

Dekompozice problému, AND/OR grafy

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Příklad – průběžná písemka
- AND/OR grafy
- Prohledávání AND/OR grafů

Připomínka – průběžná písemka

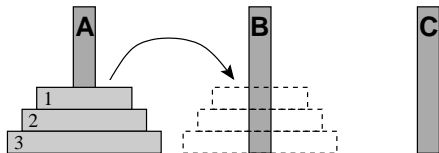
- termín – **příští přednášku, 25. října, 10:00, A217**, na začátku přednášky
- náhradní termín: **není**
- příklady (formou testu – odpovědi A, B, C, D, E, z látky probrané na prvních pěti přednáškách, včetně dnešní):
 - uveden příklad v Prologu, otázka **Co řeší tento program?**
 - uveden příklad v Prologu a cíl, otázka **Co je (návrátová) hodnota výsledku?**
 - **upravte** (doplňte/zmeňte řádek) uvedený **program tak, aby...**
 - uvedeno několik **tvrzení**, potvrďte jejich pravdivost/nepravdivost
 - porovnání **vlastností** několika **algoritmů**
- rozsah: **4 příklady**
- hodnocení: **max. 32 bodů** – za *správnou odpověď* 8 bodů, za *žádnou odpověď* 0 bodů, za *špatnou odpověď* -3 body.

Obsah

- 1 Připomínka – průběžná písemka
- 2 AND/OR grafy
 - Příklad – Hanoiské věže
 - Cesta mezi městy pomocí AND/OR grafů
 - AND/OR graf a strom řešení
 - Příklad – výherní strategie
 - Reprezentace AND/OR grafu
- 3 Prohledávání AND/OR grafů
 - Prohledávání AND/OR grafu do hloubky
 - Heuristické prohledávání AND/OR grafu
 - Cesta mezi městy heuristickým AND/OR hledáním

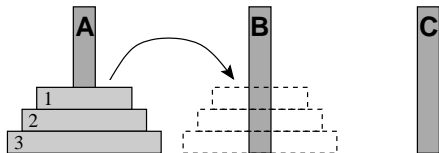
Příklad – Hanoiské věže

- máme tři tyče: **A**, **B** a **C**.
- na tyči **A** je (podle velikosti)
 n kotoučů.
- úkol: přeskládat z **A** pomocí **C**
na tyč **B** (zaps. $n(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$)
bez porušení uspořádání



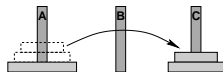
Příklad – Hanoiské věže

- máme tři tyče: **A**, **B** a **C**.
- na tyči **A** je (podle velikosti)
 n kotoučů.
- úkol: přeskládat z **A** pomocí **C**
na tyč **B** (zaps. $n(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$)
bez porušení uspořádání



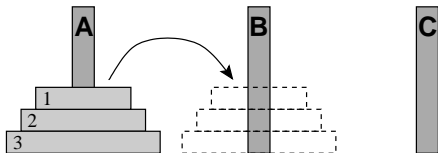
Můžeme rozložit na fáze:

1. přeskládat $n-1$ kotoučů z **A** pomocí **B** na **C**.



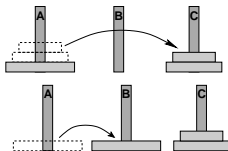
Příklad – Hanoiské věže

- máme tři tyče: **A**, **B** a **C**.
- na tyči **A** je (podle velikosti)
 n kotoučů.
- úkol: přeskládat z **A** pomocí **C**
na tyč **B** (zaps. $n(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$)
bez porušení uspořádání



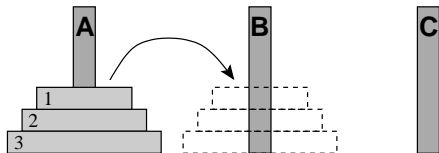
Můžeme rozložit na fáze:

1. přeskládat $n-1$ kotoučů z **A** pomocí **B** na **C**.
2. přeložit **1** kotouč z **A** na **B**



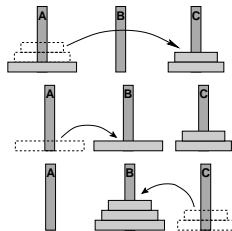
Příklad – Hanoiské věže

- máme tři tyče: **A**, **B** a **C**.
- na tyči **A** je (podle velikosti)
 n kotoučů.
- úkol: přeskládat z **A** pomocí **C**
na tyč **B** (zaps. $n(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$)
bez porušení uspořádání



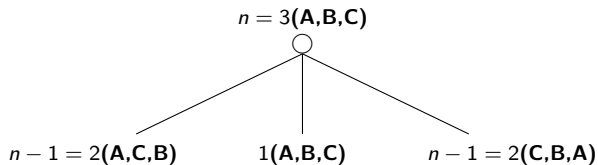
Můžeme rozložit na fáze:

1. přeskládat $n-1$ kotoučů z **A** pomocí **B** na **C**.
2. přeložit **1** kotouč z **A** na **B**
3. přeskládat $n-1$ kotoučů z **C** pomocí **A** na **B**



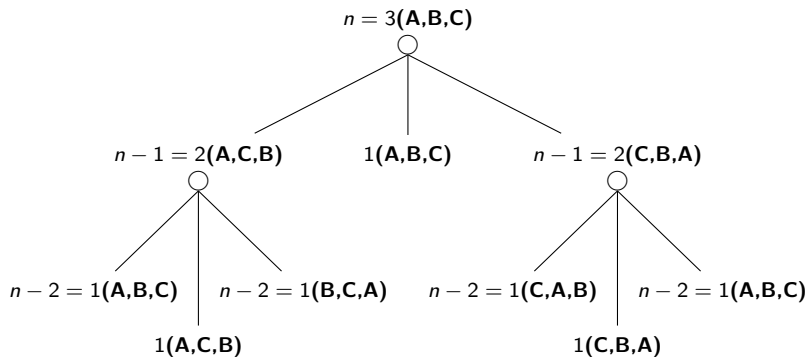
Příklad – Hanoiské věže – pokrač.

schéma celého řešení pro $n = 3$:



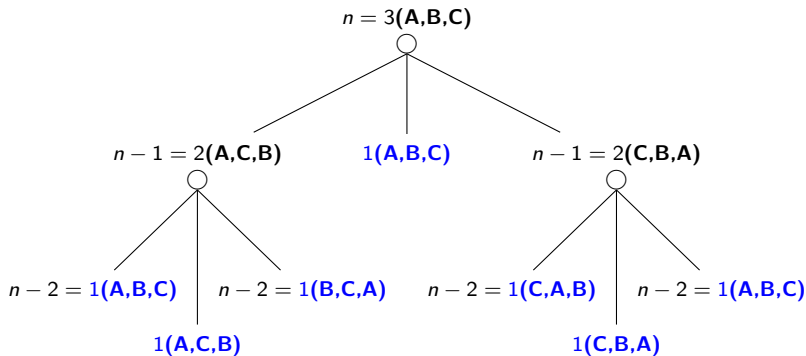
Příklad – Hanoiské věže – pokrač.

schéma celého řešení pro $n = 3$:



Příklad – Hanoiské věže – pokrač.

schéma celého řešení pro $n = 3$:



Příklad – Hanoiské věže – pokrač.

?–**op**(100,xfx,to), **dynamic**(hanoi/5).

hanoi(1,A,B,C,[A to B]).

hanoi(N,A,B,C,Moves) :- **N**>1, **N1 is N-1**, **lemma**(hanoi(N1,A,C,B,Ms1)),
 hanoi(N1,C,B,A,Ms2), **append**(Ms1,[A to B|Ms2],Moves).

lemma(P) :- P,**asserta**((P :- !)).

Příklad – Hanoiské věže – pokrač.

op(+Priorita, +Typ, +Jméno)

Priorita číslo 0..1200

Typ jedno z *xf*, *yf*, *xfx*, *xfy*, *yfx*, *yfy*, *fy* nebo *fx*

Jméno funktor nebo symbol

?-**op**(100,xfx,to), **dynamic**(hanoi/5).

hanoi(1,A,B,C,[A to B]).

hanoi(N,A,B,C,Moves) :- **N**>1, **N1 is N-1**, **lemma**(hanoi(N1,A,C,B,Ms1)),
hanoi(N1,C,B,A,Ms2), **append**(Ms1,[A to B|Ms2],Moves).

lemma(P) :- P,**asserta**((P :- !)).

Příklad – Hanoiské věže – pokrač.

op(+Priorita, +Typ, +Jméno)

Priorita číslo 0..1200

Typ jedno z **xf**, **yf**, **xfx**, **xfy**, **yfx**, **yfy**, **fy** nebo **fx**

Jméno funktor nebo symbol

?– **op**(100,xfx,to), **dynamic**(hanoi/5).

hanoi(1,A,B,C,[A to B]).

hanoi(N,A,B,C,Moves) :- **N**>1, **N1 is N-1**, **lemma**(hanoi(N1,A,C,B,Ms1)),
hanoi(N1,C,B,A,Ms2), **append**(Ms1,[A to B|Ms2],Moves).

lemma(P) :- P,**asserta**((P :- !)).

?– **hanoi**(3,a,b,c,M).

M = [a to b, a to c, b to c, a to b, c to a, c to b, a to b] ;
 No

Cesta mezi městy pomocí AND/OR grafů

města:

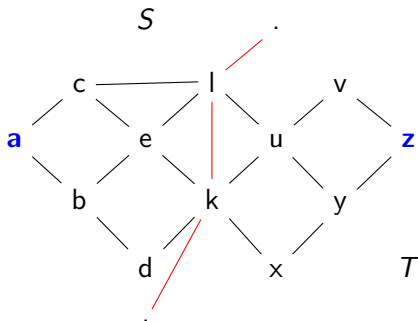
a, ..., **e** ... ve státě *S*

l a **k** ... hraniční přechody

u, ..., **z** ... ve státě *T*

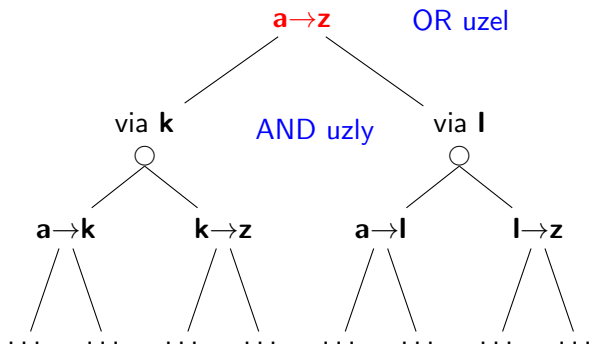
hledáme cestu z **a** do **z**:

- cesta z **a** do hraničního přechodu
- cesta z hraničního přechodu do **z**



Cesta mezi městy pomocí AND/OR grafů – pokrač.

schéma řešení pomocí rozkladu na podproblémy = AND/OR graf



Celkové řešení = podgraf AND/OR grafu, který nevynechává žádného následníka AND-uzlu.

AND/OR graf a strom řešení

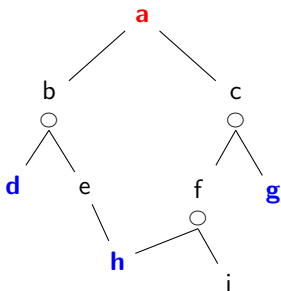
AND/OR graf = graf s 2 typy vnitřních uzlů – **AND uzly** a **OR uzly**

- *AND uzel* jako součást řešení vyžaduje průchod všech svých poduzlů
- *OR uzel* se chová jako běžný uzel klasického grafu

AND/OR graf a strom řešení

AND/OR graf = graf s 2 typy vnitřních uzlů – **AND uzly** a **OR uzly**

- *AND uzel* jako součást řešení vyžaduje průchod všech svých poduzlů
- *OR uzel* se chová jako běžný uzel klasického grafu



AND/OR graf a strom řešení

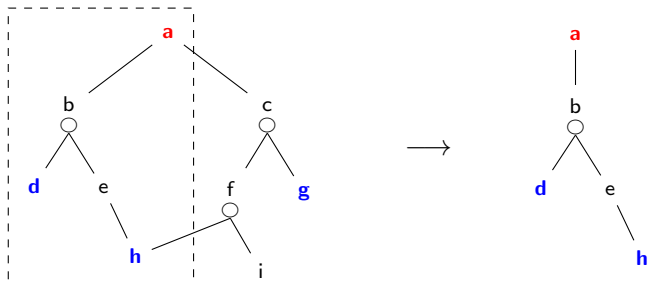
strom řešení T problému P s AND/OR grafem G :

- problém P je **kořen** stromu T
- jestliže P je **OR uzel** grafu $G \Rightarrow$ právě jeden z jeho následníků se svým stromem řešení je v T
- jestliže P je **AND uzel** grafu $G \Rightarrow$ všichni jeho následníci se svými stromy řešení jsou v T
- každý list stromu řešení T je **cílovým uzlem** v G

AND/OR graf a strom řešení

strom řešení T problému P s AND/OR grafem G :

- problém P je **kořen** stromu T
- jestliže P je **OR uzel** grafu $G \Rightarrow$ právě jeden z jeho následníků se svým stromem řešení je v T
- jestliže P je **AND uzel** grafu $G \Rightarrow$ všichni jeho následníci se svými stromy řešení jsou v T
- každý list stromu řešení T je **cílovým uzlem** v G

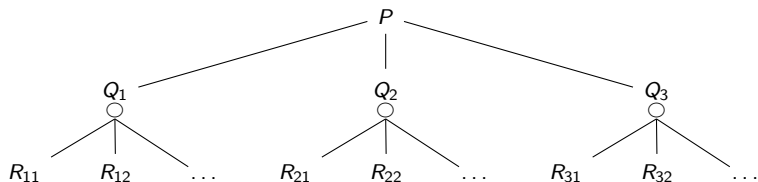


Příklad – výherní strategie

Hra 2 hráčů s perfektními znalostmi, 2 výstupy $\left\{ \begin{array}{l} \text{výhra} \\ \text{prohra} \end{array} \right.$

Výherní strategii je možné formulovat jako AND/OR graf:

- počáteční stav P typu *já-jsem-na-tahu*
- moje tahy vedou do stavů Q_1, Q_2, \dots typu *soupeř-je-na-tahu*
- následně soupeřovy tahy vedou do stavů R_{11}, R_{12}, \dots *já-jsem-na-tahu*
- cíl – stav, který je **výhra** podle pravidel (*prohra* je neřešitelný problém)
- stav P *já-jsem-na-tahu* je **výherní** \Leftrightarrow **některý** z Q_i je výherní, **OR**
- stav Q_i *soupeř-je-na-tahu* je **výherní** \Leftrightarrow **všechny** R_{ij} jsou výherní, **AND**
- **výherní strategie** = řešení AND/OR grafu

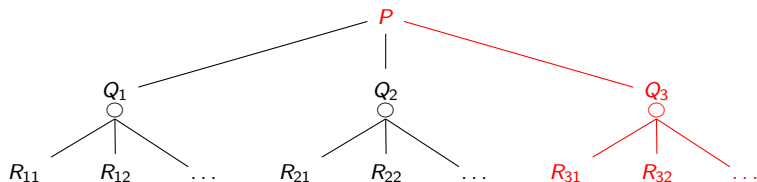


Příklad – výherní strategie

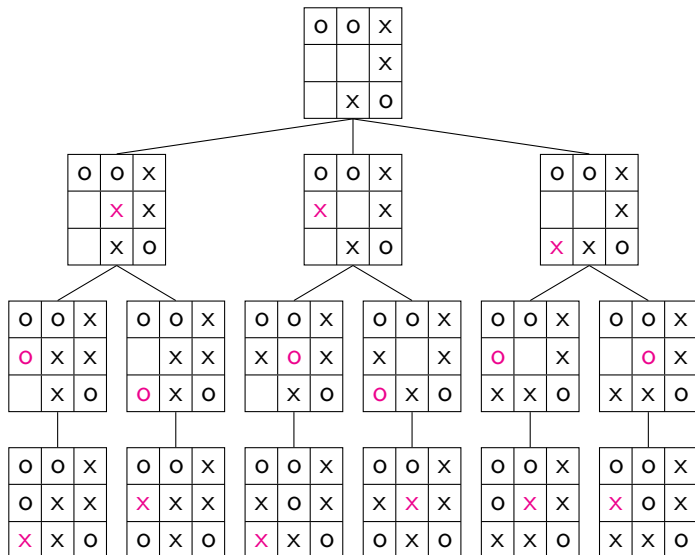
Hra 2 hráčů s perfektními znalostmi, 2 výstupy $\left\{ \begin{array}{l} \text{výhra} \\ \text{prohra} \end{array} \right.$

Výherní strategii je možné formulovat jako AND/OR graf:

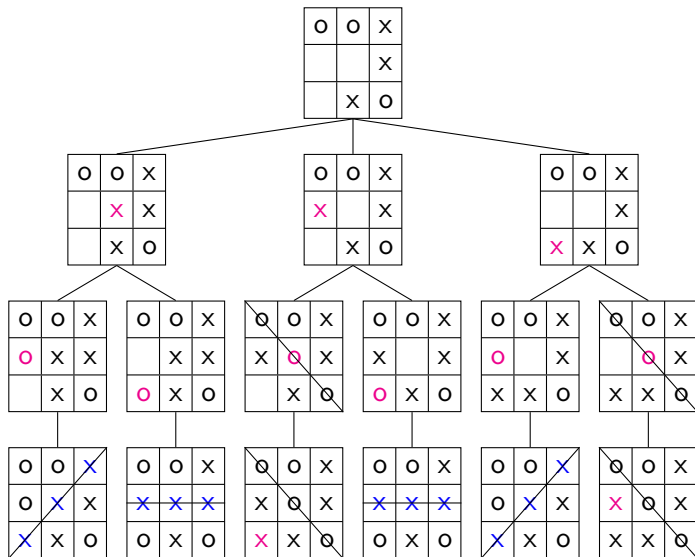
- počáteční stav P typu *já-jsem-na-tahu*
- moje tahy vedou do stavů Q_1, Q_2, \dots typu *soupeř-je-na-tahu*
- následně soupeřovy tahy vedou do stavů R_{11}, R_{12}, \dots *já-jsem-na-tahu*
- cíl – stav, který je **výhra** podle pravidel (*prohra* je neřešitelný problém)
- stav P *já-jsem-na-tahu* je **výherní** \Leftrightarrow **některý** z Q_i je výherní, **OR**
- stav Q_i *soupeř-je-na-tahu* je **výherní** \Leftrightarrow **všechny** R_{ij} jsou výherní, **AND**
- **výherní strategie** = řešení AND/OR grafu



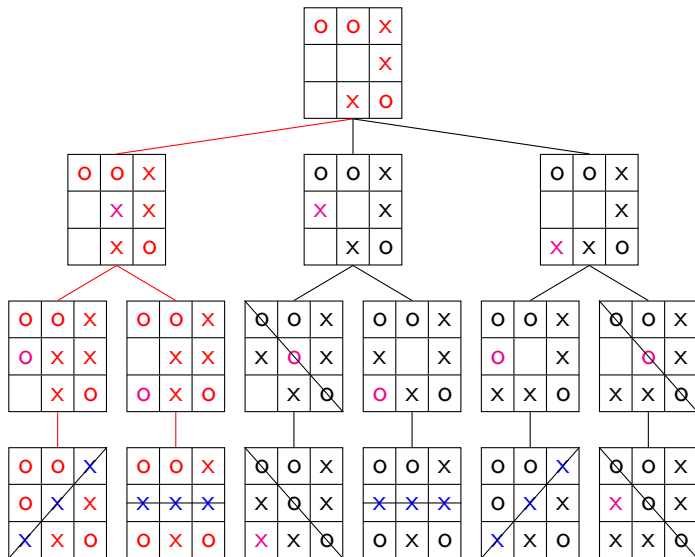
Příklad – výherní strategie



Příklad – výherní strategie



Příklad – výherní strategie



Reprezentace AND/OR grafu

přímý zápis AND/OR grafu v Prologu:

- OR uzel **v** s následníky **u1**, **u2**, ..., **uN**:

```
v :- u1.  
v :- u2.  
...  
v :- uN.
```

- AND uzel **x** s následníky **y1**, **y2**, ..., **yM**:

```
x :- y1, y2, ..., yM.
```

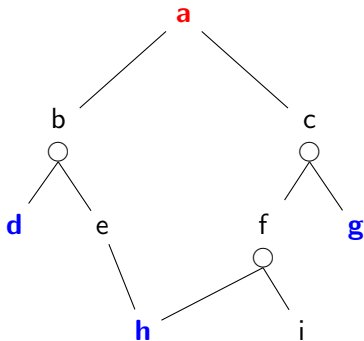
- cílový uzel **g** ($\hat{=}$ elementární problém):

```
g.
```

- kořenový uzel **root**:

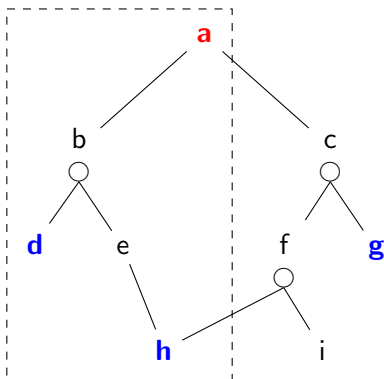
```
?- root.
```

Triviální prohledávání AND/OR grafu v Prologu



```
a :- b.  
a :- c.  
b :- d, e.  
e :- h.  
c :- f, g.  
f :- h, i.  
d.  
g.  
h.
```

Triviální prohledávání AND/OR grafu v Prologu



a :- b.

a :- c.

b :- d, e.

e :- h.

c :- f, g.

f :- h, i.

d.

g.

h.

?- a.

Yes

Reprezentace AND/OR grafu v Prologu

- zavedeme operátory '---->' a ':'

```
?- op(700, xfx, ---->).
```

```
?- op(500, xfx, :).
```

- AND/OR graf budeme zapisovat

```
a ----> or:[b, c].
```

```
b ----> and:[d, e].
```

Reprezentace AND/OR grafu v Prologu

- zavedeme operátory '---->' a ':':

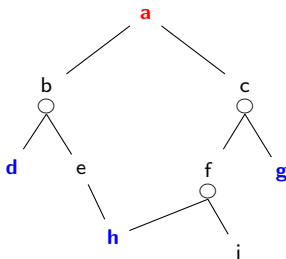
```
?- op(700, xfx, ---->).
```

```
?- op(500, xfx, :).
```

- AND/OR graf budeme zapisovat

```
a ----> or:[b, c].
```

```
b ----> and:[d, e].
```



```
a ----> or:[b,c].
```

```
b ----> and:[d,e].
```

```
c ----> and:[f,g].
```

```
e ----> or:[h].
```

```
f ----> and:[h,i].
```

```
goal(d).
```

```
goal(g).
```

```
goal(h).
```

Obsah

- 1 Připomínka – průběžná písemka
- 2 AND/OR grafy
 - Příklad – Hanoiské věže
 - Cesta mezi městy pomocí AND/OR grafů
 - AND/OR graf a strom řešení
 - Příklad – výherní strategie
 - Reprezentace AND/OR grafu
- 3 Prohledávání AND/OR grafů
 - Prohledávání AND/OR grafu do hloubky
 - Heuristické prohledávání AND/OR grafu
 - Cesta mezi městy heuristickým AND/OR hledáním

Prohledávání AND/OR grafu do hloubky

```
% solve(+Node, -SolutionTree)
solve(Node,Node) :- goal(Node).
solve(Node,Node ----> Tree) :-
    Node ----> or:Nodes, member(Node1,Nodes), solve(Node1,Tree).
solve(Node,Node ----> and:Trees) :-
    Node ----> and:Nodes, solveall(Nodes,Trees).

% solveall([Node1,Node2, ...], [SolutionTree1,SolutionTree2, ...])
solveall([],[]).
solveall([Node|Nodes],[Tree|Trees]) :- solve(Node,Tree), solveall(Nodes,Trees).
```

Prohledávání AND/OR grafu do hloubky

```

% solve(+Node, -SolutionTree)
solve(Node,Node) :- goal(Node).
solve(Node,Node ----> Tree) :-
    Node ----> or:Nodes, member(Node1,Nodes), solve(Node1,Tree).
solve(Node,Node ----> and:Trees) :-
    Node ----> and:Nodes, solveall(Nodes,Trees).

% solveall([Node1,Node2, ...], [SolutionTree1,SolutionTree2, ...])
solveall([],[]).
solveall([Node|Nodes],[Tree|Trees]) :- solve(Node,Tree), solveall(Nodes,Trees).

?- solve(a,Tree).
Tree = a----> (b---->and:[d, e---->h]) ;
No

```


Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*)

- doplnění reprezentace o **cenu přechodové hrany** (=míra složitosti podproblému):

Uzel \rightarrow AndOr:[NaslUzel1/Cena1, NaslUzel2/Cena2, ..., NaslUzelN/CenaN].

- definujeme **cenu uzlu** jako cenu optimálního řešení jeho podstromu
- pro každý uzel N máme daný **odhad** jeho **ceny**:

$h(N)$ = heuristický odhad ceny optimálního podgrafu s kořenem N

- pro každý uzel N , jeho následníky N_1, \dots, N_b a jeho předchůdce M definujeme:

$$F(N) = \text{cena}(M, N) + \begin{cases} h(N), & \text{pro ještě neexpandovaný uzel } N \\ 0, & \text{pro cílový uzel (elementární problém)} \\ \min_i(F(N_i)), & \text{pro OR-uzel } N \\ \sum_i F(N_i), & \text{pro AND-uzel } N \end{cases}$$

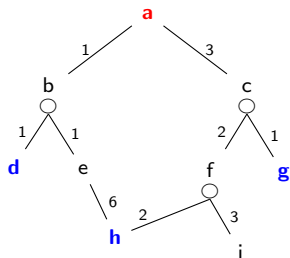
Pro optimální strom řešení S je tedy $F(S)$ právě cena tohoto řešení (=suma \forall hran z S).

Heuristické prohledávání AND/OR grafu – příklad

setříděný seznam částečně expandovaných grafů =

[Nevyřešený₁, Nevyřešený₂, ..., Vyřešený₁, ...]

$F_{\text{Nevyřešený}_1} \leq F_{\text{Nevyřešený}_2} \leq \dots$

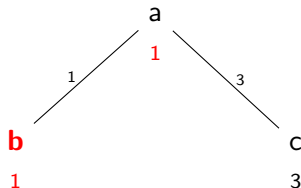
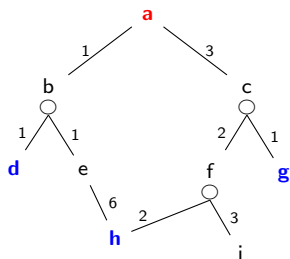


Heuristické prohledávání AND/OR grafu – příklad

setříděný seznam částečně expandovaných grafů =

[Nevyřešený₁, Nevyřešený₂, ..., Vyřešený₁, ...]

$F_{\text{Nevyřešený}_1} \leq F_{\text{Nevyřešený}_2} \leq \dots$

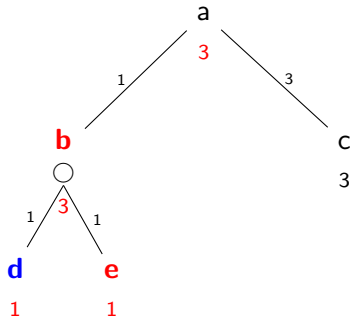
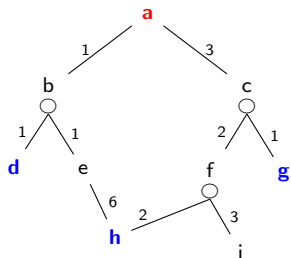


Heuristické prohledávání AND/OR grafu – příklad

setříděný seznam částečně expandovaných grafů =

[Nevyřešený₁, Nevyřešený₂, ..., Vyřešený₁, ...]

$F_{\text{Nevyřešený}_1} \leq F_{\text{Nevyřešený}_2} \leq \dots$

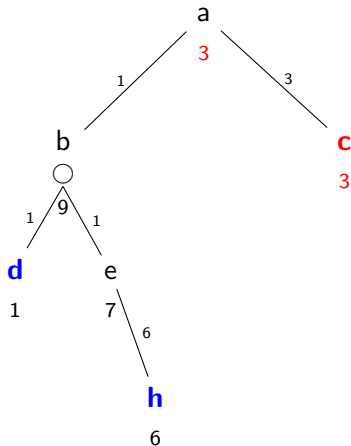
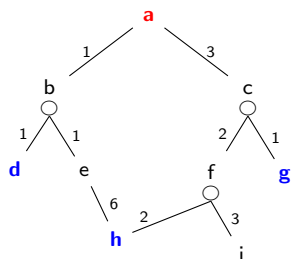


Heuristické prohledávání AND/OR grafu – příklad

setříděný seznam částečně expandovaných grafů =

[Nevyřešený₁, Nevyřešený₂, ..., Vyřešený₁, ...]

$F_{\text{Nevyřešený}_1} \leq F_{\text{Nevyřešený}_2} \leq \dots$

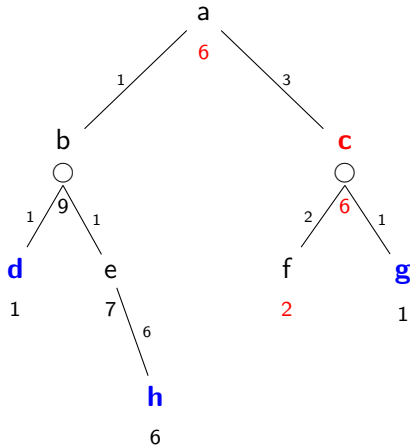
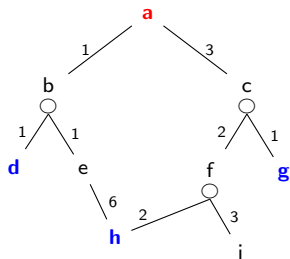


Heuristické prohledávání AND/OR grafu – příklad

setříděný seznam částečně expandovaných grafů =

[Nevyřešený₁, Nevyřešený₂, ..., Vyřešený₁, ...]

$F_{\text{Nevyřešený}_1} \leq F_{\text{Nevyřešený}_2} \leq \dots$

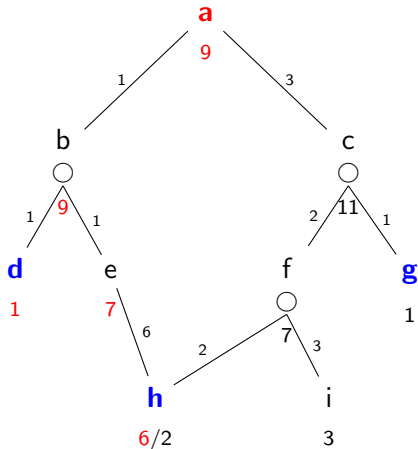
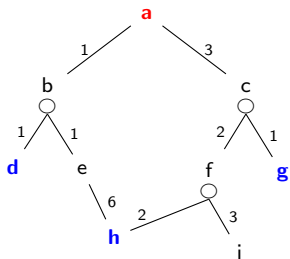


Heuristické prohledávání AND/OR grafu – příklad

setříděný seznam částečně expandovaných grafů =

[Nevyřešený₁, Nevyřešený₂, ..., Vyřešený₁, ...]

$F_{\text{Nevyřešený}_1} \leq F_{\text{Nevyřešený}_2} \leq \dots$

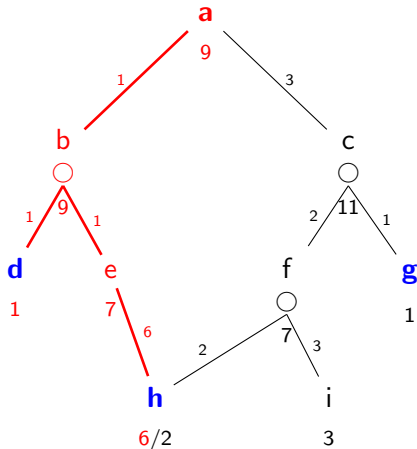
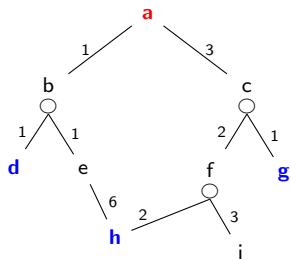


Heuristické prohledávání AND/OR grafu – příklad

setříděný seznam částečně expandovaných grafů =

[Nevyřešený₁, Nevyřešený₂, ..., Vyřešený₁, ...]

$F_{\text{Nevyřešený}_1} \leq F_{\text{Nevyřešený}_2} \leq \dots$



Reprezentace AND/OR grafu při heuristickém prohledávání

- **list** AND/OR grafu ... struktura **leaf(N,F,C)**.
 $F = C + h(N)$
- **OR uzel** AND/OR grafu ... struktura **tree(N,F,C,or:[T1,T2,T3,...])**
 $F = C + \min_j F_j$
- **AND uzel** AND/OR grafu ... struktura **tree(N,F,C,and:[T1,T2,T3,...])**
 $F = C + \sum_j F_j$
- **vyřešený list** AND/OR grafu ... struktura **solvedleaf(N,F)**
 $F = C$
- **vyřešený OR uzel** AND/OR grafu ... struktura **solvedtree(N,F,T)**
 $F = C + F_1$
- **vyřešený AND uzel** AND/OR grafu ... **solvedtree(N,F,and:[T1,T2,...])**
 $F = C + \sum_j F_j$

Reprezentace AND/OR grafu při heuristickém prohledávání

F ... příslušná heuristická F -hodnota uzlu **N**

- list** AND/OR grafu ... struktura **leaf(N,F,C)** C ... cena hrany do uzlu **N**

$$F = C + h(N)$$
- OR uzel** AND/OR grafu ... struktura **tree(N,F,C,or:[T1,T2,T3,...])**

$$F = C + \min_j F_j$$
- AND uzel** AND/OR grafu ... struktura **tree(N,F,C,and:[T1,T2,T3,...])**

$$F = C + \sum_j F_j$$
- vyřešený list** AND/OR grafu ... struktura **solvedleaf(N,F)**

$$F = C$$
- vyřešený OR uzel** AND/OR grafu ... struktura **solvedtree(N,F,T)**

$$F = C + F_1$$
- vyřešený AND uzel** AND/OR grafu ... **solvedtree(N,F,and:[T1,T2,...])**

$$F = C + \sum_j F_j$$

N ... identifikátor uzlu

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*)

```

andor(Node,SolutionTree) :- biggest(Bound),expand(leaf(Node,0,0),Bound,SolutionTree,yes).
% 1: limit Bound překročen (ve všech dalších klauzulích platí  $F \leq Bound$ )
expand(Tree,Bound,Tree,no) :- f(Tree,F), $F > Bound$ ,!.
% 2: nalezen cíl
expand(leaf(Node,F,C),_,solvedleaf(Node,F),yes) :- goal(Node),!.
% 3: expanze listu
expand(leaf(Node,F,C),Bound,NewTree,Solved) :- expandnode(Node,C,Tree1),!,
    (expand(Tree1,Bound,NewTree,Solved);Solved=never,!).
% 4: expanze stromu
expand(tree(Node,F,C,SubTrees),Bound,NewTree,Solved) :- Bound1 is Bound-C,
    expandlist(SubTrees,Bound1,NewSubs,Solved1),
    continue(Solved1,Node,C,NewSubs,Bound,NewTree,Solved).

expandlist(Trees,Bound,NewTrees,Solved) :-
    selecttree(Trees,Tree,OtherTrees,Bound,Bound1),
    expand(Tree,Bound1,NewTree,Solved1),
    combine(OtherTrees,NewTree,Solved1,NewTrees,Solved).

continue(yes,Node,C,SubTrees,_,solvedtree(Node,F,SubTrees),yes) :-
    bestf(SubTrees,H), F is C+H,!.
continue(never,_,_,_,_,never) :- !.
continue(no,Node,C,SubTrees,Bound,NewTree,Solved) :- bestf(SubTrees,H),
    F is C+H,!,expand(tree(Node,F,C,SubTrees),Bound,NewTree,Solved).

```

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*)

```
andor(Node,SolutionTree) :- biggest(Bound),expand(leaf(Node,0,0),Bound,SolutionTree,yes).
```

```
% 1: limit Bound překročen (ve všech dalších klauzulích platí  $F \leq Bound$ )
```

```
expand(Tree,Bound,Tree,no) :- f(Tree,F),F>Bound,!.
```

```
% 2: nalezen cíl
```

```
expand(leaf(Node,F,C),_,solvedleaf(Node,F),yes) :- goal(Node),!.
```

```
% 3: expanze listu
```

```
expand(leaf(Node,F,C),Bound,NewTree,Solved) :- expandnode(Node,C,Tree1),!,
    (expand(Tree1,Bound,NewTree,Solved);Solved=never,!).
```

```
% 4: expanze stromu
```

```
expand(tree(Node,F,C,SubTrees),Bound,NewTree,Solved) :- Bound1 is Bound-C,
    expandlist(SubTrees,Bound1,NewSubs,Solved1),
    continue(Solved1,Node,C,NewSubs,Bound,NewTree,Solved).
```

```
expandlist(Trees,Bound,NewTrees,Solved) :-
    selecttree(Trees,Tree,OtherTrees,Bound,Bound1),
    expand(Tree,Bound1,NewTree,Solved1),
    combine(OtherTrees,NewTree,Solved1,NewTrees,Solved).
```

```
continue(yes,Node,C,SubTrees,_,solvedtree(Node,F,SubTrees),yes) :-
    bestf(SubTrees,H), F is C+H,!
```

```
continue(never,_,_,_,_,never) :- !.
```

```
continue(no,Node,C,SubTrees,Bound,NewTree,Solved) :- bestf(SubTrees,H),
    F is C+H,!,expand(tree(Node,F,C,SubTrees),Bound,NewTree,Solved).
```

expand(+Tree, +Bound, -NewTree,
?Solved)
expanduje Tree po Bound. Výsledek
je NewTree se stavem Solved

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*)

`andor(Node,SolutionTree) :- biggest(Bound),expand(leaf(Node,0,0),Bound,SolutionTree,yes).`

% 1: limit Bound překročen (ve všech dalších klauzulích platí $F \leq Bound$)

`expand(Tree,Bound,Tree,no) :- f(Tree,F),F>Bound,!.`

% 2: nalezen cíl

`expand(leaf(Node,F,C),_,solvedleaf(Node,F),yes) :- goal(Node),!.`

% 3: expanze listu

`expand(leaf(Node,F,C),Bound,NewTree,Solved) :- expandnode(Node,C,Tree1),!
(expand(Tree1,Bound,NewTree,Solved);Solved=never,!).`

% 4: expanze stromu

`expand(tree(Node,F,C,SubTrees),Bound,NewTree,Solved) :- Bound1 is Bound-C,
expandlist(SubTrees,Bound1,NewSubs,Solved1),
continue(Solved1,Node,C,NewSubs,Bound,NewTree,Solved).`

`expandlist(Trees,Bound,NewTrees,Solved) :-`

`selecttree(Trees,Tree,OtherTrees,Bound,Bound1),`

`expand(Tree,Bound1,NewTree,Solved1),`

`combine(OtherTrees,NewTree,Solved1,NewTrees,Solved).`

`continue(yes,Node,C,SubTrees,_,solvedtree(Node,F,SubTrees),yes) :-
bestf(SubTrees,H), F is C+H,!`

`continue(never,_,_,_,_,never) :- !.`

`continue(no,Node,C,SubTrees,Bound,NewTree,Solved) :- bestf(SubTrees,H),
F is C+H,!,expand(tree(Node,F,C,SubTrees),Bound,NewTree,Solved).`

`expand(+Tree, +Bound, -NewTree,
?Solved)`

expanduje **Tree** po **Bound**. Výsledek je **NewTree** se stavem **Solved**

`expandlist` expanduje všechny grafy v seznamu **Trees** se závorou **Bound**. Výsledek je v seznamu **NewTrees** a celkový stav v **Solved**

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*)

andor(Node,SolutionTree) :- **biggest**(Bound),**expand**(leaf(Node,0,0),Bound,SolutionTree,yes).

% 1: limit Bound překročen (ve všech dalších klauzulích platí $F \leq Bound$)

expand(Tree,Bound,Tree,no) :- **f**(Tree,F), $F > Bound$,!.

% 2: nalezen cíl

expand(leaf(Node,F,C),_,solvedleaf(Node,F),yes) :- **goal**(Node),!.

% 3: expanze listu

expand(leaf(Node,F,C),Bound,NewTree,Solved) :- **expandnode**(Node,C,Tree1),!
(**expand**(Tree1,Bound,NewTree,Solved);Solved=**never**,!).

% 4: expanze stromu

expand(tree(Node,F,C,SubTrees),Bound,NewTree,Solved) :- **Bound1 is Bound-C**,
expandlist(SubTrees,Bound1,NewSubs,Solved1),
continue(Solved1,Node,C,NewSubs,Bound,NewTree,Solved).

expandlist(Trees,Bound,NewTrees,Solved) :-

selecttree(Trees,Tree,OtherTrees,Bound,Bound1),

expand(Tree,Bound1,NewTree,Solved1),

combine(OtherTrees,NewTree,Solved1,NewTrees,Solved).

continue(yes,Node,C,SubTrees,_,solvedtree(Node,F,SubTrees),yes) :-

bestf(SubTrees,H), **F is C+H**,!.

continue(never,_,_,_,_,never) :- !.

continue(no,Node,C,SubTrees,Bound,NewTree,Solved) :- **bestf**(SubTrees,H),

F is C+H,!**expand**(tree(Node,F,C,SubTrees),Bound,NewTree,Solved).

expand(+Tree, +Bound, -NewTree, ?Solved)

expanduje **Tree** po **Bound**. Výsledek je **NewTree** se stavem **Solved**

expandlist expanduje všechny grafy v seznamu **Trees** se závorou **Bound**. Výsledek je v seznamu **NewTrees** a celkový stav v **Solved**

continue určuje, jak pokračovat po expanzi seznamu grafů

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*) – pokrač.

```

combine(or:_:Tree,yes,Tree,yes) :- !.
combine(or:Trees,Tree,no,or:NewTrees,no) :- insert(Tree,Trees,NewTrees),!.
combine(or:[],_:_:never,_:_:never) :- !.
combine(or:Trees,_:_:never,or:Trees,no) :- !.
combine(and:Trees,Tree,yes,and:Tree|Trees,yes) :- allsolved(Trees),!.
combine(and:_:_:never,_:_:never) :- !.
combine(and:Trees,Tree,YesNo,and:NewTrees,no) :- insert(Tree,Trees,NewTrees),!.

```

```

expandnode(Node,C,tree(Node,F,C,Op:SubTrees)) :-
  Node ----> Op:Successors,
  expandsucc(Successors,SubTrees),bestf(Op:SubTrees,H),F is C+H.
expandsucc([],[]).
expandsucc([Node/C|NodesCosts],Trees) :- h(Node,H),F is C+H,
  expandsucc(NodesCosts,Trees1), insert(leaf(Node,F,C),Trees1,Trees).

```

```

allsolved([]).
allsolved([Tree|Trees]) :- solved(Tree),allsolved(Trees).

```

```

solved(solvedtree(_:_:_)).
solved(solvedleaf(_:_)).

```

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*) – pokrač.

combine(Other Trees, New Tree, Solved1, New Trees, Solved)
 kombinuje výsledky expanze stromu a seznamu stromů

```
combine(or:_, Tree, yes, Tree, yes) :- !.
combine(or: Trees, Tree, no, or: New Trees, no) :- insert(Tree, Trees, New Trees), !.
combine(or: [], _, never, _, never) :- !.
combine(or: Trees, _, never, or: Trees, no) :- !.
combine(and: Trees, Tree, yes, and: [Tree|Trees], yes) :- allsolved(Trees), !.
combine(and: _, _, never, _, never) :- !.
combine(and: Trees, Tree, YesNo, and: New Trees, no) :- insert(Tree, Trees, New Trees), !.
```

```
expandnode(Node, C, tree(Node, F, C, Op: SubTrees)) :-
  Node ----> Op: Successors,
  expandsucc(Successors, SubTrees), bestf(Op: SubTrees, H), F is C+H.
expandsucc([], []).
expandsucc([Node/C|NodesCosts], Trees) :- h(Node, H), F is C+H,
  expandsucc(NodesCosts, Trees1), insert(leaf(Node, F, C), Trees1, Trees).
```

```
allsolved([]).
allsolved([Tree|Trees]) :- solved(Tree), allsolved(Trees).
```

```
solved(solvedtree(_, _, _)).
solved(solvedleaf(_, _)).
```


Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*) – pokrač.

`combine(OtherTrees,NewTree,Solved1,NewTrees,Solved)`
 kombinuje výsledky expanze stromu a seznamu stromů

```
combine(or:_,Tree,yes,Tree,yes) :- !.
combine(or:Trees,Tree,no,or:NewTrees,no) :- insert(Tree,Trees,NewTrees),!.
combine(or:[],_,never,_,never) :- !.
combine(or:Trees,_,never,or:Trees,no) :- !.
combine(and:Trees,Tree,yes,and:[Tree|Trees],yes) :- allsolved(Trees),!.
combine(and:_,_,never,_,never) :- !.
combine(and:Trees,Tree,YesNo,and:NewTrees,no) :- insert(Tree,Trees,NewTrees),!.
```

```
expandnode(Node,C,tree(Node,F,C,Op:SubTrees)) :-
  Node ----> Op:Successors,
  expandsucc(Successors,SubTrees),bestf(Op:SubTrees,H),F is C+H.
expandsucc([],[]).
expandsucc([Node/C|NodesCosts],Trees) :- h(Node,H),F is C+H,
  expandsucc(NodesCosts,Trees1), insert(leaf(Node,F,C),Trees1,Trees).
```

`expandnode` převede uzel z `Node` → `AndOr: Succ` do `tree(Node,F,C,SubTr)`

```
allsolved([]).
allsolved([Tree|Trees]) :- solved(Tree),allsolved(Trees).
```

```
solved(solvedtree(_,_,_)).
solved(solvedleaf(_,_)).
```

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*) – pokrač.

combine(Other Trees, New Tree, Solved1, New Trees, Solved)
kombinuje výsledky expanze stromu a seznamu stromů

```
combine(or:_, Tree, yes, Tree, yes) :- !.
combine(or: Trees, Tree, no, or: New Trees, no) :- insert(Tree, Trees, New Trees), !.
combine(or: [], _, never, _, never) :- !.
combine(or: Trees, _, never, or: Trees, no) :- !.
combine(and: Trees, Tree, yes, and: [Tree|Trees], yes) :- allsolved(Trees), !.
combine(and: _, _, never, _, never) :- !.
combine(and: Trees, Tree, YesNo, and: New Trees, no) :- insert(Tree, Trees, New Trees), !.
```

```
expandnode(Node, C, tree(Node, F, C, Op: SubTrees)) :-
```

```
Node ----> Op: Successors,
```

```
expandsucc(Successors, SubTrees), bestf(Op: SubTrees, H), F is C+H.
```

```
expandsucc([], []).
```

```
expandsucc([Node/C|NodesCosts], Trees) :- h(Node, H), F is C+H,
```

```
expandsucc(NodesCosts, Trees1), insert(leaf(Node, F, C), Trees1, Trees).
```

expandnode převede uzel z **Node** → **AndOr: Succ**
do **tree(Node, F, C, SubTr)**

```
allsolved([]).
```

```
allsolved([Tree|Trees]) :- solved(Tree), allsolved(Trees).
```

allsolved zkontroluje, jestli všechny stromy
v seznamu jsou vyřešené

```
solved(solvedtree(_, _, _)).
```

```
solved(solvedleaf(_, _)).
```

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*) – pokrač.

```
f(Tree,F) :- arg(2,Tree,F),!.
```

```
insert(T,[],[T]) :- !.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T,T1|Ts]) :- solved(T1),!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T1|Ts1]) :- solved(T),insert(T,Ts,Ts1),!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T,T1|Ts]) :- f(T,F),f(T1,F1),F=<F1,!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T1|Ts1]) :- insert(T,Ts,Ts1).
```

```
% první následovník v OR-uzlu je nejlepší
```

```
bestf(or:[Tree|_],F) :- f(Tree,F),!.
```

```
bestf(and:[],0) :- !.
```

```
bestf(and:[Tree1|Trees],F) :- f(Tree1,F1),bestf(and:Trees,F2),F is F1+F2,!.
```

```
bestf(Tree,F) :- f(Tree,F).
```

```
selecttree(Op:[Tree],Tree,Op:[],Bound,Bound) :- !. % jediný kandidát
```

```
selecttree(Op:[Tree|Trees],Tree,Op:Trees,Bound,Bound1) :- bestf(Op:Trees,F),  
(Op=or,! ,min(Bound,F,Bound1);Op=and,Bound1 is Bound-F).
```

```
min(A,B,A) :- A<B,!.
```

```
min(A,B,B).
```

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*) – pokrač.

```
f(Tree,F) :- arg(2,Tree,F),!.
```

insert vkládá strom do seznamu stromů se zachováním třídění

```
insert(T,[],[T]) :- !.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T,T1|Ts]) :- solved(T1),!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T1|Ts1]) :- solved(T),insert(T,Ts,Ts1),!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T,T1|Ts]) :- f(T,F),f(T1,F1),F=<F1,!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T1|Ts1]) :- insert(T,Ts,Ts1).
```

% první následovník v OR–uzlu je nejlepší

```
bestf(or:[Tree|_],F) :- f(Tree,F),!.
```

```
bestf(and:[],0) :- !.
```

```
bestf(and:[Tree1|Trees],F) :- f(Tree1,F1),bestf(and:Trees,F2),F is F1+F2,!.
```

```
bestf(Tree,F) :- f(Tree,F).
```

```
selecttree(Op:[Tree],Tree,Op:[],Bound,Bound) :- !. % jediný kandidát
```

```
selecttree(Op:[Tree|Trees],Tree,Op:Trees,Bound,Bound1) :- bestf(Op:Trees,F),  
(Op=or,! ,min(Bound,F,Bound1);Op=and,Bound1 is Bound-F).
```

```
min(A,B,A) :- A<B,!.
```

```
min(A,B,B).
```

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*) – pokrač.

```
f(Tree,F) :- arg(2,Tree,F),!.
```

insert vkládá strom do seznamu stromů se zachováním třídění

```
insert(T,[],[T]) :- !.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T,T1|Ts]) :- solved(T1),!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T1|Ts1]) :- solved(T),insert(T,Ts,Ts1),!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T,T1|Ts]) :- f(T,F),f(T1,F1),F=<F1,!.
```

```
insert(T,[T1|Ts],[T1|Ts1]) :- insert(T,Ts,Ts1).
```

% první následovník v OR–uzlu je nejlepší

```
bestf(or:[Tree|_],F) :- f(Tree,F),!.
```

bestf vyhledá uloženou F-hodnotu AND/OR stromu/uzlu

```
bestf(and:[],0) :- !.
```

```
bestf(and:[Tree1|Trees],F) :- f(Tree1,F1),bestf(and:Trees,F2),F is F1+F2,!.
```

```
bestf(Tree,F) :- f(Tree,F).
```

```
selecttree(Op:[Tree],Tree,Op:[],Bound,Bound) :- !. % jediný kandidát
```

```
selecttree(Op:[Tree|Trees],Tree,Op:Trees,Bound,Bound1) :- bestf(Op:Trees,F),
  (Op=or,! ,min(Bound,F,Bound1);Op=and,Bound1 is Bound-F).
```

```
min(A,B,A) :- A<B,!.
```

```
min(A,B,B).
```

Heuristické prohledávání AND/OR grafu (AO*) – pokrač.

`f(Tree,F) :- arg(2,Tree,F),!.`

insert vkládá strom do seznamu stromů se zachováním třídění

`insert(T,[],[T]) :- !.`

`insert(T,[T1|Ts],[T,T1|Ts]) :- solved(T1),!.`

`insert(T,[T1|Ts],[T1|Ts1]) :- solved(T),insert(T,Ts,Ts1),!.`

`insert(T,[T1|Ts],[T,T1|Ts]) :- f(T,F),f(T1,F1),F=<F1,!.`

`insert(T,[T1|Ts],[T1|Ts1]) :- insert(T,Ts,Ts1).`

% první následovník v OR–uzlu je nejlepší

`bestf(or:[Tree|_],F) :- f(Tree,F),!.`

bestf vyhledá uloženou F-hodnotu AND/OR stromu/uzlu

`bestf(and:[],0) :- !.`

`bestf(and:[Tree1|Trees],F) :- f(Tree1,F1),bestf(and:Trees,F2),F is F1+F2,!.`

`bestf(Tree,F) :- f(Tree,F).`

`selecttree(+Trees,-BestTree,-OtherTrees,+Bound,-Bound1)`

vybere BestTree z Trees, zbytek je v OtherTrees. Bound je závora pro Trees, Bound1 pro BestTree

`selecttree(Op:[Tree],Tree,Op:[],Bound,Bound) :- !. % jediný kandidát`

`selecttree(Op:[Tree|Trees],Tree,Op:Trees,Bound,Bound1) :- bestf(Op:Trees,F),`

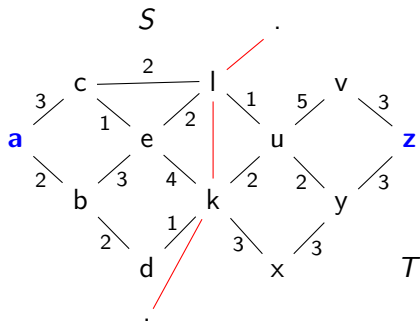
`(Op=or,! ,min(Bound,F,Bound1);Op=and,Bound1 is Bound-F).`

`min(A,B,A) :- A<B,!.`

`min(A,B,B).`

Cesta mezi městy heuristickým AND/OR hledáním

- cesta mezi **Mesto1** a **Mesto2** – predikát **move(Mesto1,Mesto2,Vzdal)**.
- klíčové postavení města **Mesto3** – predikát **key(Mesto1–Mesto2,Mesto3)**.



```

move(a,b,2). move(a,c,3). move(b,e,3).
move(b,d,2). move(c,e,1). move(c,l,2).
move(e,k,4). move(e,l,2). move(k,u,2).
move(k,x,3). move(u,v,5). move(x,y,3).
move(y,z,3). move(v,z,3). move(l,u,1).
move(d,k,1). move(u,y,2).
    
```

```

stateS(a). stateS(b). stateS(c).
stateS(d). stateS(e).
stateT(u). stateT(v). stateT(x).
stateT(y). stateT(z).
border(l). border(k).
    
```

```

key(M1–M2,M3) :- stateS(M1), stateT(M2),
border(M3).
    
```

```

city(X) :- (stateS(X);stateT(X);border(X)).
    
```

Cesta mezi městy heuristickým AND/OR hledáním

vlastní hledání cesty:

1. **Y1, Y2,...** klíčové body mezi městy **A** a **Z**. Hledej jednu z cest:
 - cestu z **A** do **Z** přes **Y1**
 - cestu z **A** do **Z** přes **Y2**
 - ...
2. Není-li mezi městy **A** a **Z** klíčové město \Rightarrow hledej souseda **Y** města **A** takového, že existuje cesta z **Y** do **Z**.

Cesta mezi městy heuristickým AND/OR hledáním

Konstrukce příslušného AND/OR grafu:

“manuální” výpis všech uzlů:

```
?- op(560,xfx,via). % operátory X-Z a X-Z via Y
a-z ----> or:[a-z via k/0,a-z via l/0]
a-v ----> or:[a-v via k/0,a-v via l/0]
...

a-l ----> or:[c-l/3,b-l/2]
b-l ----> or:[e-l/3,d-l/2]
...

a-z via l ----> and:[a-l/0,l-z/0]
a-v via l ----> and:[a-l/0,l-v/0]
...

goal(a-a). goal(b-b). ...
```

Cesta mezi městy heuristickým AND/OR hledáním

Konstrukce příslušného AND/OR grafu:

“pravidlová” definice grafu:

?- **op**(560,xfx,via). % operátory $X-Z$ a $X-Z$ via Y

% $a-z$ ----> or:[$a-z$ via $k/0, a-z$ via $l/0$]

% $a-v$ ----> or:[$a-v$ via $k/0, a-v$ via $l/0$]

% ...

$X-Z$ ---> **or:Problemlist** :- city(X),city(Z), bagof(($X-Z$ via Y)/0, key($X-Z,Y$), Problemlist),!.

% $a-l$ ----> or:[$c-l/3, b-l/2$]

% $b-l$ ----> or:[$e-l/3, d-l/2$]

% ...

$X-Z$ ---> **or:Problemlist** :- city(X),city(Z), bagof(($Y-Z$)/D, move(X,Y,D), Problemlist).

% $a-z$ via l ----> and:[$a-l/0, l-z/0$]

% $a-v$ via l ----> and:[$a-l/0, l-v/0$]

% ...

$X-Z$ via Y ---> **and:**[($X-Y$)/0,($Y-Z$)/0] :- city(X),city(Z),key($X-Z,Y$).

% goal($a-a$). goal($b-b$). ...

goal($X-X$).

Cesta mezi městy heuristickým AND/OR hledáním – pokrač.

jednoduchá heuristika $h(X - Z \mid X - Z \text{ via } Y)$:

- stejné město: $h = 0$ (cíl, elementární problém)
- hrana mezi X a Y $\text{move}(X, Y, C)$: $h = C$
- jinak, stejný stát: $h = 1$
- jinak, různý stát: $h = 2$

jiná možnost – *vzdušná vzdálenost*

Když $\forall n : h(n) \leq h^*(n)$, kde h^* je minimální cena řešení uzlu $n \Rightarrow$ najdeme **vždy optimální řešení**

Cesta mezi městy heuristickým AND/OR hledáním – pokrač.

```

:- andor(a-z,SolutionTree), write(SolutionTree).
  solvedtree(a-z,11,
    solvedtree(a-z via l,11,
      and:[
        solvedtree(l-z,6,solvedtree(u-z,6,solvedtree(y-z,5,solvedleaf(z-z,3)))),
        solvedtree(a-l,5,solvedtree(c-l,5,solvedleaf(l-l,2))))])
  
```

