

Operace na datových strukturách

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Operace na datových strukturách
- Binární stromy
- Reprezentace grafů

Práce se seznamy

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor `./2`; prázdný seznam `[]`
- `.(Hlava,Tělo)`, alternativně `[Hlava|Tělo]`,
Hlava je (typu) *prvek seznamu*, **Tělo** je (typu) *seznam*

Práce se seznamy

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor $./2$; prázdný seznam $[]$
- $.(Hlava, Tělo)$, alternativně $[Hlava|Tělo]$,
Hlava je (typu) *prvek seznamu*, **Tělo** je (typu) *seznam*

$.(a, [])$	$[a]$	$[a []]$
$.(a, .(b, .(c, [])))$	$[a, b, c]$	$[a, b [c]], [a [b, c]],$ $[a, b, c []], [a [b, c []]],$ $[a [b [c []]]]$
$.(a, .(.(b, .(c, [])), []))$	$[a, [b, c]]$	$[a [b, c]], \dots$

Práce se seznamy

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor $./2$; prázdný seznam $[]$
- $.(Hlava, Tělo)$, alternativně $[Hlava|Tělo]$,
Hlava je (typu) *prvek seznamu*, **Tělo** je (typu) *seznam*

$.(a, [])$	$[a]$	$[a []]$
$.(a, .(b, .(c, [])))$	$[a, b, c]$	$[a, b [c]], [a [b, c]],$ $[a, b, c []], [a [b, c []]],$ $[a [b [c []]]]$
$.(a, .(b, .(c, []), []))$	$[a, [b, c]]$	$[a [b, c]], \dots$

Práce se seznamy

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor `./2`; prázdný seznam `[]`
- **.(Hlava,Tělo)**, alternativně **[Hlava|Tělo]**,
Hlava je (typu) *prvek seznamu*, **Tělo** je (typu) *seznam*

<code>.(a,[])</code>	<code>[a]</code>	<code>[a []]</code>
<code>.(a,.(b,.(c,[])))</code>	<code>[a,b,c]</code>	<code>[a,b [c], [a [b,c],</code> <code>[a,b,c []], [a [b,c []]],</code> <code>[a [b [c []]]]</code>
<code>.(a,.(.(b,.(c,[])),[]))</code>	<code>[a,[b,c]]</code>	<code>[a [b,c]],...</code>
<code>...</code>	<code>[a1,[[b3,c3],d2,e2],f1]</code>	<code>...</code>

Práce se seznamy – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu je zadaný prvek

Práce se seznamy – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu je zadaný prvek

1. `member(X,[X|_]).` `member(X,[X|_]).` je stručný zápis pro `member(X,L):-L=[X|_].`
`member(X,[_|T]) :- member(X,T).`

Práce se seznamy – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu je zadaný prvek

1. `member(X,[X|_]).` `member(X,[X|_]).` je stručný zápis pro `member(X,L):-L=[X|_].`

`member(X,[_|T]) :- member(X,T).`

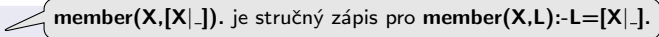
?- `member(a,[X,b,c]).`

X=a

Yes

Práce se seznamy – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu je zadaný prvek

- `member(X,[X|_]).`  `member(X,[X|_]).` je stručný zápis pro `member(X,L):-L=[X|_].`

`member(X,[_|T]) :- member(X,T).`

?– `member(a,[X,b,c]).`

X=a

Yes
- `member(X,[Y|_]) :- X == Y.`

`member(X,[_|T]) :- member(X,T).`

Práce se seznamy – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu je zadaný prvek

1. `member(X,[X|_]).` `member(X,[X|_]).` je stručný zápis pro `member(X,L):-L=[X|_].`

`member(X,[_|T]) :- member(X,T).`

?- `member(a,[X,b,c]).`

X=a

Yes

2. `member(X,[Y|_]) :- X == Y.`

`member(X,[_|T]) :- member(X,T).`

?- `member(a,[X,b,c]).`

No

Práce se seznamy – del a insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**
del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (dle pořadí) výskyt **A** v seznamu **L**

Práce se seznamy – del a insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**
del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (dle pořadí) výskyt **A** v seznamu **L**

```
del(-,[],[]).  
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).  
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A \= H, del(A,T1,T2).
```

```
del1(A,[A|T],T).  
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).
```

Práce se seznamy – del a insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**
del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (dle pořadí) **výskyt A** v seznamu **L**

```
del(-,[],[]).
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).

?- del(1,[1,2,1,1,2,3,1,1],L).
L = [2, 2, 3]
Yes

del1(A,[A|T],T).
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).
```


Práce se seznamy – del a insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**
del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (dle pořadí) výskyt **A** v seznamu **L**

```
del(-,[],[]).
```

```
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).
```

```
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).
```

```
del1(A,[A|T],T).
```

```
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).
```

```
?- del(1,[1,2,1,1,2,3,1,1],L).
```

```
L = [2, 2, 3]
```

```
Yes
```

```
?- del1(1,[1,2,1],L).
```

```
L = [2, 1] ;
```

```
L = [1, 2] ;
```

```
No
```

Práce se seznamy – del a insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**
del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (dle pořadí) **výskyt A** v seznamu **L**

<code>del(-,[],[]).</code>	<code>?- del(1,[1,2,1,1,2,3,1,1],L).</code>
<code>del(A,[A T],V) :- del(A,T,V).</code>	<code>L = [2, 2, 3]</code>
<code>del(A,[H T1],[H T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).</code>	<code>Yes</code>
<code>del1(A,[A T],T).</code>	<code>?- del1(1,[1,2,1],L).</code>
<code>del1(A,[H T1],[H T2]) :- del1(A,T1,T2).</code>	<code>L = [2, 1] ;</code>
	<code>L = [1, 2] ;</code>
	<code>No</code>

insert(+A,+L,-Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**

insert1(+A,+L,-Vysl) vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

Práce se seznamy – del a insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**
del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (dle pořadí) **výskyt A** v seznamu **L**

```
del(-,[],[]).
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A \= H, del(A,T1,T2).

del1(A,[A|T],T).
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).

?- del(1,[1,2,1,1,2,3,1,1],L).
L = [2, 2, 3]
Yes
?- del1(1,[1,2,1],L).
L = [2, 1] ;
L = [1, 2] ;
No
```

insert(+A,+L,-Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**

insert1(+A,+L,-Vysl) vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

```
insert(A,L,[A|L]).
insert(A,[H|T1],[H|T2]):- insert(A,T1,T2).
```

```
insert1(X,List,[X|List]).
```

Práce se seznamy – del a insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**
del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (dle pořadí) **výskyt A** v seznamu **L**

```
del(-,[],[]).
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A \= H, del(A,T1,T2).

del1(A,[A|T],T).
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).

?- del(1,[1,2,1,1,2,3,1,1],L).
L = [2, 2, 3]
Yes
?- del1(1,[1,2,1],L).
L = [2, 1] ;
L = [1, 2] ;
No
```

insert(+A,+L,-Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**

insert1(+A,+L,-Vysl) vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

```
insert(A,L,[A|L]).
insert(A,[H|T1],[H|T2]) :- insert(A,T1,T2).

?- insert(4,[2,3,1],L).
```

```
insert1(X,List,[X|List]).
```

Práce se seznamy – del a insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**
del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (dle pořadí) výskyt **A** v seznamu **L**

```
del(.,[],[]).
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).

del1(A,[A|T],T).
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).

?- del(1,[1,2,1,1,2,3,1,1],L).
L = [2, 2, 3]
Yes
?- del1(1,[1,2,1],L).
L = [2, 1] ;
L = [1, 2] ;
No
```

insert(+A,+L,-Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**

insert1(+A,+L,-Vysl) vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

```
insert(A,L,[A|L]).
insert(A,[H|T1],[H|T2]):- insert(A,T1,T2).

insert1(X,List,[X|List]).

?- insert(4,[2,3,1],L).
L = [4, 2, 3, 1] ;
L = [2, 4, 3, 1] ;
L = [2, 3, 4, 1] ;
L = [2, 3, 1, 4] ;
No
```

Práce se seznamy – permutace

1. pomocí **insert**

```
perm1([],[]).  
perm1([H|T],L):- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

Práce se seznamy – permutace

1. pomocí **insert**

```
perm1([],[]).  
perm1([H|T],L):- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí **del1**

```
perm2([],[]).  
perm2(L,[X|P]) :- del1(X,L,L1),perm2(L1,P).
```

Práce se seznamy – permutace

1. pomocí **insert**

```
perm1([],[]).  
perm1([H|T],L):- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí **del1**

```
perm2([],[]).  
perm2(L,[X|P]) :- del1(X,L,L1),perm2(L1,P).
```

3. pomocí **append**

```
perm3([],[]).  
perm3(L,[H|T]):- append(A,[H|B],L),append(A,B,L1), perm3(L1,T).
```


Práce se seznamy – **append**

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

Práce se seznamy – **append**

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

Práce se seznamy – **append**

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

```
Yes
```

Práce se seznamy – **append**

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

Yes

```
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

Práce se seznamy – **append**

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

Yes

```
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

```
X = [a, b]
```

Yes

Práce se seznamy – **append**

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

Yes

```
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

```
X = [a, b]
```

Yes

```
?- append(X,Y,[a,b,c]).
```

Práce se seznamy – **append**

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

Yes

```
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

```
X = [a, b]
```

Yes

```
?- append(X,Y,[a,b,c]).
```

```
X = [] Y = [a, b, c];
```

Práce se seznamy – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

Yes

```
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

```
X = [a, b]
```

Yes

```
?- append(X,Y,[a,b,c]).
```

```
X = [] Y = [a, b, c];
```

```
X = [a] Y = [b, c];
```


Práce se seznamy – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

Yes

```
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

```
X = [a, b]
```

Yes

```
?- append(X,Y,[a,b,c]).
```

```
X = [] Y = [a, b, c];
```

```
X = [a] Y = [b, c];
```

```
X = [a, b] Y = [c];
```

Práce se seznamy – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

Yes

```
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

```
X = [a, b]
```

Yes

```
?- append(X,Y,[a,b,c]).
```

```
X = [] Y = [a, b, c];
```

```
X = [a] Y = [b, c];
```

```
X = [a, b] Y = [c];
```

```
X = [a, b, c] Y = [];
```

Práce se seznamy – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – **Seznam** je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **vícesměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
L      = [a, b, c, d]
      Yes

?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
X      = [a, b]
      Yes

?- append(X,Y,[a,b,c]).
X      = [] Y      = [a, b, c];
X      = [a] Y     = [b, c];
X      = [a, b] Y  = [c];
X      = [a, b, c] Y = [];
No
```

Práce se seznamy – využití **append**

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X,Ys)      :-  
last(X,Xs)        :-  
prefix(Xs,Ys)     :-  
suffix(Xs,Ys)     :-  
sublist(Xs,AsXsBs) :-  
adjacent(X,Y,Zs)  :-
```

Práce se seznamy – využití **append**

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).  
last(X,Xs)        :-  
prefix(Xs,Ys)     :-  
suffix(Xs,Ys)     :-  
sublist(Xs,AsXsBs) :-  
adjacent(X,Y,Zs)  :-
```

Práce se seznamy – využití **append**

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).  
last(X,Xs)        :- append(As,[X],Xs).  
prefix(Xs,Ys)     :-  
suffix(Xs,Ys)     :-  
sublist(Xs,AsXsBs) :-  
adjacent(X,Y,Zs)  :-
```

Práce se seznamy – využití **append**

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).  
last(X,Xs)        :- append(As,[X],Xs).  
prefix(Xs,Ys)     :- append(Xs,As,Ys).  
suffix(Xs,Ys)     :-  
sublist(Xs,AsXsBs) :-  
adjacent(X,Y,Zs)  :-
```

Práce se seznamy – využití **append**

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).  
last(X,Xs)       :- append(As,[X],Xs).  
prefix(Xs,Ys)    :- append(Xs,As,Ys).  
suffix(Xs,Ys)    :- append(As,Xs,Ys).  
sublist(Xs,AsXsBs) :-  
adjacent(X,Y,Zs) :-
```


Práce se seznamy – využití **append**

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).
last(X,Xs)        :- append(As,[X],Xs).
prefix(Xs,Ys)     :- append(Xs,As,Ys).
suffix(Xs,Ys)     :- append(As,Xs,Ys).
sublist(Xs,AsXsBs) :- append(AsXs,Bs,AsXsBs), append(As,Xs,AsXs).
adjacent(X,Y,Zs)  :-
```

Práce se seznamy – využití **append**

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).
last(X,Xs)        :- append(As,[X],Xs).
prefix(Xs,Ys)     :- append(Xs,As,Ys).
suffix(Xs,Ys)     :- append(As,Xs,Ys).
sublist(Xs,AsXsBs) :- append(AsXs,Bs,AsXsBs), append(As,Xs,AsXs).
adjacent(X,Y,Zs)  :- append(As,[X,Y|Ys],Zs).
```

Práce se seznamy – efektivita **append**

Efektivní řešení predikátu **append** – **rozdílové seznamy** (difference lists)

Rozdílový seznam se zapisuje jako **Seznam1-Seznam2**.

Např.:

$[a,b,c] \dots [a,b,c] - []$ nebo $[a,b,c,d] - [d]$ nebo
 $[a,b,c,d,e] - [d,e]$, **obecně** $[a,b,c|X] - X$
 $[] \dots A-A$
 $[a] \dots [a|A]-A$

Seznam2 (volná proměnná) slouží jako “ukazatel” na konec seznamu **Seznam1**

Práce se seznamy – efektivita **append**

Efektivní řešení predikátu **append** – **rozdílové seznamy** (difference lists)

Rozdílový seznam se zapisuje jako **Seznam1-Seznam2**.

Např.:

[a,b,c] ... **[a,b,c] - []** nebo **[a,b,c,d] - [d]** nebo
[a,b,c,d,e] - [d,e], **obecně [a,b,c|X] - X**
[] ... **A-A**
[a] ... **[a|A]-A**

Seznam2 (volná proměnná) slouží jako “ukazatel” na konec seznamu **Seznam1**

predikát **append** s rozdílovými seznamy (**append_dl**):

append_dl(A-B,B-C,A-C).

?– **append_dl([a,b|X]-X,[c,d|Y]-Y,Z).**

X = [c, d|Y]

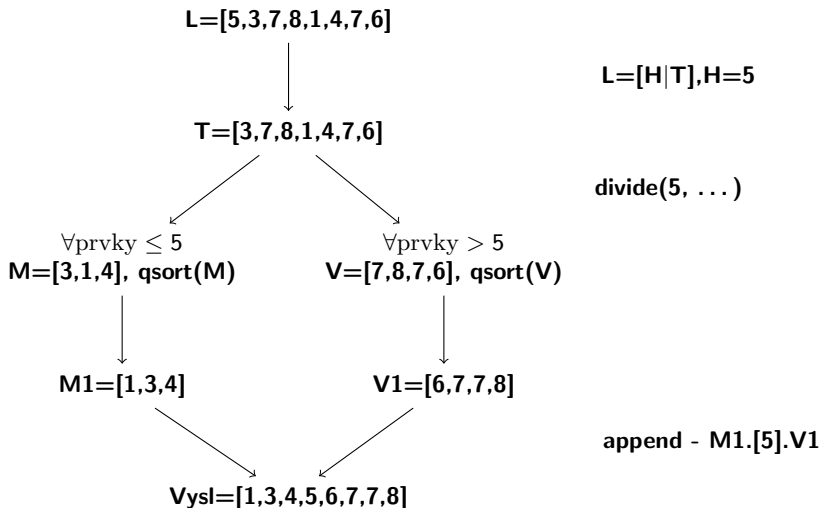
Y = Y

Z = [a, b, c, d|Y] - Y

Yes

Třídění seznamů — quicksort

predikát **qsort(+L,-Vysl)** – třídí seznam **L** technikou **rozděl a panuj**



Třídění seznamů — quicksort

predikát **qsort(+L,-Vysl)** – třídí seznam **L** technikou **rozděl a panuj**

```
qsort([],[]) :- !. % "řez" – zahod' další možnosti řešení
qsort([H],[H]) :- !.
qsort([H|T],L) :- divide(H,T,M,V),
                  qsort(M,M1), qsort(V,V1),
                  append(M1,[H|V1],L).

divide(_,[],[],[]) :- !.
divide(H,[K|T],[K|M],V) :- K=<H, !, divide(H,T,M,V).
divide(H,[K|T],M,[K|V]) :- K>H, divide(H,T,M,V).
```

Třídění seznamů — quicksort II

predikát **qsort_dl(+L,-Vysl)** – efektivnější varianta predikátu **qsort** s rozdílovými seznamy

```
qsort(L,S):- qsort_dl(L,S-[]).
```

```
qsort_dl([],A-A).
```

```
qsort_dl([H|T],A-B):- divide(H,T,M,V),  
                       qsort_dl(V,A1-B),  
                       qsort_dl(M,A-[H|A1]).
```

```
divide(_,[],[],[]):- !.
```

```
divide(H,[K|T],[K|M],V):- K=<H, !, divide(H,T,M,V).
```

```
divide(H,[K|T],M,[K|V]):- K>H, divide(H,T,M,V).
```

Třídění seznamů — quicksort II

predikát **qsort_dl(+L,-Vysl)** – efektivnější varianta predikátu **qsort** s rozdílovými seznamy

```
qsort(L,S):- qsort_dl(L,S-[]).
```

```
qsort_dl([],A-A).
```

```
qsort_dl([H|T],A-B):- divide(H,T,M,V),
                       qsort_dl(V,A1-B),
                       qsort_dl(M,A-[H|A1]). % append_dl(A-[H|A1],A1-B,A-B)
```

```
divide(_,[],[],[]):- !.
```

```
divide(H,[K|T],[K|M],V):- K=<H, !, divide(H,T,M,V).
```

```
divide(H,[K|T],M,[K|V]):- K>H, divide(H,T,M,V).
```


Obsah

1 Operace na datových strukturách

- Práce se seznamy
- Třídění seznamů

2 Binární stromy

- Uspořádané binární stromy
- Přidávání do binárního stromu
- Odebírání z binárního stromu
- Vícesměrný algoritmus pro vkládání/odebírání
- Výpis binárního stromu

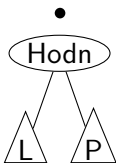
3 Reprezentace grafů

- Reprezentace grafů
- Cesty v grafech
- Kostra grafu

Uspořádané binární stromy

Reprezentace binárního stromu:

- **nil** – prázdný strom

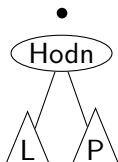


- **t(L,Hodn,P)** – strom

Uspořádané binární stromy

Reprezentace binárního stromu:

- **nil** – prázdný strom



- **t(L,Hodn,P)** – strom

Příklady stromů:

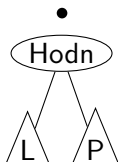
t(nil,8,nil)

⑧

Uspořádané binární stromy

Reprezentace binárního stromu:

- **nil** – prázdný strom



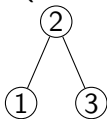
- **t(L,Hodn,P)** – strom

Příklady stromů:

t(nil,8,nil)

⑧

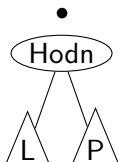
**t(t(nil,1,nil),
2,t(nil,3,nil))**



Uspořádané binární stromy

Reprezentace binárního stromu:

- **nil** – prázdný strom



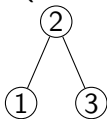
- **t(L,Hodn,P)** – strom

Příklady stromů:

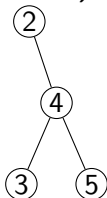
t(nil,8,nil)

⑧

**t(t(nil,1,nil),
2,t(nil,3,nil))**



t(nil,2,t(t(nil,3,nil),4,t(nil,5,nil)))



Přidávání do binárního stromu

addleaf(+T,+X,-Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

```
addleaf(nil,X,t(nil,X,nil)).  
addleaf(t(Left,X,Right),X,t(Left,X,Right)).  
addleaf(t(Left,Root,Right),X,t(Left1,Root,Right)) :-  
    Root>X,addleaf(Left,X,Left1).  
addleaf(t(Left,Root,Right),X,t(Left,Root,Right1)) :-  
    Root<X,addleaf(Right,X,Right1).
```

Přidávání do binárního stromu

addleaf(+T,+X,-Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

```
addleaf(nil,X,t(nil,X,nil)).
addleaf(t(Left,X,Right),X,t(Left,X,Right)).
addleaf(t(Left,Root,Right),X,t(Left1,Root,Right)) :-
    Root>X,addleaf(Left,X,Left1).
addleaf(t(Left,Root,Right),X,t(Left,Root,Right1)) :-
    Root<X,addleaf(Right,X,Right1).
```

?– addleaf(nil,6,T),addleaf(T,8,T1), addleaf(T1,2,T2), addleaf(T2,4,T3),
 addleaf(T3,1,T4).
 T4 = t(t(t(nil, 1, nil), 2, t(nil, 4, nil)), 6, t(nil, 8, nil))

Přidávání do binárního stromu

addleaf(+T,+X,-Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

```
addleaf(nil,X,t(nil,X,nil)).
addleaf(t(Left,X,Right),X,t(Left,X,Right)).
addleaf(t(Left,Root,Right),X,t(Left1,Root,Right)) :-
    Root>X,addleaf(Left,X,Left1).
addleaf(t(Left,Root,Right),X,t(Left,Root,Right1)) :-
    Root<X,addleaf(Right,X,Right1).
```

?– addleaf(nil,6,T),addleaf(T,8,T1), addleaf(T1,2,T2), addleaf(T2,4,T3),
addleaf(T3,1,T4).

T4 = t(t(t(nil, 1, nil), 2, t(nil, 4, nil)), 6, t(nil, 8, nil))

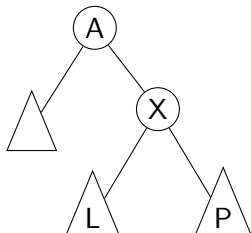
?– addleaf(t(t(t(nil,1,nil),2,t(nil,3,nil),4,t(nil,5,nil))),
6,t(t(nil,7,nil),8,t(nil,9,nil))),
10,
T).

T = t(t(t(nil, 1, nil), 2, t(t(nil, 3, nil), 4, t(nil, 5, nil))),
6, t(t(nil, 7, nil), 8, t(nil, 9, t(nil, 10, nil))))

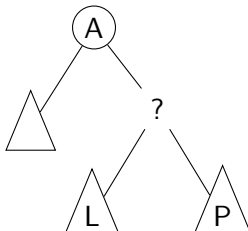
Odebírání z binárního stromu

Predikát **addleaf** není vícesměrný ☹ \Rightarrow nelze definovat:

```
del(T,X,T1) :- addleaf(T1,X,T).
```



delete(X)
 \rightarrow

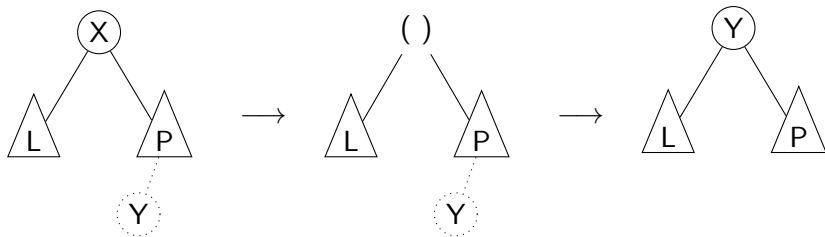


Odebírání z binárního stromu

správný postup:

- pokud je odebíraná hodnota v **listu** → nahradí se hodnotu **nil**
- jestliže je ale v **kořenu** (pod)stromu → je nutné tento (pod)strom přestavět

Přestavba binárního stromu při odstraňování kořene **X**:



Odebírání z binárního stromu

delleaf(+T,+X,-Vysl) odstraní ze stromu **T** uzel s hodnotou **X**

```
delleaf(t(nil,X,Right),X,Right).
```

```
delleaf(t(Left,X,nil),X,Left).
```

```
delleaf(t(Left,X,Right),X,t(Left,Y,Right1)):- delmin(Right,Y,Right1).
```

```
delleaf(t(Left,Root,Right),X,t(Left1,Root,Right)):- X<Root,delleaf(Left,X,Left1).
```

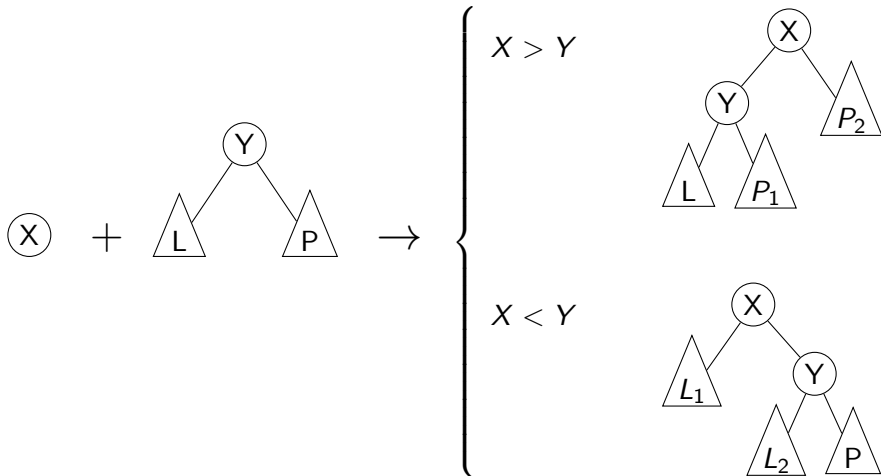
```
delleaf(t(Left,Root,Right),X,t(Left,Root,Right1)):- X>Root,delleaf(Right,X,Right1).
```

```
delmin(t(nil,Y,R),Y,R).
```

```
delmin(t(Left,Root,Right),Y,t(Left1,Root,Right)) :- delmin(Left,Y,Left1).
```

Vícesměrný algoritmus pro vkládání/odebírání

Jiný způsob vkládání:



Vícesměrný algoritmus pro vkládání/odebírání

add(?T,+X,?Vysl) přidá do binárního stromu **T** uzel s hodnotou **X** s přeuspořádáním stromu (jako kořen nebo jinam při navracení)

% přidej jako kořen

add(T,X,T1) :- addroot(T,X,T1).

% nebo kamkoliv do stromu (se zachováním uspořádání) – umožní mazání

add(t(L,Y,R),X,t(L1,Y,R)) :- gt(Y,X),add(L,X,L1).

add(t(L,Y,R),X,t(L,Y,R1)) :- gt(X,Y),add(R,X,R1).

addroot(nil,X,t(nil,X,nil)).

addroot(t(L,Y,R),X,t(L1,X,t(L2,Y,R))) :- gt(Y,X),addroot(L,X,t(L1,X,L2)).

addroot(t(L,Y,R),X,t(t(L,Y,R1),X,R2)) :- gt(X,Y),addroot(R,X,t(R1,X,R2)).

addroot(t(L,X,R),X,t(L,X,R)).

Definice predikátu **gt(X,Y)** – na konečném uživateli.

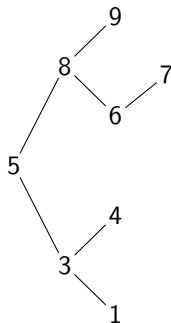
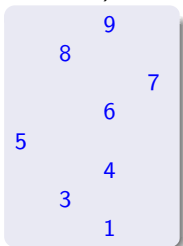
Funguje i “obráceně” \Rightarrow lze definovat:

del(T,X,T1) :- add(T1,X,T).

Výpis binárního stromu

pomocí odsazení zobrazujeme úroveň uzlu ve stromu a celkové uspořádání uzlů (strom je tedy zobrazen “naležato”)

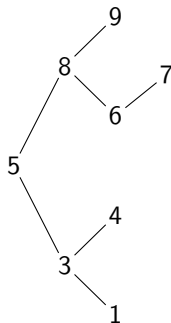
```
t(
  t(
    t(nil,1,nil),
    3,
    t(nil,4,nil)),
  5,
  t(
    t(nil,6,
      t(nil,7,nil)),
    8,
    t(nil,9,nil)))
```



Výpis binárního stromu

pomocí odsazení zobrazujeme úroveň uzlu ve stromu a celkové uspořádání uzlů (strom je tedy zobrazen “naležato”)

```
t(
  t(
    t(nil,1,nil),
    3,
    t(nil,4,nil)),
  5,
  t(
    t(nil,6,
      t(nil,7,nil)),
    8,
    t(nil,9,nil)))
```



show(+T) vypíše obsah uzlů stromu **T** se správným odsazením

```
show(T) :- show2(T,0).
```

```
show2(nil,-).
```

```
show2(t(L,X,R),Indent) :- Ind2 is Indent+2,show2(R,Ind2),tab(Indent),
  write(X),nl,show2(L,Ind2).
```

Obsah

- 1 Operace na datových strukturách
 - Práce se seznamy
 - Třídění seznamů
- 2 Binární stromy
 - Uspořádané binární stromy
 - Přidávání do binárního stromu
 - Odebírání z binárního stromu
 - Vícesměrný algoritmus pro vkládání/odebírání
 - Výpis binárního stromu
- 3 Reprezentace grafů
 - Reprezentace grafů
 - Cesty v grafech
 - Kostra grafu

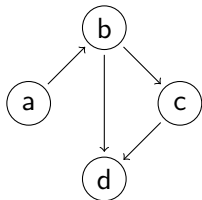
Reprezentace grafů

Příklady způsobů reprezentace grafů (v Prologu):

- 1 term **graph(V,E)**, kde **V** je seznam vrcholů grafu a **E** je seznam hran grafu.

Každá hrana je tvaru **e(V1,V2)**, kde **V1** a **V2** jsou vrcholy grafu.

```
G = graph([a,b,c,d],[e(a,b),e(b,d),e(b,c),e(c,d)]).
```

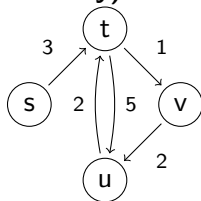


znázorňuje **orientovaný** graf

- 2 **vgraph(V,E)** definuje uspořádanou dvojici seznamů vrcholů (**V**) a hran (**E**).

Hrany jsou tvaru **a(PocatecniV, KoncovyV, CenaHrany)**.

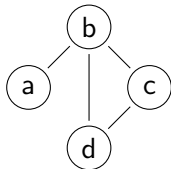
```
G = vgraph([s,t,u,v],[a(s,t,3),a(t,v,1),
              a(t,u,5),a(u,t,2),a(v,u,2)]).
```



znázorňuje **orientovaný ohodnocený** graf

- 3 graf může být uložen v programové databázi jako posloupnost faktů (i pravidel).

```
edge(g3,a,b).
edge(g3,b,c).
edge(g3,b,d).
edge(g3,c,d).
edge(X,A,B) :- edge(X,B,A).
```



díky přidání pravidla představuje **neorientovaný** graf (bez pravidla je orientovaný).

Cesty v grafech

Cesta v neorientovaném grafu:

path(+A,+Z,+Graf,-Cesta) v grafu **Graf** najde z vrcholu **A** do vrcholu **Z** cestu **Cesta** (**Graf** je ve tvaru 1).

```
path(A,Z,Graf,Cesta) :- path1(A,[Z],Graf,Cesta).
```

```
path1(A,[A|Cesta1],_,[A|Cesta1]).
```

```
path1(A,[Y|Cesta1],Graf,Cesta) :- adjacent(X,Y,Graf),  
    \+ member(X,Cesta1), path1(A,[X,Y|Cesta1],Graf,Cesta).
```

```
adjacent(X,Y,graph(Nodes,Edges)) :-
```

```
    member(e(X,Y),Edges);member(e(Y,X),Edges).
```

Cesty v grafech

Cesta v neorientovaném grafu:

path(+A,+Z,+Graf,-Cesta) v grafu **Graf** najde z vrcholu **A** do vrcholu **Z** cestu **Cesta** (**Graf** je ve tvaru 1).

```
path(A,Z,Graf,Cesta) :- path1(A,[Z],Graf,Cesta).
```

```
path1(A,[A|Cesta1],_,[A|Cesta1]).
```

```
path1(A,[Y|Cesta1],Graf,Cesta) :- adjacent(X,Y,Graf),
    \+ member(X,Cesta1), path1(A,[X,Y|Cesta1],Graf,Cesta).
```

```
adjacent(X,Y,graph(Nodes,Edges)) :-
    member(e(X,Y),Edges);member(e(Y,X),Edges).
```

\+ **Cíl** – negace, **not**

Cesty v grafech II.

Cesta v ohodnoceném neorientovaném grafu:

path(+A,+Z,+Graf,-Cesta,-Cena) hledá libovolnou cestu z jednoho vrcholu do druhého a její cenu v ohodnoceném neorientovaném grafu.

```
path(A,Z,Graf,Cesta,Cena) :- path1(A,[Z],0,Graf,Cesta,Cena).
```

```
path1(A,[A|Cesta1],Cena1,Graf,[A|Cesta1],Cena1).
```

```
path1(A,[Y|Cesta1],Cena1,Graf,Cesta,Cena) :- adjacent(X,Y,CenaXY,Graf),
    \+ member(X,Cesta1), Cena2 is Cena1+CenaXY,
    path1(A,[X,Y|Cesta1],Cena2,Graf,Cesta,Cena).
```

```
adjacent(X,Y,CenaXY,Graf) :-
```

```
    member(X-Y/CenaXY,Graf);member(Y-X/CenaXY,Graf).
```

Graph je seznam hran ve tvaru **X-Y/CenaXY** (viz **adjacent**).

Kostra grafu

Kostra grafu je strom, který prochází všechny vrcholy grafu a jehož hrany jsou zároveň hranami grafu.

```
stree(Graph,Tree) :- member(Edge,Graph),spread([Edge],Tree,Graph).
```

```
spread(Tree1,Tree,Graph) :- addedge(Tree1,Tree2,Graph),  
    spread(Tree2,Tree,Graph).
```

```
spread(Tree,Tree,Graph) :- \+ addedge(Tree,_,Graph). % nelze přidat hranu  
% přidej hranu bez vzniku cyklu
```

```
addege(Tree,[A-B|Tree],Graph) :- adjacent(A,B,Graph),node(A,Tree),  
    \+ node(B,Tree).
```

```
adjacent(A,B,Graph) :- member(A-B,Graph);member(B-A,Graph).
```

```
node(A,Graph) :- adjacent(A,_,Graph).
```

Kostra grafu

Kostra grafu je strom, který prochází všechny vrcholy grafu a jehož hrany jsou zároveň hranami grafu.

```
stree(Graph,Tree) :- member(Edge,Graph),spread([Edge],Tree,Graph).
```

```
spread(Tree1,Tree,Graph) :- addedge(Tree1,Tree2,Graph),
    spread(Tree2,Tree,Graph).
```

```
spread(Tree,Tree,Graph) :- \+ addedge(Tree,_,Graph). % nelze přidat hranu
% přidej hranu bez vzniku cyklu
```

```
addege(Tree,[A-B|Tree],Graph) :- adjacent(A,B,Graph),node(A,Tree),
    \+ node(B,Tree).
```

```
adjacent(A,B,Graph) :- member(A-B,Graph);member(B-A,Graph).
```

```
node(A,Graph) :- adjacent(A,_,Graph).
```

```
?- stree([a-b,b-c,b-d,c-d],T).
```

```
T = [b-d, b-c, a-b]
```

```
Yes
```

