

# Logika prvního řádu a transparentní intenzionální logika (TIL)

Aleš Horák

E-mail: [hales@fi.muni.cz](mailto:hales@fi.muni.cz)  
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- ▶ Predikátová logika prvního řádu
- ▶ Logická analýza přirozeného jazyka
- ▶ Transparentní intenzionální logika

## Výhody a nevýhody výrokové logiky

- ▶ 😊 výroková logika je **deklarativní**: syntaxe přímo koresponduje s fakty
- ▶ 😊 výroková logika umožňuje zpracovávat částečné/disjunktivní/negované informace (což je víc, než umí většina datových struktur a databází)
- ▶ 😊 výroková logika je **kompoziční**:  
 $\text{význam } P_1 \wedge P_2 \text{ je odvozen z významu } P_1 \text{ a } P_2$
- ▶ 😊 ve výrokové logice je význam **kontextově nezávislý** (narozdíl od přirozeného jazyka, kde význam závisí na kontextu)
- ▶ 😞 výroková logika má velice omezenou expresivitu (narozdíl od přirozeného jazyka)  
např. nemáme jak říct “Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech” jinak, než vyjmenovat odpovídající výrok pro každé pole

# Predikátová logika prvního řádu

- ▶ *First-order predicate logic*, FOPL/PL1
- ▶ výroková logika  $\rightarrow$  svět obsahuje **fakty**  $\times$  PL1 předpokládá, že svět obsahuje:
  - **objekty** – lidi, domy, teorie, barvy, roky, ...
  - **relace** – červený, kulatý, prvočíselný, bratři, větší než, uvnitř, ...
  - **funkce** – otec někoho, nejlepší přítel, plus jedna, začátek čeho, ...

## Syntaxe predikátové logiky

### ▶ základní prvky –

konstanty	KingJohn, 2, RichardTheLionheart, ...
funktory predikátů	Brother, >, ...
funkce	Sqrt, LeftLegOf, ...
proměnné	$x, y, a, b, \dots$
spojky	$\wedge \vee \neg \Rightarrow \Leftrightarrow$
rovnost	$=$
kvantifikátory	$\forall \exists$

### ▶ atomické formule –

predikáty	Brother(KingJohn, RichardTheLionheart)
složené termy	$>(\text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{Richard})), \text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{KingJohn})))$

### ▶ složené formule – tvoří se z atomických formulí pomocí spojek

$$\neg S, \quad S_1 \wedge S_2, \quad S_1 \vee S_2, \quad S_1 \Rightarrow S_2, \quad S_1 \Leftrightarrow S_2$$

např.  $\text{Sibling}(\text{KingJohn}, \text{Richard}) \Rightarrow \text{Sibling}(\text{Richard}, \text{KingJohn})$   
 $>(1, 2) \vee \leq(1, 2)$   
 $>(1, 2) \wedge \neg >(1, 2)$

## Pravdivost v predikátové logice

pravdivost formule (sémantika) se určuje vzhledem k *modelu* a *interpretaci*  
**model** obsahuje  $\geq 1$  objektů a relace mezi nimi

**interpretace** definuje vztah mezi syntaxí a modelem – určuje referenty pro:

*konstantní symboly*  $\rightarrow$  *objekty*

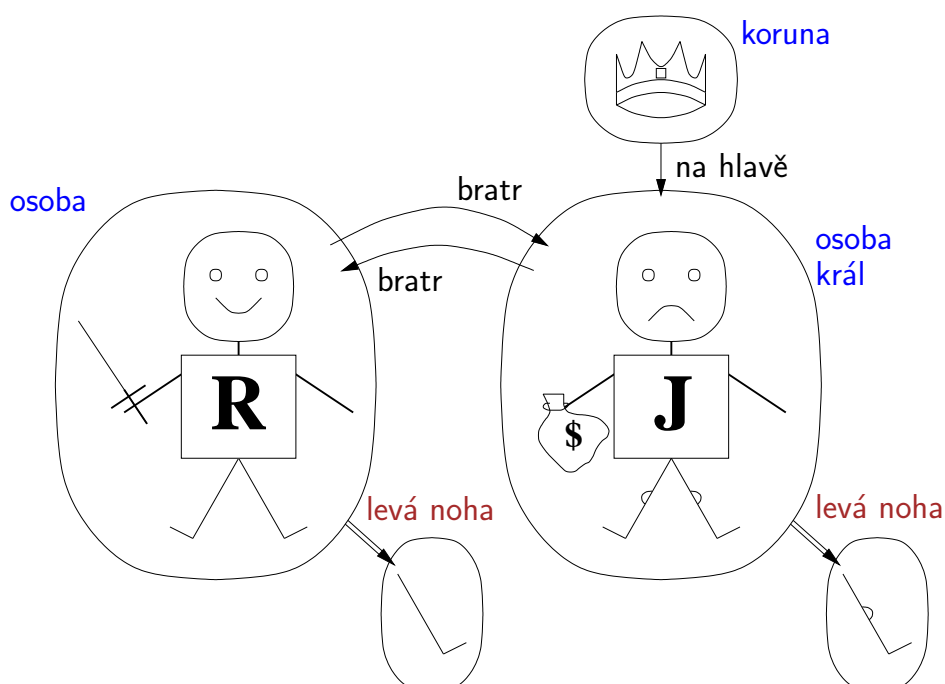
*predikátové symboly*  $\rightarrow$  *relace*

*funkční symboly*  $\rightarrow$  *funkce*

atomická formule **predikát**( $\text{term}_1, \dots, \text{term}_n$ ) je pravdivá  $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$  *objekty* odkazované pomocí  $\text{term}_1, \dots, \text{term}_n$  jsou v *relaci* pojmenované funktorem **predikát**.

## Příklad modelu a interpretace ve FOPL



5 objektů, 2 binární relace, 3 unární relace (osoba, král, koruna) a 1 unární funkce (levá noha).

## Univerzální kvantifikace

$\forall$  ⟨proměnné⟩ ⟨formule⟩

“Každý na FI MU je inteligentní:”  $\forall x \text{ Na}(x, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(x)$

$\forall x P$  je pravdivé v modelu  $m \Leftrightarrow P$  je pravdivá pro  $x =$  každý možný objekt z modelu  $m$

zhruba odpovídá **konjunkci instancí**  $P$

$$\begin{aligned} & \text{Na}(\text{Petr}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Petr}) \\ \wedge & \text{ Na}(\text{Honza}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Honza}) \\ \wedge & \text{ Na}(\text{FI MU}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{FI MU}) \\ \wedge & \dots \end{aligned}$$

## Existenční kvantifikace

$\exists$  ⟨proměnné⟩ ⟨formule⟩

“Někdo na MFF UK je inteligentní:”  $\exists x \text{ Na}(x, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(x)$

$\exists x P$  je pravdivé v modelu  $m \Leftrightarrow P$  je pravdivá pro  $x =$  nějaký objekt z modelu  $m$

zhruba odpovídá **disjunkci instancí**  $P$

$$\begin{aligned} & \text{Na}(\text{Petr}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Petr}) \\ \vee & \text{ Na}(\text{Honza}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Honza}) \\ \vee & \text{ Na}(\text{MFF UK}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{MFF UK}) \\ \vee & \dots \end{aligned}$$

## Vlastnosti kvantifikací

- ▶ pozor při použití kvantifikátorů na záměnu  $\wedge$  a  $\Rightarrow$ :

	<i>dobře</i>	<i>špatně</i>	<b>znamenaloby</b>
“každý $P$ je $Q$ .”	$\forall x P \Rightarrow Q$	$\forall x P \wedge Q$	“každý je $P$ i $Q$ .”
“někdo $P$ je $Q$ .”	$\exists x (P \wedge Q)$	$\exists x (P \Rightarrow Q)$	“někdo není $P$ nebo je $Q$ .”

- ▶  $\forall x \forall y$  **je** stejné jako  $\forall y \forall x$
- $\exists x \exists y$  **je** stejné jako  $\exists y \exists x$
- $\exists x \forall y$  **není** stejné jako  $\forall y \exists x$
- $\exists x \forall y$  má\_rád( $x, y$ ) – “Existuje osoba, která má ráda všechny lidi na světě.”
- $\forall y \exists x$  má\_rád( $x, y$ ) – “Každého na světě má alespoň jedna osoba ráda.”  
(potenciálně každého jiná)

- ▶ **dualita kvantifikátorů**

oba mohou být vyjádřeny pomocí druhého

$$\begin{aligned} \forall x \text{ má\_rád}(x, \text{zmrzlina}) &\equiv \neg \exists x \neg \text{má\_rád}(x, \text{zmrzlina}) \\ \exists x \text{ má\_rád}(x, \text{mrkev}) &\equiv \neg \forall x \neg \text{má\_rád}(x, \text{mrkev}) \end{aligned}$$

## Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit **všechny modely** výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet **objektů**  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární **predikát**  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární **relaci** na  $n$  objektech

pro každý **konstantní symbol**  $C$  ze slovníku

pro každou volbu **referenta** pro  $C$  z  $n$  objektů ...

prakticky je *kontrola modelů nepoužitelná*

inference je možná pouze podle **inferenčních pravidel** (dopředné/zpětné řetězení, rezoluce, ...)

základní inferenční pravidlo – **zobecněné Modus Ponens** (*Generalized Modus Ponens, GMP*)

$$\frac{p_1', p_2', \dots, p_n', (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\text{SUBST}(\theta, q)}$$

kde  $\forall i \text{ SUBST}(\theta, p_i') = \text{SUBST}(\theta, p_i)$   
pro atomické formule  $p_i, p_i'$  a  $q$

- používá navíc **unifikaci**
- vzniká z MP pomocí **liftingu**
- využívá upravené verze inferenčních algoritmů – dopředné/zpětné řetězení, rezoluce

## Báze znalostí ve FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase  $t = 5$ :

**tell**(KB, **percept**([zápach, vánek, nic, nic, nic], 5)).

?– **ask**(KB, **action**(A,5)). %  $\exists A \text{ action}(A,5)$  ?

tj. dotaz “Vyplývá nějaká akce z  $KB$  v čase  $t = 5$ ?”

odpověď:  $true, \{a/\text{Výstřel}\}$  ← **substitute** (hodnot proměnným)

pro větu  $S$  a **substituci**  $\sigma \rightarrow S\sigma$  označuje výsledek aplikace  $\sigma$  na  $S$ :

$$S = \text{chytřejší}(x, y)$$

$$\sigma = \{x/\text{Petr}, y/\text{Honza}\}$$

$$S\sigma = \text{chytřejší}(\text{Petr}, \text{Honza})$$

$\text{ASK}(KB, S)$  vrací některá/všechna  $\sigma$  takové, že  $KB \models S\sigma$

## Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni

### Vnímání:

$$\forall v, tr, n, w, t \text{ Percept}([Zápach, v, tr, n, w], t) \Rightarrow \text{Je\_zápach}(t)$$

$$\forall z, v, n, w, t \text{ Percept}([z, v, Třpyt, n, w], t) \Rightarrow \text{Máme\_zlato}(t)$$

### Reflex:

$$\forall t \text{ Máme\_zlato}(t) \Rightarrow \text{Action}(\text{Zvednutí}, t)$$

### Reflex s vnitřním stavem: neměli jsme už zlato?

$$\forall t \text{ Máme\_zlato}(t) \wedge \neg \text{Držím}(\text{Zlato}, t) \Rightarrow \text{Action}(\text{Zvednutí}, t)$$

$\text{Držím}(\text{Zlato}, t)$  není pozorovatelné  $\Rightarrow$  je důležité držet si informace o vnitřních stavech

## Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni pokrač.

### Vyvozování skrytých skutečností:

- ▶ vlastnosti pozice:

$$\forall x, t \text{ Na\_poli}(\text{Agent}, x, t) \wedge \text{Je\_z\u00e1pach}(t) \Rightarrow \text{Zap\u00e1ch\u00e1}(x)$$

$$\forall x, t \text{ Na\_poli}(\text{Agent}, x, t) \wedge \text{Je\_v\u00e1nek}(t) \Rightarrow \text{S\_v\u00e1nkem}(x)$$

- ▶ “V poli vedle Jámy je Vánek:”

- **diagnostické** pravidlo – odvodí příčiny z následku

$$\forall y \text{ S\_v\u00e1nkem}(y) \Rightarrow \exists x \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y)$$

- **příčinné** pravidlo – odvodí výsledek z premisy

$$\forall x, y \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y) \Rightarrow \text{S\_v\u00e1nkem}(y)$$

- ani jedno z nich není úplné

např. příčinné pravidlo neříká, jestli v poli daleko od Jámy nemůže být Vánek

- **definice** vztahu Vánku a Jámy:

$$\forall y \text{ S\_v\u00e1nkem}(y) \Leftrightarrow [\exists x \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y)]$$

## Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni – rozhodování

- ▶ počáteční podmínka v *KB*:

$$\text{Na\_poli}(\text{Agent}, [1, 1], S_0)$$

- ▶ **dotaz**

$$\text{ASK}(\text{KB}, \exists s \text{ Dr\u017b\u00edm}(\text{Zlato}, s))$$

tj., “V jaké situaci budu držet Zlato?”

- ▶ situace jsou propojeny pomocí funkce *Result*:

$$\text{Result}(a, s) \dots \text{ situace, která je výsledkem činnosti } a \text{ v } s$$

- ▶ **odpověď** (např. v situaci, kdy hned na vedlejším poli je Zlato)

$$\{s / \text{Result}(\text{Zvednutí}, \text{Result}(\text{Krok dopředu}, S_0))\}$$

tj., jdi dopředu a zvedni Zlato

# Shrnutí

logický agent aplikuje **inferenci** na **bázi znalostí** pro vyvození nových znalostí a tvorbu rozhodnutí

základní koncepty logiky:

**syntaxe**: formální struktura **vět**

**sémantika**: **pravdivost** vět podle **modelů**

**vyplývání**: nutná pravdivost věty v závislosti na jiné větě

**inference**: vyvození věty z jiných vět

**bezespornost**: inference produkuje jen vyplývající věty

**úplnost**: inference vyprodukuje  $\forall$  vyplývající věty

**výroková logika** nemá dostatečnou expresivitu

**predikátová logika** prvního řádu:

- syntaxe: konstanty, funkce, predikáty, rovnost, kvantifikátory
- větší expresivita – dostatečná pro Wumpusovu jeskyni
- “poslední” logika, pro kterou existuje **bezesporná** a **úplná** inference (Gödelovy věty o neúplnosti)

jiné možné logiky:

jazyk	ontologie	pravdivostní hodnoty
výroková logika	fakty	true/false/ $\perp$
predikátová logika 1. řádu	fakty, objekty, relace	true/false/ $\perp$
temporální logika	fakty, objekty, relace, čas	true/false/ $\perp$
teorie pravděpodobnosti	fakty	míra pravděpodobnosti $\in [0, 1]$
fuzzy logika	míra pravdivosti $\in [0, 1]$	intervaly hodnot

## Logická analýza přirozeného jazyka

**logická analýza PJ** – analýza **významu** výrazů (vět) PJ

přirozený **jazyk** (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

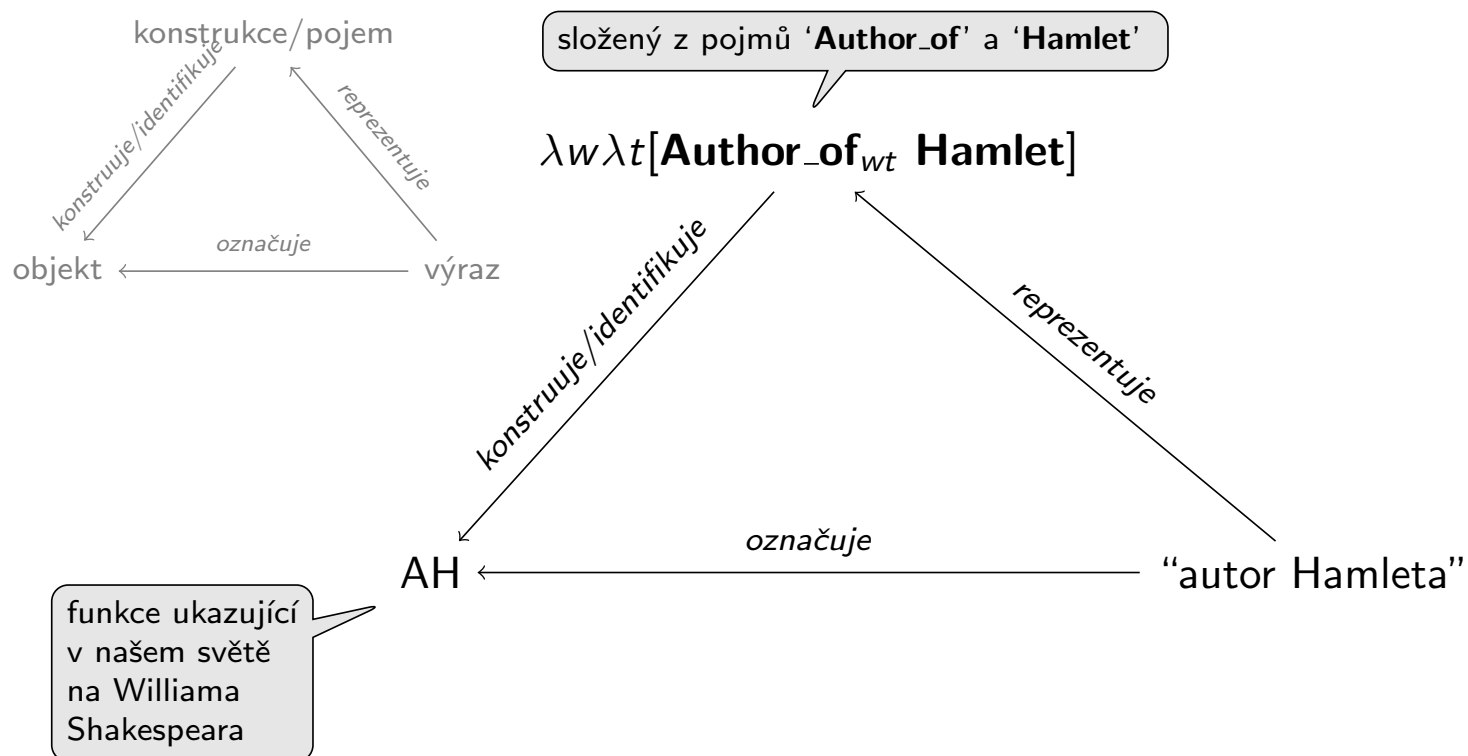
**pojem** – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

- **pojem**  $\neq$  **výraz** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (pojem(“prvočíslo”)  $\equiv$  pojem(“prime number”))
- **pojem**  $\neq$  **představa** – představa je *subjektivní*, pojem je **objektivní**
- pojmy mohou identifikovat různé objekty:
  - jedno individuum – **individuální pojmy** (např. Petr, Pegas, prezident ČR)
  - třídu objektů – **vlastnost** (např. červený, šelma, hora)
  - $n$ -člennou relaci – **vztah** (např. otec (někoho), křivdit (někdo někomu))
  - pravdivostní hodnotu – **propozice** (např. v Brně prší)
  - funkcionální přiřazení – **empirické funkce** (např. rychlost)
  - číslo – (fyzikální) **veličiny** (např. rychlost světla)



## Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: **pojem** odpovídá logické **konstrukci**



## Omezenost predikátové logiky 1. řádu

dva omezující rysy:

- **nedostatečná expresivita**
- **extenzionalismus**

**Expresivita:** vyjadřovací síla jazyka

“Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta  $X$  a není vhodný pro pacienta  $Y$ .”

analýza ve **výrokové logice**:

$P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$	$P$	“Barva stropu pokoje č. 3 je uklidňující.”
	$Q$	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $X$ .”
	$R$	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $Y$ .”

analýza v **PL1**:

$U(B) \Rightarrow (V(P, X) \wedge \neg V(P, Y))$	$U$	třída uklidňujících objektů
	$B$	individuum ‘barva stropu pokoje č. 3’
	$V$	relace mezi individuy ‘být vhodný pro’
	$P$	individuum ‘pokoj č. 3’
	$X, Y$	individua ‘pacient $X$ ’ a ‘pacient $Y$ ’

## Nedostatečná expresivita PL1

*Červená barva je krásnější než hnědá barva. Kostka je červená.*

analýza v **PL1**:

$Kr(\check{C}_1, H)$                        $\check{C}_2(Ko)$

$\check{C}_1$     individuum 'červená barva'

$\check{C}_2$     vlastnost individuí 'být červený' (třída červených objektů)

nelze vyjádřit                       $\check{C}_1 \equiv \check{C}_2$

## Extenzionalismus PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

Varšava                      – **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné

hlavní město Polska    – **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov

'hlavní město Polska'

– závisí na světě a čase

– pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. **význam** na světě a čase **nezávisí**

## Extenzionalismus PL1 pokrač.

*číslo X je větší než číslo Y*

*budova X je větší než budova Y*

matematické větší než – **relace** dvojic čísel, pevně daná

empirické větší než – **vztah** dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

*ano*

*V Brně prší*

*ano* – **pravdivostní hodnota** *true*

*V Brně prší* – **propozice** – označuje pravdivostní hodnotu, která se mění (alespoň) v čase

i když hodnota někdy závisí **na světě a čase**, samotný **význam** na nich **nezávisí**

## Extenze a intenze

Definujeme:

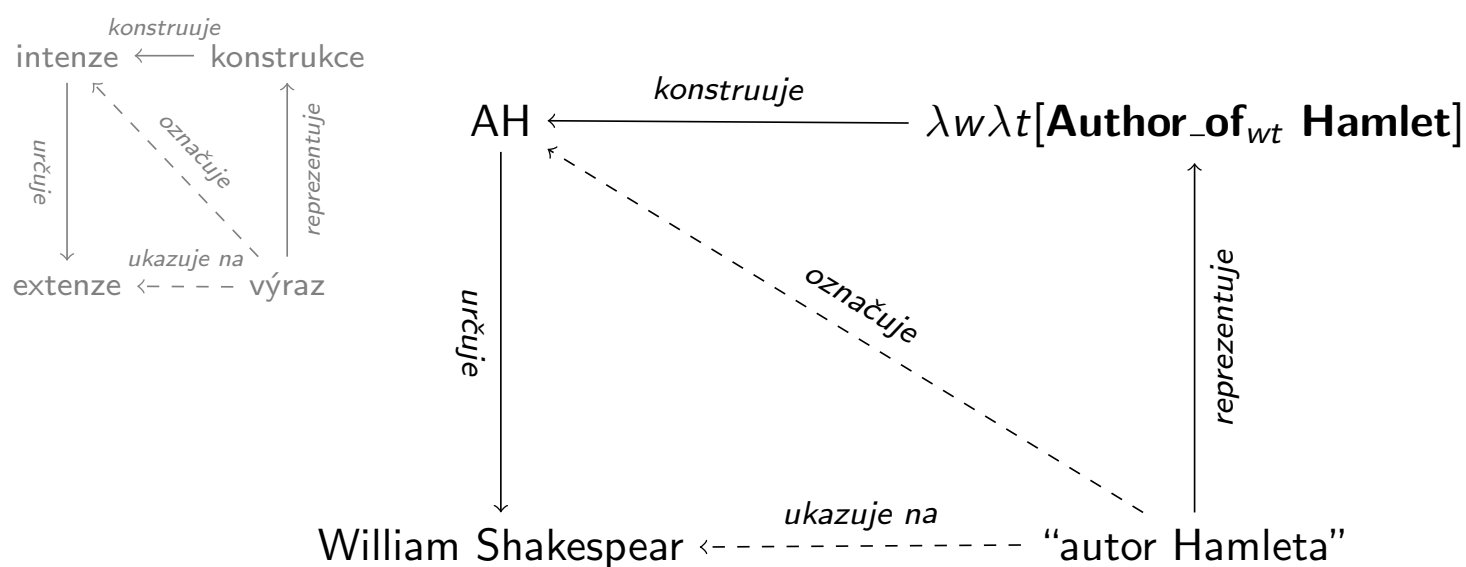
▶ **intenze** – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase

▶ **extenze** – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

časté extenze a intenze:

<i>extenze</i>	<i>intenze</i>
individua	individuové role
třídy	vlastnosti
relace	vztahy
pravdivostní hodnoty	propozice
funkce	empirické funkce
čísla	veličiny

# Rozšířený vztah výrazu a významu u intenzí



## Transparentní intenzionální logika

- ▶ **Transparent Intensional Logic, TIL**
- ▶ **logický systém** speciálně navržený pro zachycení **významu výrazů PJ**
- ▶ autor **Pavel Tichý**: *The Foundations of Frege's Logic*, de Gruyter, Berlin, New York, 1988.
- ▶ obdobná teorie – *Montagueho intenzionální logika* – Tichý ukazuje její nedostatky
- ▶ Tichý vychází z myšlenek – *Gottlob Frege* (1848 – 1925, logik) a *Alonzo Church* (1903 – 1995, teorie typů)
- ▶ vlastnosti:
  - rozvětvená **typová hierarchie** (s typy **vyšších řádů**)
  - **temporální**
  - **intenzionální** (intenze × extenze)
- ▶ **transparentost**:
  1. nositel významu (**konstrukce**) není prvek formálního aparátu, tento aparát pouze *studuje* konstrukce
  2. zachycení intenzionality je přesně popsáno z matematického hlediska

# Typy v TILu

## typ objektu:

- základní typy – **typová báze** =  $\{o, \iota, \tau, \omega\}$
- funcionální typy – **funkce** nad typovou bází  
např.  $\iota, ((\iota\tau)\omega), (o\iota), (((o\iota)\tau)\omega), ((o\tau)\omega), \dots$   
 $((\alpha\tau)\omega) \dots$  závislost na světě a čase, vyjadřuje **intenze** – zápis  $\alpha_{\tau\omega}$
- typy **vyšších řádů** – obsahují i třídy konstrukcí řádu  $n - *n$

## Základní typy TILu

umožňují přiřadit typ objektům z **intenzionální báze** jazyka – třída **základních vlastností** (barvy, rozměry, postoje, ...) popisujících stav světa

- ▶  $o$  (omikron, o) ... **pravdivostní hodnoty** Pravda (*true*, T) a Nepravda (*false*, F)  
přesně odpovídají běžným logikám, typy **logických operátorů** –  $(oo), (ooo)$
- ▶  $\iota$  (jota) ... třída **individuí**  
individua ovšem ne jako kompletní objekty, ale jako **numerická identifikace** nestrukturované entity
- ▶  $\tau$  (tau) ... třída **časových okamžiků** (jako časového kontinua)  
zachycení závislosti na čase; současně třída **reálných čísel**
- ▶  $\omega$  (omega) ... třída **možných světů**  
zachycení empirické závislosti na stavu světa

## Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646–1716, filozof a matematik)

$\forall$  možný svět je: – soubor **myslitelných faktů**

– je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů

– je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy  $\exists$  právě jeden **aktuální svět** – jeho znalost  $\equiv$  vševědoucnost

**možný svět v TILu** = rozhodovací systém, pro  $\forall$  prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

příklad – realita s 2 objekty a 2 vlastnostmi (9 možných světů  $w_1, \dots, w_9$ ):

být hubený	být tlustý			
	{Laurel, Hardy}	{Laurel}	{Hardy}	$\emptyset$
{Laurel, Hardy}	×	×	×	$w_1$
{Laurel}	×	×	$w_2$	$w_3$
{Hardy}	×	$w_4$	×	$w_5$
$\emptyset$	$w_6$	$w_7$	$w_8$	$w_9$

## Princip intenzí v TILu

být hubený ... objekt typu  $(ol)_{\tau w}$ , funkce z možných světů a času do tříd individuí

$w$  ... proměnná typu  $\omega$ , možný svět

$t$  ... proměnná typu  $\tau$ , časový okamžik

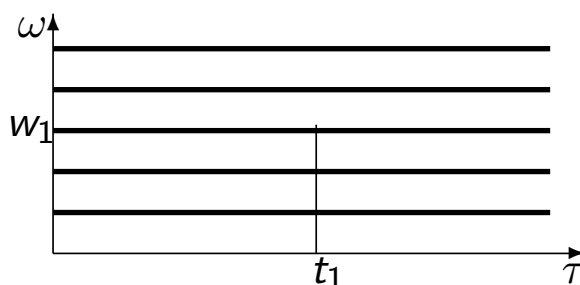
[**být hubený**  $w t$ ] ... konstruuje  $(ol)$ -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě  $w$  a čase  $t$  vlastnost být hubený (značíme **být hubený** $_{wt}$ )

pokud aplikujeme jen  $w$  – získáme **chronologii**

**Americký prezident** $_{w_{act}}$  (zkr.  $P_{w_{act}}$ ) ...  $l_{\tau}$   $P_{w_{act}t_0} \dots l:$

$t_0 \dots \tau:$	1789	1797	1801
<i>ndef</i>	G.Washington	J.Adams	T.Jefferson

**intenzionální sestup** – identifikace extenze pomocí intenze, světa  $w_1$  a času  $t_1$



# Nejčastější typy

<i>extenze</i>			<i>intenze</i>		
individua	...	$\iota$	individuové role	...	$\iota_{\tau\omega}$
třídy	...	$(o\iota)$	vlastnosti	...	$(o\iota)_{\tau\omega}$
relace	...	$(o\alpha\beta)$	vztahy	...	$(o\alpha\beta)_{\tau\omega}$
pravdivostní hodnoty	...	$o$	propozice	...	$o_{\tau\omega}, \pi$
funkce	...	$(\alpha\beta)$	empirické funkce	...	$(\alpha\beta)_{\tau\omega}$
čísla	...	$\tau$	veličiny	...	$\tau_{\tau\omega}$

## Konstrukce

### konstrukce v TILu:

- ▶ **proměnná** typu  $\alpha$ , v závislosti na **valuaci** konstruuje  $\alpha$ -objekt  
 $x \dots \iota$
- ▶ **trivializace** objektu  $A$  typu  $\alpha$ , konstruuje právě objekt  $A$   
 ${}^0A \dots \alpha$ , často také  $\mathbf{A} \dots \alpha$   
**trivializace složené konstrukce** – přechod k **vyšším řádům**
- ▶ **aplikace** konstrukce  $X \dots (\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$  na konstrukce  $Y_1, \dots, Y_n$  typů  $\beta_1, \dots, \beta_n$ , konstruuje objekt typu  $\alpha$   
 $[XY_1 \dots Y_n] \dots \alpha$
- ▶ **abstrakce** konstrukce  $Y \dots \alpha$  na proměnných  $x_1, \dots, x_n$  typů  $\beta_1, \dots, \beta_n$ , konstruuje objekt/funkci typu  $(\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$   
 $\lambda x_1 \dots x_n [Y] \dots (\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$

U aplikace i abstrakce se tady jedná o zápis *funkcí více proměnných*, ne o částečné aplikace

## Příklady analýzy podstatných jmen

pes, člověk	$x \dots \iota$ : <b>pes</b> <sub>wt</sub> $x$ , $\text{pes}/(o\iota)_{\tau\omega}$	individuum z dané třídy individuí
prezident	$\text{prezident}/\iota_{\tau\omega}$	individuová role
volitelnost	$\text{volitelnost}/(o\iota_{\tau\omega})_{\tau\omega}$	vlastnost individuové role
výška	$\text{výška}/(\tau\iota)_{\tau\omega}$	empirická funkce
výrok, tvrzení	$p \dots *n$ : <b>výrok</b> <sub>wt</sub> $p$ , $\text{výrok}/(o*n)_{\tau\omega}$	konstrukce propozice z dané třídy konstrukcí propozic
válka, smích, zvonění	$\text{válka}/(o(o\pi))_{\omega}$	třída epizod – aktivita, která koresponduje se slovesem
leden, podzim	$\text{leden}/(o(o\tau))$	třída časových okamžiků – časové intervaly

## Příklady přínosu TILu

### ► propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á} \text{ } _{wt} \text{Petr} \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í} \text{ } _{wt} \text{Tom} \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{a} \text{t} \text{á} \text{ } _{wt} \text{Zem} \text{ě} \right] \right] \right] \right] \right]$$

### ► existence neexistujícího

*Pes existuje. Jednorožec neexistuje.*

v PL1:  ~~$\exists x(x = \text{pes})$~~        ~~$\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$~~

(jednorožec = jednorožec)  $\Rightarrow$  ( $\exists x(x = \text{jednorožec})$ )

v TILu: (\*)  $\lambda w \lambda t \left[ {}^0 \neg [E x_{wt} \text{jednorožec}] \right]$

$$E x \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[ {}^0 \sum_{\iota} [\lambda x [p_{wt} x]] \right], \quad E x \dots (o(o\iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$$

(\*) ... "třída všech individuí s vlastností 'být jednorožcem' je v daném světě a čase prázdná."

### ► intenzionalita, vlastnosti vlastností, analýza epizod, analýza gramatického času, ...