Logika prvního řádu a transparentní intenzionální logika (TIL)

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz
http://nlp.fi.muni.cz/uui/

Obsah:

- Predikátová logika prvního řádu
- Logická analýza přirozeného jazyka
- Transparentní intenzionální logika

Výhody a nevýhody výrokové logiky

- ☺ výroková logika je deklarativní: syntaxe přímo koresponduje s fakty
- ☺ výroková logika umožňuje zpracovávat částečné/disjunktivní/negované informace (což je víc, než umí většina datových struktur a databází)
- ☺ výroková logika je kompoziční:

  význam $P_1 \wedge P_2$ *je odvozen z významu* P_1 *a* P_2
- ☺ ve výrokové logice je význam kontextově nezávislý (narozdíl od přirozeného jazyka, kde význam závisí na kontextu)
- ☹ výroková logika má velice omezenou expresivitu (narozdíl od přirozeného jazyka)
  např. nemáme jak říct "Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech" jinak, než vyjmenovat odpovídající výrok pro každé pole

Predikátová logika prvního řádu

- *First-order predicate logic*, FOPL/PL1
- výroková logika $\rightarrow$ svět obsahuje fakty $\times$ PL1 předpokládá, že svět obsahuje:
  - objekty – lidi, domy, teorie, barvy, roky, ...
  - relace – červený, kulatý, prvočíselný, bratři, větší než, uvnitř, ...
  - funkce – otec někoho, nejlepší přítel, plus jedna, začátek čeho, ...

Syntaxe predikátové logiky

- základní prvky –

konstanty	KingJohn, 2, RichardTheLionheart, ...
funktory predikátů	Brother, $>$, ...
funkce	Sqrt, LeftLegOf, ...
proměnné	x, y, a, b, ...
spojky	$\wedge \ \vee \ \neg \ \Rightarrow \ \Leftrightarrow$
rovnost	$=$
kvantifikátory	$\forall \ \exists$

- atomické formule –

predikáty	Brother(KingJohn, RichardTheLionheart)
složené termy	$>\Big(\text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{Richard})), \text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{KingJohn}))\Big)$

- složené formule – tvoří se z atomických formulí pomocí spojek

$$\neg S, \quad S_1 \wedge S_2, \quad S_1 \vee S_2, \quad S_1 \Rightarrow S_2, \quad S_1 \Leftrightarrow S_2$$

např. $\text{Sibling}(\text{KingJohn}, \text{Richard}) \Rightarrow \text{Sibling}(\text{Richard}, \text{KingJohn})$

$>(1,2) \vee \leq(1,2)$

$>(1,2) \wedge \neg{>}(1,2)$

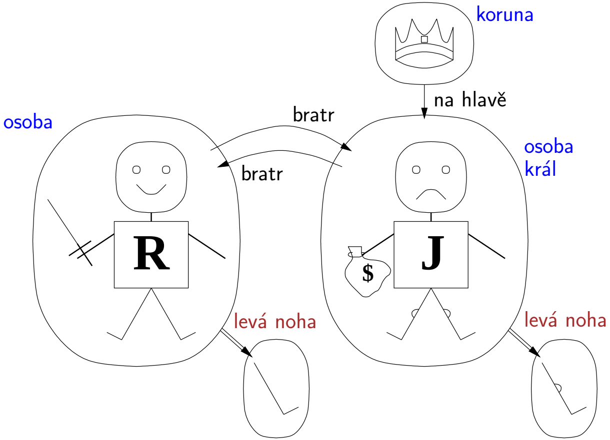
Pravdivost v predikátové logice

pravdivost formule (sémantika) se určuje vzhledem k *modelu* a *interpretaci*
model obsahuje ≥ 1 objektů a relace mezi nimi
interpretace definuje vztah mezi syntaxí a modelem – určuje referenty pro:

konstantní symboly $\rightarrow$ *objekty*
predikátové symboly $\rightarrow$ *relace*
funkční symboly $\rightarrow$ *funkce*

atomická formule **predikát(term$_1$, . . . , term$_n$)** je pravdivá $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow$ *objekty* odkazované pomocí **term**$_1$, . . . , **term**$_n$ jsou v *relaci* pojmenované funktorem **predikát**.

Příklad modelu a interpretace ve FOPL



5 objektů, 2 binární relace, 3 unární relace (osoba, král, koruna) a 1 unární funkce (levá noha).

Univerzální kvantifikace

$\forall\langle \textit{proměnné}\rangle\ \langle \textit{formule}\rangle$

"Každý na FI MU je inteligentní:" $\forall x\ \mathrm{Na}(x, \mathrm{FI\ MU}) \Rightarrow \mathrm{inteligentní}(x)$

$\forall x\ P$ je pravdivé v modelu m $\Leftrightarrow$ P je pravdivá pro $x =$ každý možný objekt z modelu m

zhruba odpovídá konjunkci instanciací P

$$
\begin{array}{ll}
 & \mathrm{Na}(\mathrm{Petr}, \mathrm{FI\ MU}) \Rightarrow \mathrm{inteligentní}(\mathrm{Petr}) \\
\wedge & \mathrm{Na}(\mathrm{Honza}, \mathrm{FI\ MU}) \Rightarrow \mathrm{inteligentní}(\mathrm{Honza}) \\
\wedge & \mathrm{Na}(\mathrm{FI\ MU}, \mathrm{FI\ MU}) \Rightarrow \mathrm{inteligentní}(\mathrm{FI\ MU}) \\
\wedge & \ldots
\end{array}
$$

Existenční kvantifikace

$\exists\langle\textit{proměnné}\rangle\ \langle\textit{formule}\rangle$

"Někdo na MFF UK je inteligentní:" $\exists x\ \mathrm{Na}(x, \mathrm{MFF\ UK}) \land \mathrm{inteligentní}(x)$

$\exists x\ P$ je pravdivé v modelu m $\Leftrightarrow$ P je pravdivá pro $x =$ nějaký objekt z modelu m

zhruba odpovídá disjunkci instanciací P

$$
\begin{array}{ll}
 & \mathrm{Na}(\mathrm{Petr}, \mathrm{MFF\ UK}) \land \mathrm{inteligentní}(\mathrm{Petr}) \\
\lor & \mathrm{Na}(\mathrm{Honza}, \mathrm{MFF\ UK}) \land \mathrm{inteligentní}(\mathrm{Honza}) \\
\lor & \mathrm{Na}(\mathrm{MFF\ UK}, \mathrm{MFF\ UK}) \land \mathrm{inteligentní}(\mathrm{MFF\ UK}) \\
\lor & \ldots
\end{array}
$$

Vlastnosti kvantifikací

- pozor při použití kvantifikátorů na záměnu $\wedge$ a $\Rightarrow$:

	dobře	*špatně*	znamenalo by
"každý P je Q."	$\forall x\ P \Rightarrow Q$	$\forall x\ P \wedge Q$	"každý je P i Q."
"někdo P je Q."	$\exists x\ (P \wedge Q)$	$\exists x\ (P \Rightarrow Q)$	"někdo není P nebo je Q."

- $\forall x \forall y$ je stejné jako $\forall y \forall x$
  $\exists x \exists y$ je stejné jako $\exists y \exists x$
  $\exists x \forall y$ není stejné jako $\forall y \exists x$
  $\exists x \forall y\ \text{má\_rád}(x, y)$ – "Existuje osoba, která má ráda všechny lidi na světě."
  $\forall y \exists x\ \text{má\_rád}(x, y)$ – "Každého na světě má alespoň jedna osoba ráda." (potenciálně každého jiná)

- dualita kvantifikátorů
  oba mohou být vyjádřeny pomocí druhého

$$\forall x\ \text{má\_rád}(x, \text{zmrzlina}) \equiv \neg\exists x\ \neg\text{má\_rád}(x, \text{zmrzlina})$$
$$\exists x\ \text{má\_rád}(x, \text{mrkev}) \equiv \neg\forall x\ \neg\text{má\_rád}(x, \text{mrkev})$$

Inference ve FOPL

teoreticky můžeme určit všechny modely výčtem ze slovníku *KB*:

pro počet objektů $n = 1, \ldots, (\infty)$

pro každý k-ární predikát P_k ze slovníku

pro každou možnou k-ární relaci na n objektech

pro každý konstantní symbol C ze slovníku

pro každou volbu referenta pro C z n objektů ...

prakticky je *kontrola modelů* nepoužitelná

inference je možná pouze podle inferenčních pravidel (dopředné/zpětné řetězení, rezoluce, ...)

základní inferenční pravidlo – zobecněné Modus Ponens (*Generalized Modus Ponens, GMP*)

$$\frac{p_1{}',\ p_2{}',\ \ldots,\ p_n{}',\ (p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\textsc{Subst}(\theta, q)}$$

kde $\forall i\ \textsc{Subst}(\theta, p_i{}') = \textsc{Subst}(\theta, p_i)$ pro atomické formule p_i, $p_i{}'$ a q

– používá navíc unifikaci

– vzniká z MP pomocí liftingu

– využívá upravené verze inferenčních algoritmů – dopředné/zpětné řetězení, rezoluce

Báze znalostí ve FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase $t = 5$:

```
tell(KB, percept([zápach, vánek, nic,  nic,  nic],  5)).
?- ask(KB,action(A,5)). %    ∃A action(A,5)  ?
```

tj. dotaz "Vyplývá nějaká akce z KB v čase $t = 5$?"
odpověď: $true, \{a/\text{Výstřel}\}$ ← substituce (hodnot proměnným)
pro větu S a substituci σ → $S\sigma$ označuje výsledek aplikace σ na S:

$$\begin{aligned} S &= \text{chytřejší}(x, y) \\ \sigma &= \{x/\text{Petr}, y/\text{Honza}\} \\ S\sigma &= \text{chytřejší}(\text{Petr}, \text{Honza}) \end{aligned}$$

$\textsc{Ask}(KB, S)$ vrací některá/všechna σ takové, že $KB \models S\sigma$

Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni

Vnímání:

$$\forall v, tr, n, w, t \;\; Percept([Zápach, v, tr, n, w], t) \Rightarrow Je\_zápach(t)$$
$$\forall z, v, n, w, t \;\; Percept([z, v, Třpyt, n, w], t) \Rightarrow Máme\_zlato(t)$$

Reflex:

$$\forall t \;\; Máme\_zlato(t) \Rightarrow Action(Zvednutí, t)$$

Reflex s vnitřním stavem: neměli jsme už zlato?

$$\forall t \;\; Máme\_zlato(t) \wedge \neg Držím(Zlato, t) \Rightarrow Action(Zvednutí, t)$$

Držím(Zlato, t) není pozorovatelné $\Rightarrow$ je důležité držet si informace o vnitřních stavech

Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni pokrač.

Vyvozování skrytých skutečností:

- vlastnosti pozice:

$$\forall x, t \ \mathit{Na\_poli}(\mathit{Agent}, x, t) \wedge \mathit{Je\_zápach}(t) \Rightarrow \mathit{Zapáchá}(x)$$
$$\forall x, t \ \mathit{Na\_poli}(\mathit{Agent}, x, t) \wedge \mathit{Je\_vánek}(t) \Rightarrow \mathit{S\_vánkem}(x)$$

- "V poli vedle Jámy je Vánek:"
  - diagnostické pravidlo – odvodí příčiny z následku

$$\forall y \ \mathit{S\_vánkem}(y) \Rightarrow \exists x \ \mathit{Jáma}(x) \wedge \mathit{Vedle}(x, y)$$

  - příčinné pravidlo – odvodí výsledek z premisy

$$\forall x, y \ \mathit{Jáma}(x) \wedge \mathit{Vedle}(x, y) \Rightarrow \mathit{S\_vánkem}(y)$$

  - ani jedno z nich není úplné
    např. příčinné pravidlo neříká, jestli v poli daleko od Jámy nemůže být Vánek
  - definice vztahu Vánku a Jámy:

$$\forall y \ \mathit{S\_vánkem}(y) \Leftrightarrow [\exists x \ \mathit{Jáma}(x) \wedge \mathit{Vedle}(x, y)]$$

Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni – rozhodování

- počáteční podmínka v *KB*:

$$Na\_poli(Agent, [1,1], S_0)$$

- dotaz

$$\textsc{Ask}(KB, \exists s\ Držím(Zlato, s))$$

  tj., "V jaké situaci budu držet Zlato?"

- situace jsou propojeny pomocí funkce *Result*:

  $Result(a, s)$ ... *situace, která je výsledkem činnosti a v s*

- odpověď (např. v situaci, kdy hned na vedlejším poli je Zlato)

$$\{s/Result(Zvednutí, Result(Krok\ dopředu, S_0))\}$$

  tj., jdi dopředu a zvedni Zlato

Shrnutí

logický agent aplikuje inferenci na bázi znalostí pro vyvození nových znalostí a tvorbu rozhodnutí

základní koncepty logiky:

syntaxe: formální struktura vět
sémantika: pravdivost vět podle modelů
vyplývání: nutná pravdivost věty v závislosti na jiné větě

inference: vyvození věty z jiných vět
bezespornost: inference produkuje jen vyplývající věty
úplnost: inference vyprodukuje ∀ vyplývající věty

výroková logika nemá dostatečnou expresivitu

predikátová logika prvního řádu:

- syntaxe: konstanty, funkce, predikáty, rovnost, kvantifikátory
- větší expresivita – dostatečná pro Wumpusovu jeskyni
- "poslední" logika, pro kterou existuje bezesporná a úplná inference (Gödelovy věty o neúplnosti)

jiné možné logiky:

jazyk	ontologie	pravdivostní hodnoty
výroková logika	fakty	true/false/$\perp$
predikátová logika 1. řádu	fakty, objekty, relace	true/false/$\perp$
temporální logika	fakty, objekty, relace, čas	true/false/$\perp$
teorie pravděpodobnosti	fakty	míra pravděpodobnosti $\in [0,1]$
fuzzy logika	míra pravdivosti $\in [0,1]$	intervaly hodnot

Logická analýza přirozeného jazyka

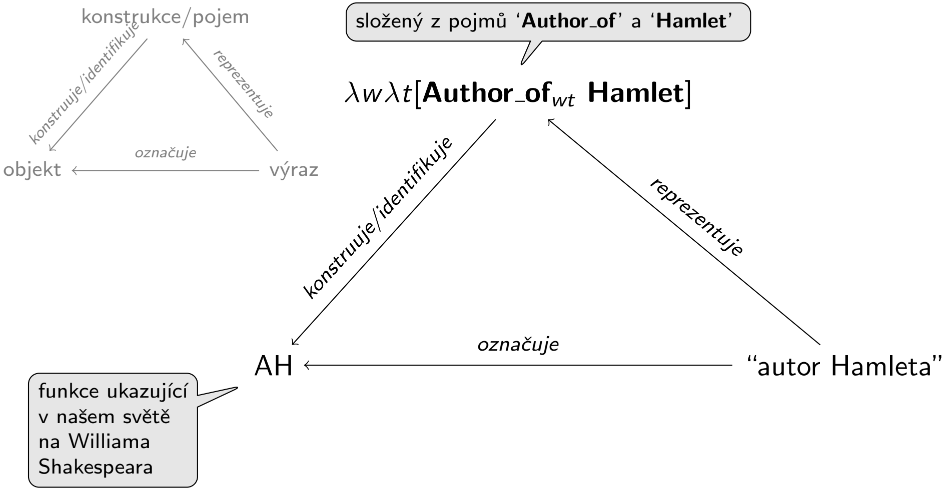
logická analýza PJ – analýza významu výrazů (vět) PJ
přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. "planeta" – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem stálice, není zdrojem světla, ...)

- pojem $\neq$ *výraz* – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (pojem("prvočíslo") $\equiv$ pojem("prime number"))
- pojem $\neq$ *představa* – představa je *subjektivní*, pojem je objektivní
- pojmy mohou identifikovat různé objekty:
  - jedno individuum – individuální pojmy (např. Petr, Pegas, prezident ČR)
  - třídu objektů – vlastnost (např. červený, šelma, hora)
  - n-člennou relaci – vztah (např. otec (někoho), křivdit (někdo někomu))
  - pravdivostní hodnotu – propozice (např. v Brně prší)
  - funkcionální přiřazení – empirické funkce (např. rychlost)
  - číslo – (fyzikální) veličiny (např. rychlost světla)

Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: pojem odpovídá logické konstrukci



Omezenost predikátové logiky 1. řádu

dva omezující rysy:

– nedostatečná expresivita

– extenzionalismus

Expresivita: vyjadřovací síla jazyka

"Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta X a není vhodný pro pacienta Y."

analýza ve výrokové logice:

$$P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$$

P	"Barva stropu pokoje č. 3 je uklidňující."
Q	"Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta X."
R	"Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta Y."

analýza v PL1:

$$U(B) \Rightarrow (V(P,X) \wedge \neg V(P,Y))$$

U	třída uklidňujících objektů
B	individuum 'barva stropu pokoje č. 3'
V	relace mezi individuy 'být vhodný pro'
P	individuum 'pokoj č. 3'
X, Y	individua 'pacient X' a 'pacient Y'

Nedostatečná expresivita PL1

Červená barva je krásnější než hnědá barva. *Kostka je červená.*

analýza v PL1:

$$Kr(\check{C}_1, H) \qquad \check{C}_2(Ko)$$

$\check{C}_1$ individuum ‘červená barva’
$\check{C}_2$ vlastnost individuí ‘být červený’ (třída červených objektů)
nelze vyjádřit $\check{C}_1 \equiv \check{C}_2$

Extenzionalismus PL1

Varšava   *hlavní město Polska*

Varšava	–	jméno individua, jasně identifikovatelné a odlišitelné
hlavní město Polska	–	individuová role, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov

‘hlavní město Polska’

- závisí na světě a čase
- pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. význam na světě a čase nezávisí

Extenzionalismus PL1 pokrač.

číslo X je větší než číslo Y   *budova X je větší než budova Y*

matematické větší než – relace dvojic čísel, pevně daná

empirické větší než – vztah dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

ano   *V Brně prší*

ano – pravdivostní hodnota *true*

V Brně prší – propozice – označuje pravdivostní hodnotu, která se mění (alespoň) v čase

i když hodnota někdy závisí na světě a čase, samotný význam na nich nezávisí

Extenze a intenze

Definujeme:

- intenze – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase
- extenze – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

časté extenze a intenze:

extenze	*intenze*
individua	individuové role
třídy	vlastnosti
relace	vztahy
pravdivostní hodnoty	propozice
funkce	empirické funkce
čísla	veličiny

Rozšířený vztah výrazu a významu u intenzí

$$
\begin{tikzcd}
\text{intenze} \arrow[d, "\textit{určuje}"'] & \text{konstrukce} \arrow[l, "\textit{konstruuje}"'] \\
\text{extenze} & \text{výraz} \arrow[l, dashed, "\textit{ukazuje na}"'] \arrow[ul, dashed, "\textit{označuje}"] \arrow[u, "\textit{reprezentuje}"']
\end{tikzcd}
$$

$$
\begin{tikzcd}
\text{AH} \arrow[d, "\textit{určuje}"'] & \lambda w \lambda t[\textbf{Author\_of}_{wt}\ \textbf{Hamlet}] \arrow[l, "\textit{konstruuje}"'] \\
\text{William Shakespear} & \text{“autor Hamleta”} \arrow[l, dashed, "\textit{ukazuje na}"'] \arrow[ul, dashed, "\textit{označuje}"] \arrow[u, "\textit{reprezentuje}"']
\end{tikzcd}
$$

Transparentní intenzionální logika

- Transparent Intensional Logic, TIL
- logický systém speciálně navržený pro zachycení významu výrazů PJ
- autor Pavel Tichý: *The Foundations of Frege's Logic*, de Gruyter, Berlin, New York, 1988.
- obdobná teorie – *Montagueho intenzionální logika* – Tichý ukazuje její nedostatky
- Tichý vychází z myšlenek – *Gottlob Frege* (1848 – 1925, logik) a *Alonzo Church* (1903 – 1995, teorie typů)
- vlastnosti:
  - rozvětvená typová hierarchie (s typy vyšších řádů)
  - temporální
  - intenzionální (intenze $\times$ extenze)
- transparentost:
  1. nositel významu (konstrukce) není prvek formálního aparátu, tento aparát pouze *studuje* konstrukce
  2. zachycení intenzionality je přesně popsáno z matematického hlediska

Typy v TILu

typ objektu:

- základní typy – typová báze $= \{o, \iota, \tau, \omega\}$
- funcionální typy – funkce nad typovou bází

  např. ι, $((\iota\tau)\omega)$, $(o\iota)$, $(((o\iota)\tau)\omega)$, $((o\tau)\omega), \ldots$

  $((\alpha\tau)\omega)$ ... závislost na světě a čase, vyjadřuje intenze – zápis $\alpha_{\tau\omega}$
- typy vyšších řádů – obsahují i třídy konstrukcí řádu n – $*_n$

Základní typy TILu

umožňují přiřadit typ objektům z intenzionální báze jazyka – třída základních vlastností (barvy, rozměry, postoje, ...) popisujících stav světa

- $\mathbf{o}$ (omikron, o) ... pravdivostní hodnoty Pravda (*true*, T) a Nepravda (*false*, F)
  přesně odpovídají běžným logikám, typy logických operátorů – $(oo), (ooo)$
- ι (jota) ... třída individuí
  individua ovšem ne jako kompletní objekty, ale jako numerická identifikace nestrukturované entity
- τ (tau) ... třída časových okamžiků (jako časového kontinua)
  zachycení závislosti na čase; současně třída reálných čísel
- ω (omega) ... třída možných světů
  zachycení empirické závislosti na stavu světa

Možné světy

termín možný svět – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

$\forall$ možný svět je:
- soubor myslitelných faktů
- je konzistentní a maximální ze všech takových souborů
- je objektivní (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy $\exists$ právě jeden aktuální svět – jeho znalost $\equiv$ vševědoucnost

možný svět v TILu = rozhodovací systém, pro $\forall$ prvek intenzionální báze obsahuje konzistentní přiřazení hodnot

příklad – realita s 2 objekty a 2 vlastnostmi (9 možných světů $w_1, \ldots, w_9$):

	být tlustý			
být hubený	{Laurel, Hardy}	{Laurel}	{Hardy}	$\emptyset$
{Laurel, Hardy}	$\times$	$\times$	$\times$	w_1
{Laurel}	$\times$	$\times$	$\boxed{w_2}$	w_3
{Hardy}	$\times$	w_4	$\times$	w_5
$\emptyset$	w_6	w_7	w_8	w_9

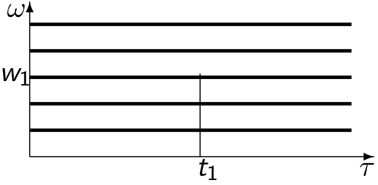
Princip intenzí v TILu

být hubený	. . . objekt typu $(o\iota)_{\tau\omega}$, funkce z možných světů a času do tříd individuí
w	. . . proměnná typu ω, možný svět
t	. . . proměnná typu τ, časový okamžik
[**být hubený** w t]	. . . konstruuje $(o\iota)$-objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě w a čase t vlastnost být hubený (značíme **být hubený**$_{wt}$)

pokud aplikujeme jen w – získáme chronologii

Americký prezident$_{w_{act}}$ (zkr. $\mathbf{P}_{w_{act}}$) . . . ι_τ $\mathbf{P}_{w_{act}t_0}$ . . . ι:

intenzionální sestup – identifikace extenze pomocí intenze, světa w_1 a času t_1



Nejčastější typy

extenze			*intenze*		
individua	...	ι	individuové role	...	$\iota_{\tau\omega}$
třídy	...	$(o\iota)$	vlastnosti	...	$(o\iota)_{\tau\omega}$
relace	...	$(o\alpha\beta)$	vztahy	...	$(o\alpha\beta)_{\tau\omega}$
pravdivostní hodnoty	...	o	propozice	...	$o_{\tau\omega}$, π
funkce	...	$(\alpha\beta)$	empirické funkce	...	$(\alpha\beta)_{\tau\omega}$
čísla	...	τ	veličiny	...	$\tau_{\tau\omega}$

Konstrukce

konstrukce v TILu:

- proměnná typu α, v závislosti na valuaci konstruuje α-objekt
  $x \ldots \iota$
- trivializace objektu A typu α, konstruuje právě objekt A
  $^0\mathrm{A} \ldots \alpha$,   často také $\mathbf{A} \ldots \alpha$
  trivializace složené konstrukce – přechod k vyšším řádům
- aplikace konstrukce $X \ldots (\alpha\beta_1 \ldots \beta_n)$ na konstrukce $Y_1, \ldots, Y_n$ typů $\beta_1, \ldots, \beta_n$, konstruuje objekt typu α
  $[XY_1 \ldots Y_n] \ldots \alpha$
- abstrakce konstrukce $Y \ldots \alpha$ na proměnných $x_1, \ldots, x_n$ typů $\beta_1, \ldots, \beta_n$, konstruuje objekt/funkci typu $(\alpha\beta_1 \ldots \beta_n)$
  $\lambda x_1 \ldots x_n[Y] \ldots (\alpha\beta_1 \ldots \beta_n)$

U aplikace i abstrakce se tady jedná o zápis *funkcí více proměnných*, ne o částečné aplikace

Příklady analýzy podstatných jmen

pes, člověk	$x \ldots \iota$: $\mathbf{pes}_{wt}x$, $pes/(o\iota)_{\tau\omega}$	individuum z dané třídy individuí
prezident	$prezident/\iota_{\tau\omega}$	individuová role
volitelnost	$volitelnost/(o\iota_{\tau\omega})_{\tau\omega}$	vlastnost individuové role
výška	$výška/(\tau\iota)_{\tau\omega}$	empirická funkce
výrok, tvrzení	$p \ldots *_n$: $\mathbf{výrok}_{wt}p$, $výrok/(o*_n)_{\tau\omega}$	konstrukce propozice z dané třídy konstrukcí propozic
válka, smích, zvonění	$válka/(o(o\pi))_{\omega}$	třída epizod – aktivita, která koresponduje se slovesem
leden, podzim	$leden/(o(o\tau))$	třída časových okamžiků – časové intervaly

Příklady přínosu TILu

- propoziční postoje

Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.

$$\lambda w \lambda t \left[\textbf{říká}_{wt} Petr^0 \left[\lambda w \lambda t \left[\textbf{věří}_{wt} Tom^0 \left[\lambda w \lambda t [\textbf{kulatá}_{wt} \textbf{Země}]\right]\right]\right]\right]$$

- existence neexistujícího

Pes existuje.   *Jednorožec neexistuje.*

v PL1: $\cancel{\exists x(x = \text{pes})}$ $\cancel{\neg\exists x(x = \text{jednorožec})}$

$$(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x(x = \text{jednorožec}))$$

v TILu: (*) $\lambda w \lambda t \left[{}^0\neg[Ex_{wt}\, \textbf{jednorožec}]\right]$

$$Ex \overset{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[{}^0\textstyle\sum_\iota \left[\lambda x[p_{wt}\, x]\right]\right], \quad Ex \ldots (o(o\iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$$

(*) ... "třída všech individuí s vlastností 'být jednorožcem' je v daném světě a čase prázdná."

- intenzionalita, vlastnosti vlastností, analýza epizod, analýza gramatického času, ...