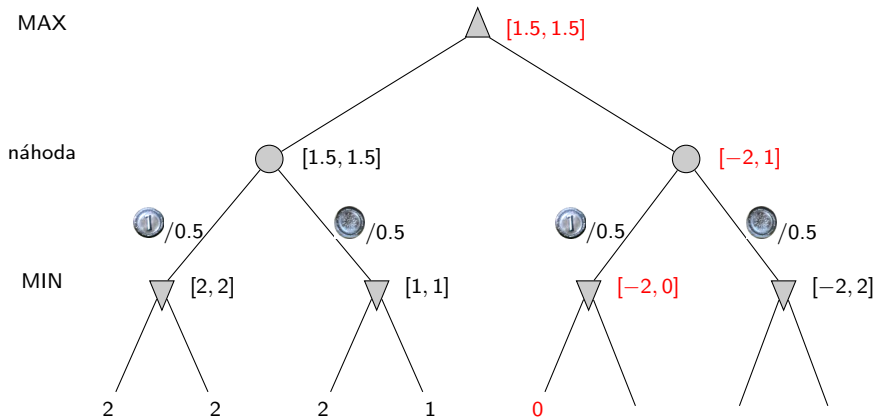
# Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →  
ořezávání je **větší**



# Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →  
ořezávání je **větší**





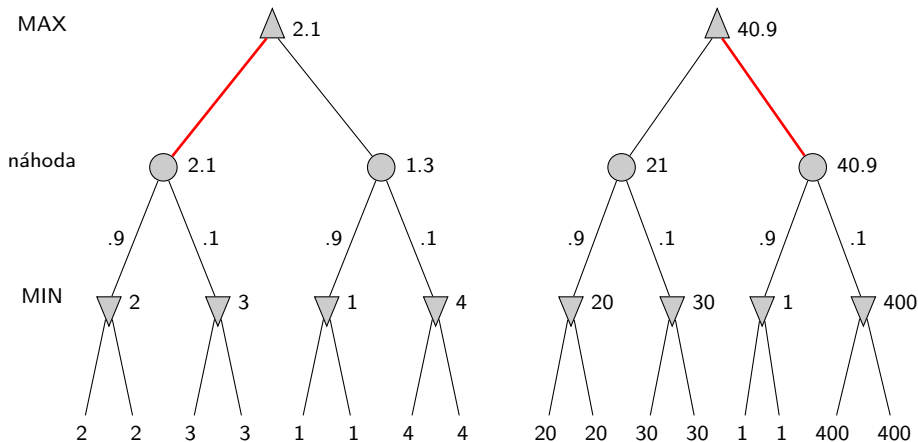
# Nedeterministické hry v praxi

- hody kostkou zvyšují  $b \rightarrow$  se dvěma kostkami 21 možných výsledků
- backgammon – 20 legálních tahů:

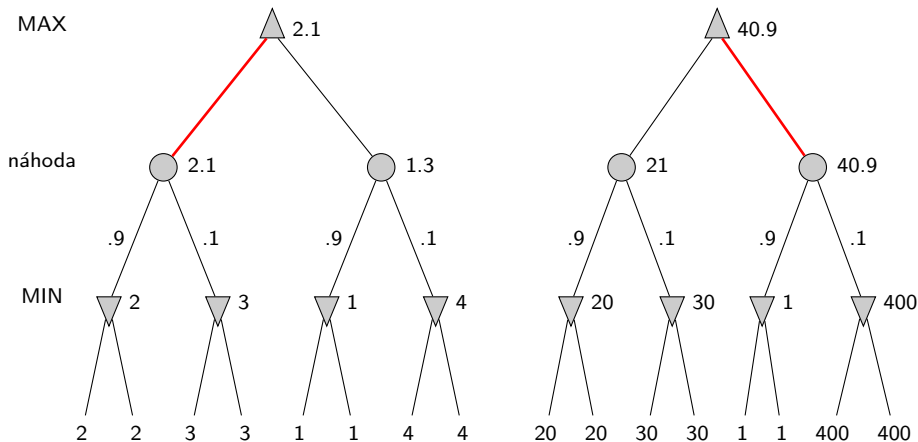
$$\text{hloubka } 4 = 20 \times (21 \times 20)^3 \approx 1.2 \times 10^9$$

- jak se zvyšuje hloubka  $\rightarrow$   
pravděpodobnost dosažení zvoleného uzlu klesá  
 $\Rightarrow$  význam prohledávání se snižuje
- alfa-beta prořezávání je mnohem méně efektivní
- program TDGammon používá prohledávání do hloubky 2 + velice dobrou Eval funkci  
 $\approx$  dosahuje úrovně světového šampionátu

# Odchylna v ohodnocení nedeterministických her



# Odchylka v ohodnocení nedeterministických her



chování je zachováno pouze pro **pozitivní lineární** transformaci funkce *Eval*  
*Eval* u nedeterministických her by tedy měla proporcionálně odpovídat  
 očekávanému výnosu

# Hry s nepřesnými znalostmi

- např. **karetní hry** → **neznáme** počáteční **namíchání karet** oponenta
- obvykle můžeme spočítat **pravděpodobnost** každého možného rozdání
- zjednodušeně – jako jeden velký hod kostkou na začátku
- prohledáváme ovšem ne **reálný stavový prostor**, ale **domnělý stavový prostor**
- program *Jack*, nejčastější vítěz počítačových šampionátů v bridgi používá **metodu Monte Carlo**:
  1. generuje 100 rozdání karet konzistentních s daným podáním
  2. vybírá akci, která je v průměru nejlepší

V roce 2006 porazil Jack na soutěži 3 ze 7 top holandských hráčských párů.