

# Reprezentace a vyvozování znalostí

Aleš Horák

E-mail: [hales@fi.muni.cz](mailto:hales@fi.muni.cz)  
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Reprezentace a vyvozování znalostí
- Logika – rezoluční pravidlo
- Extralogické informace
- Pravidlové systémy
- Nejistota a pravděpodobnost

# Reprezentace a vyvozování znalostí

otázka:

*Jak zapíšeme znalosti o problému/doméně?*

*Když je zapíšeme, můžeme z nich mechanicky odvodit nová fakta?*

- **reprezentace znalostí** (*knowledge representation*) – hledá způsob vyjádření znalostí počítačově zpracovatelnou formou (za účelem odvozování)
- **vyvozování znalostí** (*reasoning*) – zpracovává znalosti uložené v **bázi znalostí** (*knowledge base, KB*) a provádí **odvození** (inference) nových závěrů:
  - odpovědi na dotazy
  - zjištění faktů, které vyplývají z faktů a pravidel v KB
  - odvodit akci, která vyplývá z dodaných znalostí, ...

# Reprezentace znalostí

proč je potřeba speciální **reprezentace znalostí**?

# Reprezentace znalostí

proč je potřeba speciální **reprezentace znalostí**?

*vnímání lidí* × *vnímání počítačů*

- **člověk**

- když dostane novou věc (třeba pomeranč) – **prozkoumá** a **zapamatuje** si ho (a třeba sní)
- během tohoto procesu člověk **zjistí** a **uloží** všechny základní vlastnosti předmětu
- později, když se **zmíní** daná věc, vyhledají se a připomenou uložené informace

- **počítač**

- musí se spolehnout na informace od lidí
- jednodušší informace – přímé *programování*
- složité informace – zadané v **symbolickém jazyce**

# Volba reprezentace znalostí

která reprezentace znalostí je nejlepší?

# Volba reprezentace znalostí

která **reprezentace znalostí** je **nejlepší**?

*Pro řešení skutečně obtížných problémů musíme používat několik různých reprezentací. Každý konkrétní typ datových struktur má totiž své klady a zápory a žádný se sám o sobě nezdá adekvátní pro všechny funkce zahrnuté v tom, čemu říkáme “selský rozum” (common sense).*

– Marvin Minsky

# Obsah

- 1 Reprezentace a vyvozování znalostí
  - Reprezentace znalostí
- 2 Logika – rezoluční pravidlo
  - Předpoklad uzavřeného světa
  - Logika – rezoluční pravidlo
  - Rezoluční pravidlo
- 3 Extralogické informace
  - Třídy objektů
  - Sémantické sítě
  - Rámce
- 4 Pravidlové systémy
  - Pravidlová báze znalostí
  - Expertní systémy
- 5 Nejistota a pravděpodobnost
  - Nejistota
  - Pravděpodobnost
  - Vyvozování z nejistých znalostí

# Historie logického vyvozování

450 př.n.l.	stoikové	výroková logika, inference (pravděpodobně)
322 př.n.l.	Aristoteles	inferenční pravidla, kvantifikátory
1565	Cardano	teorie pravděpodobnosti (výroková logika + nejistota)
1847	Boole	výroková logika (znovu)
1879	Frege	predikátová logika 1. řádu
1922	Wittgenstein	důkaz pomocí pravdivostních tabulek
1930	Gödel	$\exists$ úplný algoritmus pro PL1
1930	Herbrand	úplný algoritmus pro PL1 (redukce na výroky)
1931	Gödel	$\neg\exists$ úplný algoritmus pro aritmetiku
1960	Davis/Putnam	“praktický” algoritmus pro výrokovou logiku
1965	Robinson	“praktický” algoritmus pro PL1 – rezoluce



# Předpoklad uzavřeného světa

2 užitečné předpoklady:

- **předpoklad uzavřeného světa** (*closed world assumption*)
  - cokoliv o čem **nevíme**, že je **pravda** → bereme za dané, že je to **nepravda**
  - využitý např. v Prologu (negace jako neúspěch)
- **předpoklad jednoznačných pojmenování** (*unique names assumption*)
  - různá jména označují různé objekty

# Logika – rezoluční pravidlo

vyvozování nových znalostí = hledání **důkazu**

algoritmus **konstrukce důkazu**:

- dopředné a zpětné řetězení – neúplné pro PL1 (úplné pro Hornovy klauzule)
- rezoluce – úplná pro důkaz sporem
- logické programování – SLD rezoluce

# Rezoluce v PL1

vyvozování v PL1 je pouze **částečně rozhodnutelné**:

- může najít důkaz  $\alpha$ , když  $KB \models \alpha$
- nemůže vždy dokázat, že  $KB \not\models \alpha$   
viz *problém zastavení* – důkazová procedura nemusí skončit  
nejde použít pro **generování**, pouze pro **vyvracení**

**rezoluce** je **důkaz sporem**:

pro důkaz  $KB \models \alpha$  ukážeme, že  $KB \wedge \neg\alpha$  je **nesplnitelné**

rezoluce používá  $KB$ ,  $\neg\alpha$  v **konjunktivní normální formě** (CNF), např.:

$$\begin{aligned}
 (P \vee Q) \Rightarrow (Q \Leftrightarrow R) &\equiv && (\neg P \vee \neg Q \vee R) \\
 &&& \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \\
 &&& \wedge (\neg Q \vee R)
 \end{aligned}$$

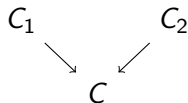
# Konjunktivní normální forma (CNF)

Algoritmus pro **převod** každé PL1 klauzule **do CNF**:

1. převedeme implikace na disjunkce:  $P \Rightarrow Q \rightarrow \neg P \vee Q$
2. přesuneme  $\neg$  dovnitř k literálům:  $\neg \forall x P \rightarrow \exists x \neg P$
3. přejmenujeme proměnné:  $\forall x P \vee \exists x Q \rightarrow \forall x P \vee \exists y Q$
4. přesuneme kvantifikátory doleva:  $\forall x P \vee \exists y Q \rightarrow \forall x \exists y P \vee Q$
5. eliminujeme  $\exists$  pomocí **Skolemizace**:  
 $\exists x P(x) \rightarrow P(c_1)$   
 $\forall x P(x) \Rightarrow \exists y Q(y) \rightarrow \forall x P(x) \Rightarrow Q(f(x))$
6. zahodíme univerzální kvantifikátory
7. roznásobíme  $\wedge$  pomocí  $\vee$ :  $(P \wedge Q) \vee R \rightarrow (P \vee R) \wedge (Q \vee R)$

# Rezoluční pravidlo

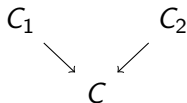
algoritmus je založen na opakované aplikaci **rezolučního pravidla** – ze dvou klauzulí odvodí novou klauzuli



- klauzule:  $C_1 = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n$   
a  $C_2 = \neg P_1 \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_m$
- výsledek:  
 $C = P_2 \vee P_3 \vee \dots \vee P_n \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_m$
- vyruší se opačné literály  $P_1$  a  $\neg P_1$

# Rezoluční pravidlo

algoritmus je založen na opakované aplikaci **rezolučního pravidla** – ze dvou klauzulí odvod' novou klauzuli



- klauzule:  $C_1 = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n$   
a  $C_2 = \neg P_1 \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_m$
- výsledek:  
 $C = P_2 \vee P_3 \vee \dots \vee P_n \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_m$
- vyruší se opačné literály  $P_1$  a  $\neg P_1$

postup **rezolučního důkazu tvrzení  $F$** :

- začneme s  $\neg F$
- rezolvujeme s klauzulí z KB (která obsahuje  $F$ )
- opakujeme až do odvození **prázdné klauzule**  $\square$
- když se to podaří  $\rightarrow$  došli jsme ke sporu (pro  $\neg F$ )  $\rightarrow$  **musí platit  $F$**

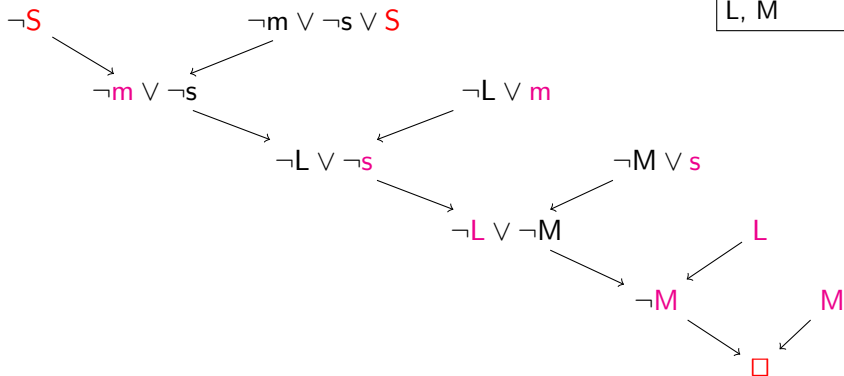
# Rezoluce – příklad

- pravidla
  - $\text{mráz} \wedge \text{srážky} \Rightarrow \text{sněží}$   
 $\neg \text{mráz} \vee \neg \text{srážky} \vee \text{sněží}$
  - $\text{Leden} \Rightarrow \text{mráz}$   
 $\neg \text{Leden} \vee \text{mráz}$
  - $\text{mraky} \Rightarrow \text{srážky}$   
 $\neg \text{mraky} \vee \text{srážky}$
- fakta – Leden, mraky
- dotaz (co se má dokázat) – sněží?

## Důkaz tvrzení “sněží”

S – sněží, s – srážky, m – mráz, L – Leden, M – mraky

$\neg m \vee \neg s \vee S$
$\neg L \vee m$
$\neg M \vee s$
L, M





# Obsah

- 1 Reprezentace a vyvozování znalostí
  - Reprezentace znalostí
- 2 Logika – rezoluční pravidlo
  - Předpoklad uzavřeného světa
  - Logika – rezoluční pravidlo
  - Rezoluční pravidlo
- 3 Extralogické informace
  - Třídy objektů
  - Sémantické sítě
  - Rámce
- 4 Pravidlové systémy
  - Pravidlová báze znalostí
  - Expertní systémy
- 5 Nejistota a pravděpodobnost
  - Nejistota
  - Pravděpodobnost
  - Vyvozování z nejistých znalostí

# Extralogické informace – třídy, sémantické sítě, rámce

co jsme dosud ignorovali:

- objekty reálného světa mají mezi sebou **vztahy**
  - třídy/kategorie, podtřídy  $\times$  nadtřídy
  - hierarchie vztahů části/celku
  - dědění vlastností v hierarchiích
- stav světa se může **měnit** v čase
  - explicitní reprezentace času
  - nemonotónní uvažování (pravdivost se může měnit v čase)
- ne každá informace je “černobílá”
  - nejistota
  - statistika, fuzzy logika

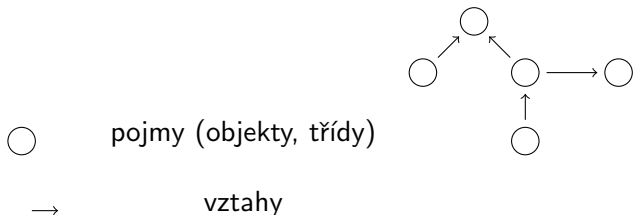
# Třídy objektů

- “Chci si koupit fotbalový míč.”
  - *Chci si koupit FM27341* – špatně
  - *Chci si koupit objekt, který je prvkem třídy fotbalových míčů* – správně
- objekty jsou organizovány do **hierarchie tříd**
  - $FM27341 \in \text{fotbalové\_míče}$
  - $\text{fotbalové\_míče} \subset \text{míče}$
- **fakta** (objekty)  $\times$  **pravidla** (třídy)
  - *Všechny míče jsou kulaté.*
  - *Všechny fotbalové míče mají X cm v průměru.*
  - *FM27341 je červenomodrobílý.*
  - *FM27341 je fotbalový míč.*
  - (Proto: *FM27341 je kulatý a má X cm v průměru.*)

# Sémantické sítě

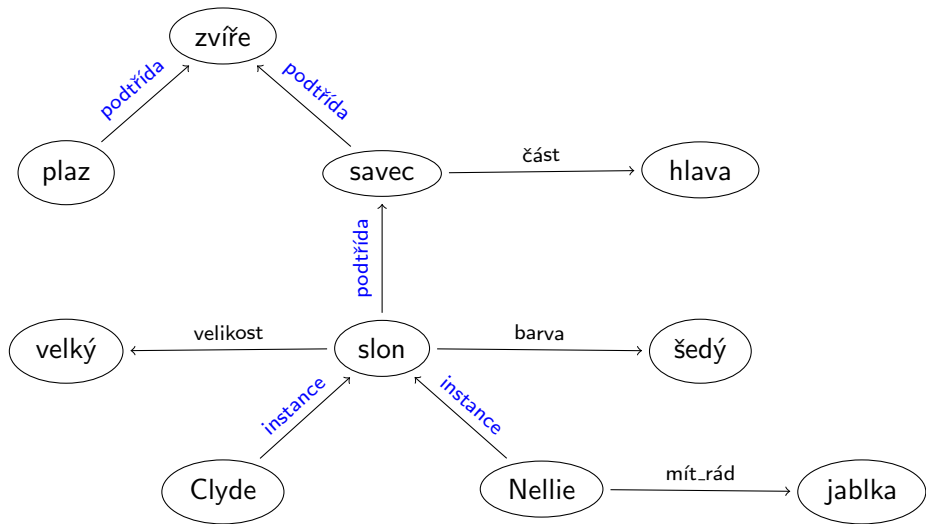
**sémantické sítě** – reprezentace faktových znalostí (pojmy + vztahy)

- vznikly kolem roku 1960 pro reprezentaci významu anglických slov
- znalosti jsou uloženy ve formě grafu



- nejdůležitější vztahy – **taxonomie**:
  - **podtřída** (*subclass*) – vztah mezi třídami
  - **instance** – vztah mezi konkrétním objektem a jeho rodičovskou třídou
- jiné vztahy – **část** (*has-part*), barva, ...

## Sémantické sítě – příklad



# Dědičnost v sémantických sítích

- pojem sémantické sítě *předchází* OOP
- **dědičnost**:
  - jestliže určitá vlastnost platí pro třídu → platí i pro všechny její podtřídy
  - jestliže určitá vlastnost platí pro třídu → platí i pro všechny prvky této třídy
- určení hodnoty vlastnosti – **rekurzivní algoritmus**
- potřeba specifikovat i výjimky – mechanismus **vzorů** a **výjimek** (*defaults and exceptions*)
  - **vzor** – hodnota vlastnosti u třídy nebo podtřídy, platí ta, co je blíž objektu
  - **výjimka** – u konkrétního objektu, odlišná od vzoru

# Dědičnost vztahů část/celek

- “Krávy mají 4 nohy.”
  - každá noha je částí krávy
- “Na poli je (konkrétní) kráva.”
  - všechny části krávy jsou taky na poli
- “Ta kráva (na poli) je hnědá (celá).”
  - všechny části té krávy jsou hnědé
- “Ta kráva je šťastná.”
  - všechny části té krávy jsou šťastné

# Dědičnost vztahů část/celek

- “Krávy mají 4 nohy.”
  - každá noha je částí krávy
- “Na poli je (konkrétní) kráva.”
  - všechny části krávy jsou taky na poli
- “Ta kráva (na poli) je hnědá (celá).”
  - všechny části té krávy jsou hnědé
- “Ta kráva je šťastná.”
  - ~~všechny části té krávy jsou šťastné~~ – neplatí
- lekce: některé vlastnosti jsou děděny částmi, některé nejsou explicitně se to vyjadřuje pomocí pravidel jako

$$part-of(x, y) \wedge location(y, z) \Rightarrow location(x, z)$$



# Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
- “Všichni **ptáci** umí létat.”
- “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
  - “Penelope je pták.”
  - “Penelope je tučňák.”
  - “Penelope je kouzelný tučňák.”

# Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
  - “Všichni **ptáci** umí létat.”
  - “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
  - “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
  - “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
  - kdo umí létat:
    - “Penelope je pták.”
    - “Penelope je tučňák.”
    - “Penelope je kouzelný tučňák.”
- ⇒ “Penelope **umí** létat.”

# Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
- “Všichni **ptáci** umí létat.”
- “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
  - “Penelope je pták.”  $\Rightarrow$  “Penelope **umí** létat.”
  - “Penelope je tučňák.”  $\Rightarrow$  “Penelope **neumí** létat.”
  - “Penelope je kouzelný tučňák.”

# Vzory a výjimky – příklad

- “Všichni ptáci mají křídla.”
- “Všichni **ptáci** umí létat.”
- “Ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**Kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
  - “Penelope je pták.”  $\Rightarrow$  “Penelope **umí** létat.”
  - “Penelope je tučňák.”  $\Rightarrow$  “Penelope **neumí** létat.”
  - “Penelope je kouzelný tučňák.”  $\Rightarrow$  “Penelope **umí** létat.”
- všimněte si, že víra v hodnotu vlastnosti objektu se může měnit s příchodem nových informací o klasifikaci objektu

# Aplikace sémantických sítí

(Princeton) **WordNet** – <http://wordnet.princeton.edu/>

- sémantická síť 150.000 (anglických) pojmů, zachycuje:
  - synonyma, antonyma (významově stejná/opačná)
  - hyperonyma, hyponyma (podtřídy)
  - odvozenost a další jazykové vztahy
- tvoří se **národní wordnety** (navázané na anglický WN)  
český wordnet – cca 30.000 pojmů
- nástroj na editaci národních wordnetů – **DEBVisDic/VisDic**, vyvinutý na FI MU – <http://deb.fi.muni.cz/>
- VisualBrowser –  
<http://nlp.fi.muni.cz/projekty/visualbrowser/>  
nástroj na vizualizaci (sémantických) sítí, vznikl jako DP na FI MU



The screenshot displays the DEBVisDic application interface. At the top, there is a menu bar with options: User, Settings, Tools, Windows, and Help. The 'Tools' menu is open, showing options: Dictionary - SSJČ, dictionary - SSČ, Morph. analyzer ajka, and Google.

Several wordnet windows are visible:

- English Wordnet:** Search for 'dog'. Results include: [n] andiron:1, firedog:1, dog:7, doghouse:1, [n] frump:1, dog:2, [n] cad:1, bounder:1, blackguard:1, dog:4, hound:1, [n] dog:1, domestic dog:1, Canis familiaris:1, [n] frank:2.
- Greek Wordnet:** Search for 'οὐδὲ ἕκαστον'. Results include: [n] περι τοὺ ἑκάστου:1, [n] περι τοὺ ἑκάστου:0.
- Czech Wordnet:** Search for 'pes'. Results include: [n] zakopaný pes:1, [n] policejní pes:1, [n] hlídač:4, hlídač pes:1, [n] pes:1, [n] slepecký pes:1, vodící pes:1.
- Russian Wordnet:** Search for 'журнал'. Results include: [n] журнал:1.

The Russian window also shows a detailed view for the entry 'журнал' with POS: n ID: RUS-1234560515 and Synonyms: книга:1. A context menu is open over this entry with options: Show in Czech Wordnet, Take key from Czech Wordnet, AutoLookUp in, Copy entry to Czech Wordnet, and Import IDs from file.

The Czech window shows XML-like markup for the entry 'pes' and lists several hypernym IDs (e.g., ENG20-02005, ENG20-02007, ENG20-075, ENG20-02002, ENG20-02027).

# Rámce

## Rámce (*frames*):

- varianta sémantických sítí
- velice populární pro reprezentaci znalostí v expertních systémech
- všechny informace relevantní pro daný pojem se ukládají do univerzálních struktur – **rámců**
- stejně jako sémantické sítě, rámce podporují dědičnost
- OO programovací jazyky vycházejí z teorie rámců



# Rámce – příklad

rámec obsahuje **objekty**, *sloty* a **hodnoty slotů**  
příklady rámců:

savec:

<i>podtřída:</i>	zvíře
<i>část:</i>	hlava
* <i>má_kožich:</i>	ano

slon:

<i>podtřída:</i>	savec
* <i>barva:</i>	šedá
* <i>velikost:</i>	velký

Nellie:

<i>instance:</i>	slon
<i>mít_rád:</i>	jablka

'\*' označuje **vzorové hodnoty**, které mohou měnit hodnoty u podtříd a instancí

# Sémantické sítě × rámce

sémantické sítě	rámce
uzly	objekty
spoje	sloty
uzel na druhém konci spoje	hodnota slotu

**deskripční logika** – logický systém, který manipuluje přímo s rámci

# Obsah

- 1 Reprezentace a vyvozování znalostí
  - Reprezentace znalostí
- 2 Logika – rezoluční pravidlo
  - Předpoklad uzavřeného světa
  - Logika – rezoluční pravidlo
  - Rezoluční pravidlo
- 3 Extralogické informace
  - Třídy objektů
  - Sémantické sítě
  - Rámce
- 4 Pravidlové systémy
  - Pravidlová báze znalostí
  - Expertní systémy
- 5 Nejistota a pravděpodobnost
  - Nejistota
  - Pravděpodobnost
  - Vyvozování z nejistých znalostí

# Pravidlové systémy

- snaha zachytit **produkčními pravidly** znalosti, které má expert
- obecná forma pravidel

*IF*        *podmínka*  
*THEN*    *akce*

- podmínky – booleovské výrazy, dotazy na hodnoty **proměnných**
- akce – nastavení hodnot proměnných, příznaků, ...
- důležité vlastnosti:
  - znalosti mohou být strukturovány do modulů
  - systém může být snadno rozšířen přidáním nových pravidel beze změny zbytku systému

# Pravidlová báze znalostí – příklad

pravidla pro **oblékání**:

- pravidlo 1 IF X je seriózní  
AND X bydlí ve městě  
THEN X by měl nosit sako
- pravidlo 2 IF X je akademik  
AND X je společensky aktivní  
AND X je seriózní  
THEN X by měl nosit sako a  
kravatu
- pravidlo 3 IF X bydlí ve městě  
AND X je akademik  
THEN X by měl nosit kravatu
- pravidlo 4 IF X je podnikatel  
AND X je společensky aktivní  
AND X je seriózní  
THEN X by měl nosit sako, ale  
ne kravatu

**společenská** pravidla:

- pravidlo 5 IF X je podnikatel  
AND X je ženatý  
THEN X je společensky  
aktivní
- pravidlo 6 IF X je akademik  
AND X je ženatý  
THEN X je seriózní

**profesní** pravidla:

- pravidlo 7 IF X učí na univerzitě  
OR X učí na vysoké škole  
THEN X je akademik
- pravidlo 8 IF X vlastní firmu  
OR X je OSVČ  
THEN X je podnikatel

# Expertní systémy

- aplikace pravidlových systémů
- zaměřeny na specifické oblasti – medicínská diagnóza, návrh konfigurace počítače, expertíza pro těžbu nafty, ...
- snaha zachytit **znalosti experta** pomocí pravidel ale znalosti experta zahrnují – postupy, strategie, odhady, ...
- expertní systém musí pracovat s procedurami, nejistými znalostmi, různými formami vstupu
- vhodné oblasti pro nasazení expertního systému:
  - **diagnóza** – hledání řešení podle symptomů
  - **návrh konfigurace** – složení prvků splňujících podmínky
  - **plánování** – posloupnost akcí splňujících podmínky
  - **monitorování** – porovnání chování s očekávaným chování, reakce na změny
  - **řízení** – ovládání složitého komplexu
  - **předpovědi** – projekce pravěpodobných závěrů z daných skutečností
  - **instruktáž** – inteligentní vyučování a zkoušení studentů

# Obsah

- 1 Reprezentace a vyvozování znalostí
  - Reprezentace znalostí
- 2 Logika – rezoluční pravidlo
  - Předpoklad uzavřeného světa
  - Logika – rezoluční pravidlo
  - Rezoluční pravidlo
- 3 Extralogické informace
  - Třídy objektů
  - Sémantické sítě
  - Rámce
- 4 Pravidlové systémy
  - Pravidlová báze znalostí
  - Expertní systémy
- 5 **Nejistota a pravděpodobnost**
  - **Nejistota**
  - **Pravděpodobnost**
  - **Vyvozování z nejistých znalostí**

definujme akci  $A_t$  jako “Vyrazit na letiště  $t$  hodin před odletem letadla.”  
jak najít odpověď na otázku “Dostanu se akcí  $A_t$  na letiště včas k odletu letadla?”

problémy:

1. částečná pozorovatelnost (stav vozovky, záměry ostatních řidičů, ...)
2. nejistota výsledků akcí (píchnutí kola, ...)
3. obrovská složitost modelování a předpovědi dopravní situace

čistě logický přístup tedy:

- riskuje chybu – “ $A_5$  mě tam dostane včas.”
- vede k závěrům, které jsou příliš slabé pro rozhodování: “ $A_5$  mě tam dostane včas, pokud nebude na dálnici nehoda a pokud nebude přšet a jestli nepíchnu kolo a jestli nebude fronta na odbavovacích přepážkách a jestli nebudou problémy při kontrole zavazadel ...”



# Metody pro práci s nejistotou

- **defaultní/nemonotónní logika**

Předpokládejme, že nepíchnu cestou kolo.

Předpokládejme, že  $A_5$  bude OK, pokud se nenajde protipříklad.

- **logická pravidla s faktory nejistoty** (zastaralé)

$A_5 \mapsto_{0.3}$  dostat se na letiště včas.

zalévání  $\mapsto_{0.99}$  mokrý trávník

mokrý trávník  $\mapsto_{0.7}$  déšť

- **pravděpodobnost** (míra předpokladu, že hodnota bude *true*)

Vzhledem k dostupným informacím,  $A_3$  mě tam dostane včas  
s pravděpodobností 0.05.

poznámka: fuzzy logika se zabývá **mírou pravdivosti**, NE **pravděpodobností**

# Pravděpodobnost

Pravděpodobnost **sumarizuje** nejistotu pocházející z

- **lenosti** – nepodařilo se vypočítat všechny výjimky, podmínky, ...
- **neznalosti** – nedostatek relevantních údajů, počátečních podmínek, ...

**subjektivní** × **Bayesovská** pravděpodobnost:

- pravděpodobnostní vztah mezi tvrzením a jeho pravdivosti vzhledem k podmínkám:

$$P(A_4 | \text{žádné hlášené nehody}) = 0.5$$

nejedná se o vyjádření **pravděpodobnostní tendence** (ale může se získat ze znalostí podobných případů v minulosti)

- pravděpodobnost tvrzení se může měnit s novými (vstupními) podmínkami:

$$P(A_4 | \text{žádné hlášené nehody, je 4:00 ráno}) = 0.63$$

**Bayesovská síť** – acyklický orientovaný graf, uzly obsahují **tabulky podmíněných pravděpodobností** rodičů, umožňuje efektivní přesné nebo přibližné (Monte Carlo) **vyvozování**. Nejčastěji používaný aparát pro vyvozování z nejistých znalostí.

# Vyvozování z nejistých znalostí

- použití **náhodných proměnných** (*random variables*) – **funkce**, která vzorkům přiřazuje hodnoty → vrací výsledky měření sledovaného jevu  
**distribuce pravděpodobností** náhodné proměnné = (vektor)  
 pravděpodobnost(i), že daná náhodná proměnná bude mít určitou konkrétní hodnotu

např.: náhodná proměnná *Odd* vyjadřující, že výsledek hodu kostkou bude lichý  
 náhodná proměnná *Weather* vyjadřující, jaké bude počasí (slunce, déšť, mraky, sníh)

$$Odd(1) = true \quad Weather(21.11.2005) = déšť$$

distribuce pravděpodobností proměnných *Odd* a *Weather*

$$P(Odd = true) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

$$P(Odd) = \langle 1/2, 1/2 \rangle$$

$$P(Weather) = \langle 0.72, 0.1, 0.08, 0.1 \rangle$$

- pravidla pro výpočet pravděpodobnosti logicky souvisejících událostí

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

# Bayesovské pravidlo pro vyvozování

pravidlo pro **podmíněnou pravděpodobnost** –  $P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$  if  $P(b) \neq 0$   
 z toho lze odvodit **Bayesovské pravidlo** pro určení **diagnostické**  
 pravděpodobnosti ze znalosti **příčinné** pravděpodobnosti:

$$P(\text{Příčina}|\text{Následek}) = \frac{P(\text{Následek}|\text{Příčina})P(\text{Příčina})}{P(\text{Následek})}$$

např. *ZMB* zánět mozkových blan, *ZK* ztuhlý krk:

$$P(zmb|zk) = \frac{P(zk|zmb)P(zmb)}{P(zk)} = \frac{0.8 \times 0.0001}{0.1} = 0.0008$$

**vyvozování** =

1. rozdělení akce na **atomické události**
2. zjištění **pravděpodobností** atomických událostí
3. výpočet/odvození pravděpodobností pomocí **složených distribucí pravděpodobností** (*joint probability distribution*)