

# Logický agent, výroková logika

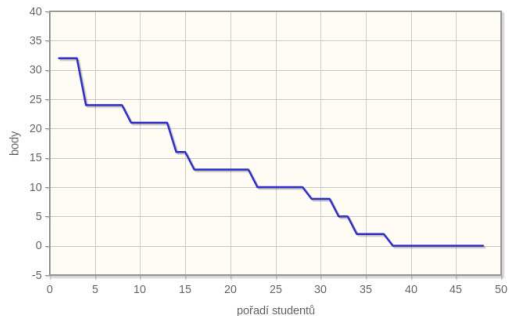
Aleš Horák

E-mail: [hales@fi.muni.cz](mailto:hales@fi.muni.cz)  
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Statistické výsledky průběžné písemky
- Logický agent
- Logika
- Výroková logika
- Důkazové metody

# Statistické výsledky průběžné písemky



průběžná písemka PB016  
48 studentů

Body	Počet studentů
32	3
24	5
21	5
16	2
13	7
10	6
8	3
5	2
2	4
0	11

Průměr: 11.38

# Logický agent

**logický agent** = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)

2 koncepty:  $\left\{ \begin{array}{l} - \text{reprezentace znalostí (knowledge representation)} \\ - \text{vyvozování znalostí (knowledge reasoning)} \rightarrow \text{inference} \end{array} \right.$

# Logický agent

**logický agent** = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)

2 koncepty:  $\left\{ \begin{array}{l} - \text{reprezentace znalostí (knowledge representation)} \\ - \text{vyvozování znalostí (knowledge reasoning)} \rightarrow \text{inference} \end{array} \right.$

rozdíly od prohledávání stavového prostoru:

- **znalost** při prohledávání stavového prostoru  $\rightarrow$  jen **zadané funkce** (přechodová funkce, cílový test, ...)
- znalosti logického agenta  $\rightarrow$  **obecná forma** umožňující **kombinace** těchto znalostí

# Logický agent

**logický agent** = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)

2 koncepty:  $\left\{ \begin{array}{l} - \text{reprezentace znalostí (knowledge representation)} \\ - \text{vyvozování znalostí (knowledge reasoning)} \rightarrow \text{inference} \end{array} \right.$

rozdíly od prohledávání stavového prostoru:

- **znalost** při prohledávání stavového prostoru  $\rightarrow$  jen **zadané funkce** (přechodová funkce, cílový test, ...)
- znalosti logického agenta  $\rightarrow$  **obecná forma** umožňující **kombinace** těchto znalostí

**obecné znalosti** – důležité v **částečně pozorovatelných** prostředích (*partially observable environments*)

**flexibilita** logického agenta:

- schopnost řešit i **nové úkoly**
- možnost **učení** nových znalostí
- **úprava** stávajících znalostí podle stavu prostředí

# Návrh logického agenta

- agent musí umět:
- reprezentovat stavy, akce, ...
  - zpracovat nové vstupy z prostředí
  - aktualizovat svůj vnitřní popis světa
  - odvodit skryté informace o stavu světa
  - odvodit vlastní odpovídající akce

# Návrh logického agenta

- agent musí umět:
- reprezentovat stavy, akce, ...
  - zpracovat nové vstupy z prostředí
  - aktualizovat svůj vnitřní popis světa
  - odvodit skryté informace o stavu světa
  - odvodit vlastní odpovídající akce

přístupy k tvorbě agenta – **deklarativní** × **procedurální** (kombinace)

# Návrh logického agenta

- agent musí umět:
- reprezentovat stavy, akce, ...
  - zpracovat nové vstupy z prostředí
  - aktualizovat svůj vnitřní popis světa
  - odvodit skryté informace o stavu světa
  - odvodit vlastní odpovídající akce

přístupy k tvorbě agenta – **deklarativní** × **procedurální** (kombinace)

**návrh agenta** → víc pohledů:

- **znalostní hledisko** – tvorba agenta → zadání znalostí pozadí, znalostí domény a cílového požadavku  
např. automatické taxi
  - znalost mapy, dopravních pravidel, ...
  - požadavek – dopravit zákazníka na FI MU Brno
- **implementační hledisko** – jaké datové struktury KB obsahuje + algoritmy, které s nimi manipulují



# Komponenty agenta, Báze znalostí

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)

algoritmy nezávislé na doméně

báze znalostí (knowledge base)

znalosti o doméně

# Komponenty agenta, Báze znalostí

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)

algoritmy nezávislé na doméně

báze znalostí (knowledge base)

znalosti o doméně

báze znalostí (KB) =

množina vět (tvrzení) vyjádřených v jazyce reprezentace znalostí

obsah báze znalostí:

- na začátku – tzv. znalosti pozadí (*background knowledge*)
- průběžně doplňované znalosti → úkol **tell(+KB,+Sentence)**

# Komponenty agenta, Báze znalostí

komponenty logického agenta:

**inferenční stroj** (inference engine)

algoritmy nezávislé na doméně

**báze znalostí** (knowledge base)

znalosti o doméně

**báze znalostí (KB)** =

množina **vět** (*tvrzení*) vyjádřených v **jazyce reprezentace znalostí**

**obsah** báze znalostí:

- na začátku – tzv. **znalosti pozadí** (*background knowledge*)
- průběžně **doplňované** znalosti → úkol **tell(+KB,+Sentence)**

**akce** logického agenta:

```
% kb_agent_action(+KB,+ATime,+Percept,-Action,-NewATime)
```

```
kb_agent_action(KB,ATime,Percept,Action,NewATime):-
```

```
make_percept_sentence(Percept,ATime,Sentence),
```

```
tell(KB,Sentence), %
```

*přidáme výsledky pozorování do KB*

```
make_action_query(ATime,Query),
```

```
ask(KB,Query,Action), %
```

*zeptáme se na další postup*

```
make_action_sentence(Action,ATime,ASentence),
```

```
tell(KB,ASentence), %
```

*přidáme informace o akci do KB*

```
NewATime is ATime + 1.
```

# Popis světa – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

- **míra výkonnosti** (*Performance measure*)  
plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- **prostředí** (*Environment*)  
objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- **akční prvky** (*Actuators*)  
možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- **senzory** (*Sensors*)  
zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

# Popis světa – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

- **míra výkonnosti** (*Performance measure*)  
plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- **prostředí** (*Environment*)  
objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- **akční prvky** (*Actuators*)  
možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- **senzory** (*Sensors*)  
zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované **automatické taxi**:

*míra výkonnosti*

*prostředí*

*akční prvky*

*senzory*

# Popis světa – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

- **míra výkonnosti** (*Performance measure*)  
plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- **prostředí** (*Environment*)  
objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- **akční prvky** (*Actuators*)  
možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- **senzory** (*Sensors*)  
zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované **automatické taxi**:

*míra výkonnosti*    doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků,  
komfort, ...

*prostředí*

*akční prvky*

*senzory*

# Popis světa – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

- **míra výkonnosti** (*Performance measure*)  
plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- **prostředí** (*Environment*)  
objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- **akční prvky** (*Actuators*)  
možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- **senzory** (*Sensors*)  
zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované **automatické taxi**:

*míra výkonnosti*    doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...

*prostředí*            ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, ...

*akční prvky*

*senzory*

# Popis světa – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

- **míra výkonnosti** (*Performance measure*)  
plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- **prostředí** (*Environment*)  
objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- **akční prvky** (*Actuators*)  
možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- **senzory** (*Sensors*)  
zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované **automatické taxi**:

<i>míra výkonnosti</i>	doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...
<i>prostředí</i>	ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, ...
<i>akční prvky</i>	řízení, plyn, brzda, houkačka, blinkry, komunikátory, ...
<i>senzory</i>	



# Popis světa – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

- **míra výkonnosti** (*Performance measure*)  
plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- **prostředí** (*Environment*)  
objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- **akční prvky** (*Actuators*)  
možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- **senzory** (*Sensors*)  
zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované **automatické taxi**:

<i>míra výkonnosti</i>	doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...
<i>prostředí</i>	ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, ...
<i>akční prvky</i>	řízení, plyn, brzda, houkačka, blinkry, komunikátory, ...
<i>senzory</i>	kamera, tachometr, počítač kilometrů, senzory motoru, GPS, ...

# Wumpusova jeskyně

## PEAS zadání **Wumpusovy jeskyně**:

### ● **P** – míra výkonnosti

zlato +1000, smrt -1000, -1 za krok, -10 za užití šípu

### ● **E** – prostředí

Místnosti vedle Wumpuse zapáchají.

V místnosti vedle jámy je vánek.

V místnosti je zlato  $\Leftrightarrow$  je v ní třpyt.

Výstřel zabije Wumpuse, pokud jsi obrácený k němu.

Výstřel vyčerpá jediný šíp, který máš.

Zvednutím vezmeš zlato ve stejné místnosti.

Položením odložíš zlato v aktuální místnosti.

### ● **A** – akční prvky

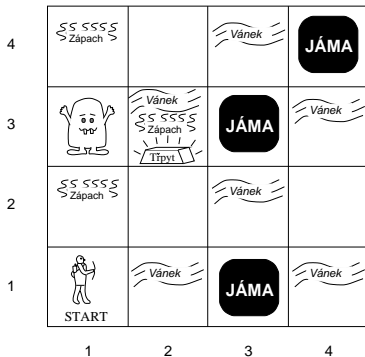
Otočení vlevo, Otočení vpravo, Krok dopředu,

Zvednutí, Položení, Výstřel

### ● **S** – senzory

Vánek, Třpyt, Zápach, Náraz do zdi,

Chroptění Wumpuse



# Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

*pozorovatelné*

*deterministické*

*episodické*

*statické*

*diskrétní*

*více agentů*

# Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

*pozorovatelné*    **ne**, jen lokální vnímání

*deterministické*

*episodické*

*statické*

*diskrétní*

*více agentů*

# Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

*pozorovatelné*    **ne**, jen lokální vnímání

*deterministické*    **ano**, přesně dané výsledky

*episodické*

*statické*

*diskrétní*

*více agentů*

# Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

<i>pozorovatelné</i>	<b>ne</b> , jen lokální vnímání
<i>deterministické</i>	<b>ano</b> , přesně dané výsledky
<i>episodické</i>	<b>ne</b> , sekvenční na úrovni akcí
<i>statické</i>	
<i>diskrétní</i>	
<i>více agentů</i>	

# Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

<i>pozorovatelné</i>	<b>ne</b> , jen lokální vnímání
<i>deterministické</i>	<b>ano</b> , přesně dané výsledky
<i>episodické</i>	<b>ne</b> , sekvenční na úrovni akcí
<i>statické</i>	<b>ano</b> , Wumpus a jámy se nehýbou
<i>diskrétní</i>	
<i>více agentů</i>	

# Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

<i>pozorovatelné</i>	<b>ne</b> , jen lokální vnímání
<i>deterministické</i>	<b>ano</b> , přesně dané výsledky
<i>episodické</i>	<b>ne</b> , sekvenční na úrovni akcí
<i>statické</i>	<b>ano</b> , Wumpus a jámy se nehýbou
<i>diskrétní</i>	<b>ano</b>
<i>více agentů</i>	



# Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

<i>pozorovatelné</i>	<b>ne</b> , jen lokální vnímání
<i>deterministické</i>	<b>ano</b> , přesně dané výsledky
<i>episodické</i>	<b>ne</b> , sekvenční na úrovni akcí
<i>statické</i>	<b>ano</b> , Wumpus a jámy se nehýbou
<i>diskrétní</i>	<b>ano</b>
<i>více agentů</i>	<b>ne</b> , Wumpus je spíše vlastnost prostředí

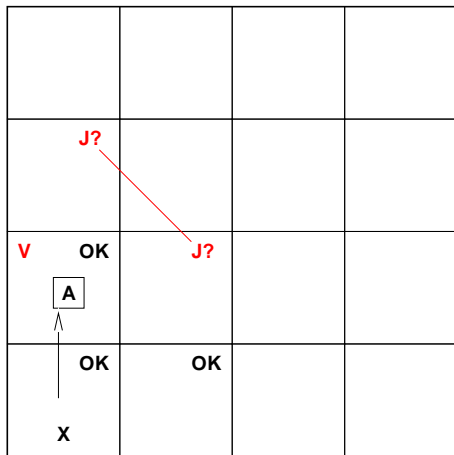
# Průzkum Wumpusovy jeskyně

OK			
OK A	OK		

1

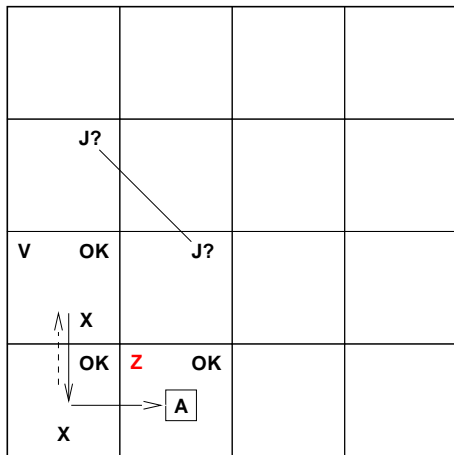
A	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

# Průzkum Wumpusovy jeskyně



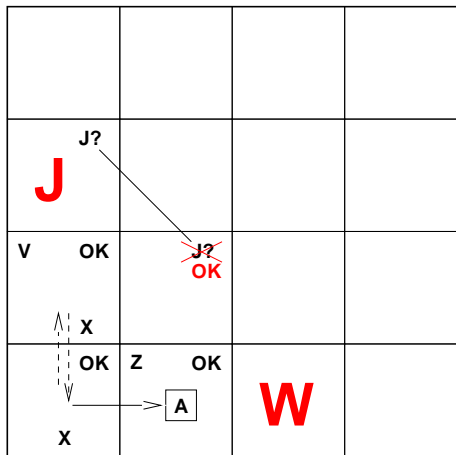
A	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

# Průzkum Wumpusovy jeskyně



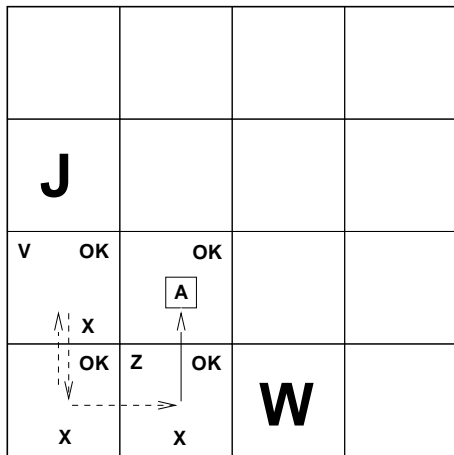
A	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

## Průzkum Wumpusovy jeskyně



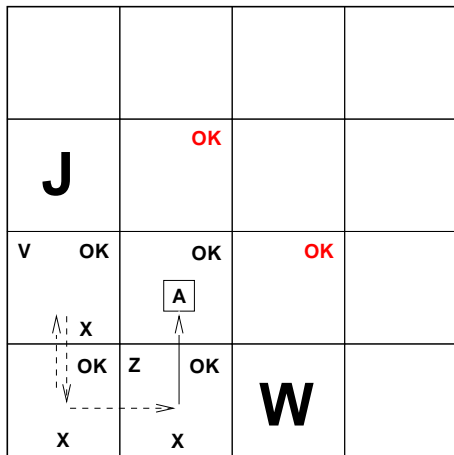
A	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

# Průzkum Wumpusovy jeskyně



A	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

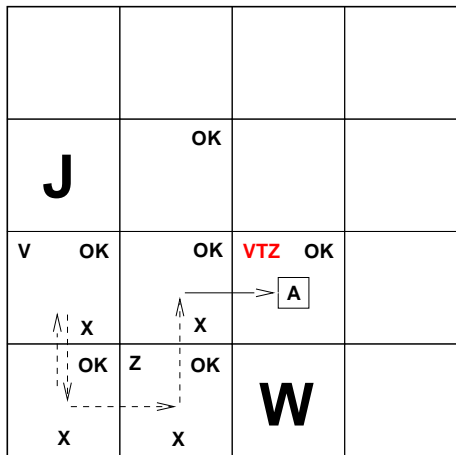
## Průzkum Wumpusovy jeskyně



6

<b>A</b>	=	Agent
<b>V</b>	=	Vánek
<b>T</b>	=	Třpyt
<b>OK</b>	=	bezpečí
<b>J</b>	=	Jáma
<b>Z</b>	=	Zápach
<b>X</b>	=	navštíveno
<b>W</b>	=	Wumpus

## Průzkum Wumpusovy jesyně

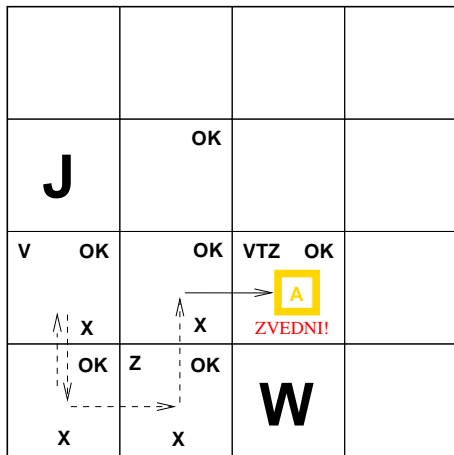


<b>A</b>	=	Agent
<b>V</b>	=	Vánek
<b>T</b>	=	Třpyt
<b>OK</b>	=	bezpečí
<b>J</b>	=	Jáma
<b>Z</b>	=	Zápach
<b>X</b>	=	navštíveno
<b>W</b>	=	Wumpus

7



# Průzkum Wumpusovy jeskyně



<b>A</b>	=	Agent
<b>V</b>	=	Vánek
<b>T</b>	=	Třpyt
<b>OK</b>	=	bezpečí
<b>J</b>	=	Jáma
<b>Z</b>	=	Zápach
<b>X</b>	=	navštíveno
<b>W</b>	=	Wumpus

8

# Průzkum Wumpusovy jeskyně – problémy

## Základní vlastnost logického vyvozování:

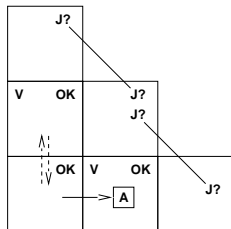
*Kdykoliv agent dospěje k **závěru** z daných informací → tento závěr je **zaručeně** správný, pokud jsou správné dodané informace.*

# Průzkum Wumpusovy jeskyně – problémy

## Základní vlastnost logického vyvozování:

*Kdykoliv agent dospěje k **závěru** z daných informací → tento závěr je **zaručeně** správný, pokud jsou správné dodané informace.*

## Obtížné situace:



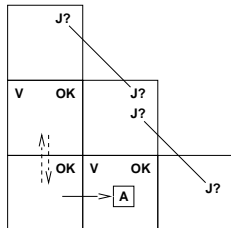
Vánek v (1, 2) i v (2, 1)  $\Rightarrow$  žádná bezpečná akce  
 Při předpokladu uniformní distribuce děr  
 $\rightarrow$  díra v (2, 2) má pravděpodobnost 0.86, na  
 krajích 0.31

# Průzkum Wumpusovy jeskyně – problémy

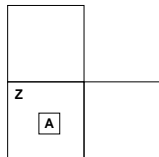
## Základní vlastnost logického vyvozování:

Kdykoliv agent dospěje k **závěru** z daných informací → tento závěr je **zaručeně** správný, pokud jsou správné dodané informace.

## Obtížné situace:



Vánek v (1, 2) i v (2, 1) ⇒ žádná bezpečná akce  
 Při předpokladu uniformní distribuce děr  
 → díra v (2, 2) má pravděpodobnost 0.86, na krajích 0.31



Zápach v (1, 1) ⇒ nemůže se pohnout  
 je možné použít **donucovací strategii** (*strategy of coercion*):

1. Výstřel jedním ze směrů
2. byl tam Wumpus ⇒ je mrtvý (poznám podle Chroptění)  
 ⇒ bezpečné
3. nebyl tam Wumpus (žádné Chroptění) ⇒ bezpečný směr

# Obsah

- 1 Statistické výsledky průběžné písemky
- 2 Logický agent
  - Návrh logického agenta
  - Komponenty agenta, Báze znalostí
  - Wumpusova jeskyně
- 3 Logika
  - Důsledek
  - Model
  - Inference
- 4 Výroková logika
  - Sémantika výrokové logiky
  - Logická ekvivalence
  - Platnost a splnitelnost
  - Vyplyvání ve Wumpusově jeskyni
- 5 Důkazové metody
  - Inference kontrolou modelů
  - Dopředné a zpětné řetězení

# Logika

**Logika** = **syntaxe** a **sémantika** formálního jazyka pro reprezentaci znalostí umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené* věty jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

# Logika

**Logika** = **syntaxe** a **sémantika** formálního jazyka pro reprezentaci znalostí umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;       $x^2 + y >$  není věta

# Logika

**Logika** = **syntaxe** a **sémantika** formálního jazyka pro reprezentaci znalostí umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “význam” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;  $x^2 + y >$  není věta
- $x + 2 \geq y$  je pravda  $\Leftrightarrow$  číslo  $x + 2$  není menší než číslo  $y$



# Logika

**Logika** = **syntaxe** a **sémantika** formálního jazyka pro reprezentaci znalostí umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “význam” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;  $x^2 + y >$  není věta
- $x + 2 \geq y$  je pravda  $\Leftrightarrow$  číslo  $x + 2$  není menší než číslo  $y$
- $x + 2 \geq y$  je pravda ve světě, kde  $x = 7$ ,  $y = 1$

# Logika

**Logika** = **syntaxe** a **sémantika** formálního jazyka pro reprezentaci znalostí umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “význam” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;  $x^2 + y >$  není věta
- $x + 2 \geq y$  je pravda  $\Leftrightarrow$  číslo  $x + 2$  není menší než číslo  $y$
- $x + 2 \geq y$  je pravda ve světě, kde  $x = 7$ ,  $y = 1$
- $x + 2 \geq y$  je nepravda ve světě, kde  $x = 0$ ,  $y = 6$

# Logika

**Logika** = **syntaxe** a **sémantika** formálního jazyka pro reprezentaci znalostí umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “význam” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;  $x^2 + y >$  není věta
- $x + 2 \geq y$  je pravda  $\Leftrightarrow$  číslo  $x + 2$  není menší než číslo  $y$
- $x + 2 \geq y$  je pravda ve světě, kde  $x = 7, y = 1$
- $x + 2 \geq y$  je nepravda ve světě, kde  $x = 0, y = 6$

zápis na papíře v libovolné syntaxi  $\rightarrow$  v KB se jedná o **konfiguraci** (částí) agenta

vlastní **vyvozování**  $\rightarrow$  generování a manipulace s těmito konfiguracemi

# Důsledek

**Důsledek** (vyplývání, *entailment*) – jedna věc **logicky vyplývá** z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí  $KB$  **vyplývá** věta  $\alpha$   $\Leftrightarrow$   $\alpha$  je pravdivá ve **všech světech**, kde je  $KB$  pravdivá

# Důsledek

**Důsledek** (vyplývání, *entailment*) – jedna věc **logicky vyplývá** z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí  $KB$  **vyplývá** věta  $\alpha \iff \alpha$  je pravdivá ve **všech světech**, kde je  $KB$  pravdivá

např.:

- $KB$  obsahuje věty – “**Češi vyhráli**”  
– “**Slováci vyhráli**”

z  $KB$  pak vyplývá – “**Bud' Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli**”

# Důsledek

**Důsledek** (vyplývání, *entailment*) – jedna věc **logicky vyplývá** z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí  $KB$  **vyplývá** věta  $\alpha \iff \alpha$  je pravdivá ve **všech světech**, kde je  $KB$  pravdivá

např.:

- $KB$  obsahuje věty – “**Češi vyhráli**”  
– “**Slováci vyhráli**”

z  $KB$  pak vyplývá – “**Bud' Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli**”

- z  $x + y = 4$  vyplývá  $4 = x + y$

# Důsledek

**Důsledek** (vyplývání, *entailment*) – jedna věc **logicky vyplývá** z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí  $KB$  **vyplývá** věta  $\alpha \Leftrightarrow \alpha$  je pravdivá ve **všech světech**, kde je  $KB$  pravdivá

např.:

- $KB$  obsahuje věty – “Češi vyhráli”  
– “Slováci vyhráli”

z  $KB$  pak vyplývá – “Bud' Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli”

- z  $x + y = 4$  vyplývá  $4 = x + y$

Důsledek je vztah mezi větami (*syntaxe*), který je založený na *sémantice*.

# Model

možný svět = **model** ... formálně strukturovaný (abstraktní) svět,  
umožňuje vyhodnocení pravdivosti

říkáme:  $m$  je **model** věty  $\alpha \iff \alpha$  je pravdivá v  $m$



# Model

možný svět = **model** ... formálně strukturovaný (abstraktní) svět,  
umožňuje vyhodnocení pravdivosti

říkáme:  $m$  je **model** věty  $\alpha \Leftrightarrow \alpha$  je pravdivá v  $m$

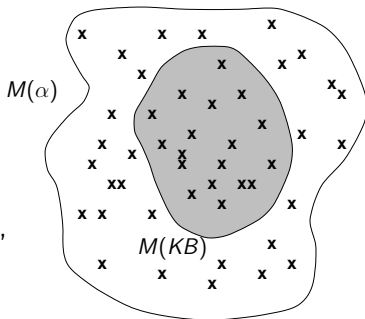
$M(\alpha)$  ... množina všech modelů věty  $\alpha$

$$KB \models \alpha \Leftrightarrow M(KB) \subseteq M(\alpha)$$

např.:

$KB =$  "Češi vyhráli"  $\wedge$  "Slováci vyhráli"

$\alpha =$  "Češi vyhráli"



# Inference

Vyvozování požadovaných důsledků – **inference**

$KB \vdash_i \alpha \dots$  věta  $\alpha$  může být **vyvozena** z  $KB$  pomocí (procedury)  $i$   
 ( $i$  odvodí  $\alpha$  z  $KB$ )

všechny možné důsledky  $KB$  jsou “kupka sena”;  $\alpha$  je jehla  
 vyplývání = jehla v kupce sena; inference = její nalezení

**Bezespornost:**  $i$  je bezesporná  $\Leftrightarrow \forall KB \vdash_i \alpha \Rightarrow KB \models \alpha$   
**Úplnost:**  $i$  je úplná  $\Leftrightarrow \forall KB \models \alpha \Rightarrow KB \vdash_i \alpha$

# Inference

Vyvozování požadovaných důsledků – **inference**

$KB \vdash_i \alpha \dots$  věta  $\alpha$  může být **vyvozena** z  $KB$  pomocí (procedury)  $i$   
( $i$  odvodí  $\alpha$  z  $KB$ )

všechny možné důsledky  $KB$  jsou “kupka sena”;  $\alpha$  je jehla  
vyplývání = jehla v kupce sena; inference = její nalezení

**Bezspornost:**  $i$  je bezsporná  $\Leftrightarrow \forall KB \vdash_i \alpha \Rightarrow KB \models \alpha$

**Úplnost:**  $i$  je úplná  $\Leftrightarrow \forall KB \models \alpha \Rightarrow KB \vdash_i \alpha$

Vztah k **reálnému světu**:

*Pokud je  $KB$  pravdivá v reálném světě  $\Rightarrow \forall$  věta  $\alpha$  vyvozená z  $KB$  pomocí **bezsporné inference** je **také pravdivá** ve skutečném světě*

Jestliže máme sémantiku “pravdivou” v reálném světě  $\rightarrow$  můžeme vyvozovat závěry o skutečném světě pomocí logiky

# Obsah

- 1 Statistické výsledky průběžné písemky
- 2 Logický agent
  - Návrh logického agenta
  - Komponenty agenta, Báze znalostí
  - Wumpusova jeskyně
- 3 Logika
  - Důsledek
  - Model
  - Inference
- 4 Výroková logika
  - Sémantika výrokové logiky
  - Logická ekvivalence
  - Platnost a splnitelnost
  - Vyplývání ve Wumpusově jeskyni
- 5 Důkazové metody
  - Inference kontrolou modelů
  - Dopředné a zpětné řetězení

# Výroková logika

**Výroková logika** – nejjednodušší logika, ilustruje základní myšlenky

- výrokové symboly  $P_1, P_2, \dots$  jsou věty
- negace –  $S$  je věta  $\Rightarrow \neg S$  je věta
- konjunkce –  $S_1$  a  $S_2$  jsou věty  $\Rightarrow S_1 \wedge S_2$  je věta
- disjunkce –  $S_1$  a  $S_2$  jsou věty  $\Rightarrow S_1 \vee S_2$  je věta
- implikace –  $S_1$  a  $S_2$  jsou věty  $\Rightarrow S_1 \Rightarrow S_2$  je věta
- ekvivalence –  $S_1$  a  $S_2$  jsou věty  $\Rightarrow S_1 \Leftrightarrow S_2$  je věta

# Sémantika výrokové logiky

- každý model musí určit **pravdivostní hodnoty výrokových symbolů**  
např.:  $m_1 = \{P_1 = false, P_2 = false, P_3 = true\}$

# Sémantika výrokové logiky

- každý model musí určit **pravdivostní hodnoty výrokových symbolů**  
např.:  $m_1 = \{P_1 = \text{false}, P_2 = \text{false}, P_3 = \text{true}\}$
- pravidla pro vyhodnocení pravdivosti** u složených výroků pro model  $m$ :

$\neg S$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S$	je <i>false</i>			
$S_1 \wedge S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \vee S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>false</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
tj.	je <i>false</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>false</i>
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	a	$S_2 \Rightarrow S_1$	je <i>true</i>

# Sémantika výrokové logiky

- každý model musí určit **pravdivostní hodnoty výrokových symbolů**  
např.:  $m_1 = \{P_1 = \text{false}, P_2 = \text{false}, P_3 = \text{true}\}$
- pravidla pro vyhodnocení pravdivosti** u složených výroků pro model  $m$ :

$\neg S$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S$	je <i>false</i>			
$S_1 \wedge S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \vee S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>false</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
tj.	je <i>false</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>false</i>
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	a	$S_2 \Rightarrow S_1$	je <i>true</i>

- rekurzivním procesem** vyhodnotíme lib. větu:

$$\neg P_1 \wedge (P_2 \vee P_3) = \text{true} \wedge (\text{false} \vee \text{true}) = \text{true} \wedge \text{true} = \text{true}$$



# Sémantika výrokové logiky

- každý model musí určit **pravdivostní hodnoty výrokových symbolů**  
např.:  $m_1 = \{P_1 = \text{false}, P_2 = \text{false}, P_3 = \text{true}\}$
- pravidla pro vyhodnocení pravdivosti** u složených výroků pro model  $m$ :

$\neg S$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S$	je <i>false</i>		
$S_1 \wedge S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	<b>a</b>	$S_2$ je <i>true</i>
$S_1 \vee S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	<b>nebo</b>	$S_2$ je <i>true</i>
$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>false</i>	<b>nebo</b>	$S_2$ je <i>true</i>
tj.	je <i>false</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	<b>a</b>	$S_2$ je <i>false</i>
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	<b>a</b>	$S_2 \Rightarrow S_1$ je <i>true</i>

- rekurzivním procesem** vyhodnotíme lib. větu:

$$\neg P_1 \wedge (P_2 \vee P_3) = \text{true} \wedge (\text{false} \vee \text{true}) = \text{true} \wedge \text{true} = \text{true}$$

pravdivostní tabulka:

$P$	$Q$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>

# Logická ekvivalence

Dva výroky jsou **logicky ekvivalentní** právě tehdy, když jsou pravdivé ve stejných modelech:

$$\alpha \equiv \beta \iff \alpha \models \beta \text{ a } \beta \models \alpha$$

$(\alpha \wedge \beta)$	$\equiv$	$(\beta \wedge \alpha)$	komutativita $\wedge$
$(\alpha \vee \beta)$	$\equiv$	$(\beta \vee \alpha)$	komutativita $\vee$
$((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma)$	$\equiv$	$(\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$	asociativita $\wedge$
$((\alpha \vee \beta) \vee \gamma)$	$\equiv$	$(\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$	asociativita $\vee$
$\neg(\neg\alpha)$	$\equiv$	$\alpha$	eliminace dvojí negace
$(\alpha \Rightarrow \beta)$	$\equiv$	$(\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$	kontrapozice
$(\alpha \Rightarrow \beta)$	$\equiv$	$(\neg\alpha \vee \beta)$	eliminace implikace
$(\alpha \Leftrightarrow \beta)$	$\equiv$	$((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$	eliminace ekvivalence
$\neg(\alpha \wedge \beta)$	$\equiv$	$(\neg\alpha \vee \neg\beta)$	de Morgan
$\neg(\alpha \vee \beta)$	$\equiv$	$(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$	de Morgan
$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma))$	$\equiv$	$((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$	distributivita $\wedge$ nad $\vee$
$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma))$	$\equiv$	$((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$	distributivita $\vee$ nad $\wedge$

# Platnost a splnitelnost

- Výrok je **platný**  $\Leftrightarrow$  je pravdivý ve **všech** modelech

*např.:*  $true$ ,  $A \vee \neg A$ ,  $A \Rightarrow A$ ,  $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Platnost je spojena s vyplýváním pomocí **věty o dedukci**:

$KB \models \alpha \Leftrightarrow (KB \Rightarrow \alpha)$  je *platný výrok*

# Platnost a splnitelnost

- Výrok je **platný**  $\Leftrightarrow$  je pravdivý ve **všech** modelech  
*např.:*  $true$ ,  $A \vee \neg A$ ,  $A \Rightarrow A$ ,  $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Platnost je spojena s vyplýváním pomocí **věty o dedukci**:

$$KB \models \alpha \Leftrightarrow (KB \Rightarrow \alpha) \text{ je platný výrok}$$

- Výrok je **splnitelný**  $\Leftrightarrow$  je pravdivý v **některých** modelech  
*např.:*  $A \vee B$ ,  $C$

Výrok je **nesplnitelný**  $\Leftrightarrow$  je **nepravdivý ve všech** modelech

$$\textit{např.}: A \wedge \neg A$$

Splnitelnost je spojena s vyplýváním pomocí **důkazu  $\alpha$  sporem** (*reductio ad absurdum*):

$$KB \models \alpha \Leftrightarrow (KB \wedge \neg \alpha) \text{ je nesplnitelný}$$

# Tvrzení pro Wumpusovu jeskyni

Definujeme výrokové symboly  $J_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow$  Na  $[i, j]$  je **Jáma**.  
a  $V_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow$  Na  $[i, j]$  je **Vánek**.

# Tvrzení pro Wumpusovu jeskyni

Definujeme výrokové symboly  $J_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow$  Na  $[i, j]$  je **Jáma**.  
 a  $V_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow$  Na  $[i, j]$  je **Vánek**.


báze znalostí  $KB$ :

- pravidlo pro  $[1, 1]$ :  $R_1: \neg J_{1,1}$
- pozorování:  $R_2: \neg V_{1,1}, R_3: V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:

*“Jámy způsobují Vánku ve vedlejších místnostech”*

$$R'_4: V_{1,1} \Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$

$$R'_5: V_{2,1} \Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

?	?		
		?	

# Tvrzení pro Wumpusovu jeskyni

Definujeme výrokové symboly  $J_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow$  Na  $[i, j]$  je **Jáma**.  
 a  $V_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow$  Na  $[i, j]$  je **Vánek**.

báze znalostí *KB*:

- pravidlo pro  $[1, 1]$ :  $R_1: \neg J_{1,1}$
- pozorování:  $R_2: \neg V_{1,1}$ ,  $R_3: V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:

*“Jámy způsobují Vánku ve vedlejších místnostech”*

$$R'_4: V_{1,1} \Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$

$$R'_5: V_{2,1} \Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

?	?		
		?	

“V poli je Vánek **právě tehdy, když** je ve vedleším poli Jáma.”

$$R_4: V_{1,1} \Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$

$$R_5: V_{2,1} \Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

# Tvrzení pro Wumpusovu jeskyni

Definujeme výrokové symboly  $J_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow$  Na  $[i, j]$  je **Jáma**.  
 a  $V_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow$  Na  $[i, j]$  je **Vánek**.

báze znalostí  $KB$ :

- pravidlo pro  $[1, 1]$ :  $R_1: \neg J_{1,1}$
- pozorování:  $R_2: \neg V_{1,1}$ ,  $R_3: V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:

*“Jámy způsobují Vánku ve vedlejších místnostech”*

$$R'_4: V_{1,1} \Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$

$$R'_5: V_{2,1} \Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

?	?		
		?	

“V poli je Vánek **právě tehdy, když** je ve vedleším poli Jáma.”

$$R_4: V_{1,1} \Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$

$$R_5: V_{2,1} \Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

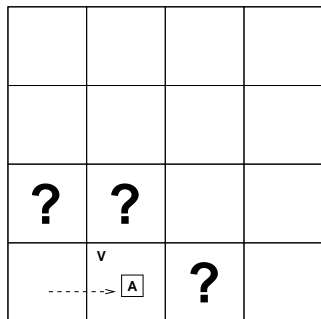
- $KB = R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$



# Vyplývání ve Wumpusově jeskyni

situace:

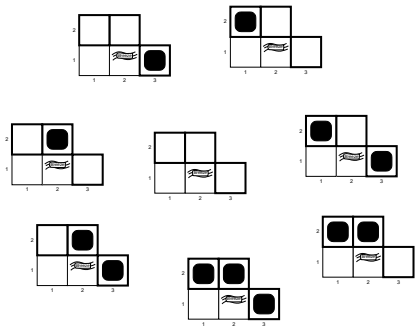
- v  $[1, 1]$  nedetekováno nic
- krok doprava, v  $[2, 1]$  Vánek uvažujeme možné **modely** pro '?' (budou nás zajímat jen Jámy)



3 pole s Booleovskými možnostmi  $\{T, F\}$   $\Rightarrow 2^3 = 8$  možných modelů

# Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



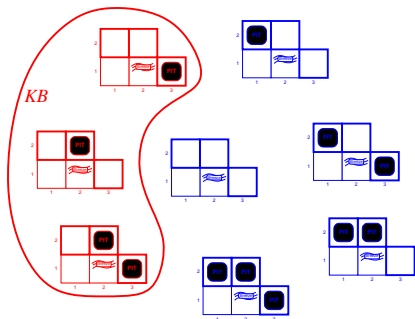
$KB$  = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1$  = “[1, 2] je bezpečné pole”

$\alpha_2$  = “[2, 2] je bezpečné pole”

# Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



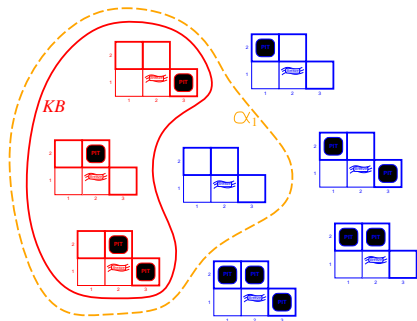
**KB** = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1$  = “[1, 2] je bezpečné pole”

$\alpha_2$  = “[2, 2] je bezpečné pole”

# Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



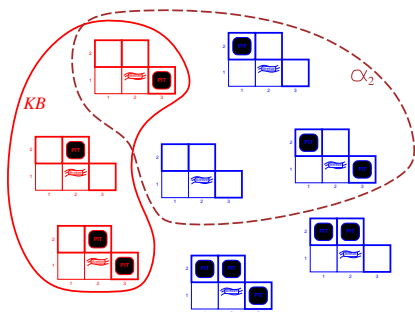
$KB$  = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1$  = "[1, 2] je bezpečné pole"      $KB \models \alpha_1$ , pomocí kontroly modelů

$\alpha_2$  = "[2, 2] je bezpečné pole"

# Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



$KB$  = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

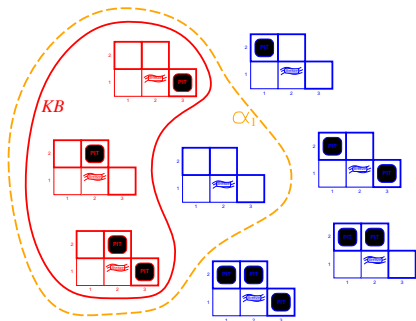
$\alpha_1$  = “[1, 2] je bezpečné pole”

$\alpha_2$  = “[2, 2] je bezpečné pole”

$KB \not\models \alpha_2 \iff \exists$  modely:  $KB$  je pravdivá  $\wedge \alpha_2$  je nepravdivá

# Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



$KB$  = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1$  = “[1, 2] je bezpečné pole”

$KB \models \alpha_1$

$\alpha_2$  = “[2, 2] je bezpečné pole”

$KB \not\models \alpha_2$

kontrola modelů  $\rightarrow$  jednoduchý způsob **logické inference**

# Pravdivostní tabulka pro inferenci

$V_{1,1}$	$V_{2,1}$	$J_{1,1}$	$J_{1,2}$	$J_{2,1}$	$J_{2,2}$	$J_{3,1}$	$KB$	$\alpha_1$
false	false	false	false	false	false	false	false	true
false	false	false	false	false	false	true	false	true
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
false	true	false	false	false	false	false	false	true
false	true	false	false	false	false	true	<u>true</u>	<u>true</u>
false	true	false	false	false	true	false	<u>true</u>	<u>true</u>
false	true	false	false	false	true	true	<u>true</u>	<u>true</u>
false	true	false	false	true	false	false	false	true
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
true	true	true	true	true	true	true	false	false

$KB$  = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1$  = “[1, 2] je bezpečné pole”

# Obsah

- 1 Statistické výsledky průběžné písemky
- 2 Logický agent
  - Návrh logického agenta
  - Komponenty agenta, Báze znalostí
  - Wumpusova jeskyně
- 3 Logika
  - Důsledek
  - Model
  - Inference
- 4 Výroková logika
  - Sémantika výrokové logiky
  - Logická ekvivalence
  - Platnost a splnitelnost
  - Vyplyvání ve Wumpusově jeskyni
- 5 **Důkazové metody**
  - Inference kontrolou modelů
  - Dopředné a zpětné řetězení



# Důkazové metody

- kontrola modelů (*model checking*)
  - procházení pravdivostní tabulky (vždycky exponenciální v  $n$ )
  - vylepšené prohledávání s navracením (*improved backtracking*), např. Davis–Putnam–Logemann–Loveland
  - heuristické prohledávání prostoru modelů (bezesporné, ale neúplné)

# Důkazové metody

- kontrola modelů (*model checking*)
  - procházení pravdivostní tabulky (vždycky exponenciální v  $n$ )
  - vylepšené prohledávání s navracením (*improved backtracking*), např. Davis–Putnam–Logemann–Loveland
  - heuristické prohledávání prostoru modelů (bezesporné, ale neúplné)
- aplikace inferenčních pravidel
  - legitimní (bezesporné) generování nových výroků ze starých
  - **důkaz** = sekvence aplikací inferenčních pravidel  
je možné použít inferenční pravidla jako operátory ve standardních prohledávacích algoritmech
  - typicky vyžaduje překlad vět do **normální formy**

# Inference kontrolou modelů

**Kontrola** všech **modelů do hloubky** je bezesporná a úplná (pro konečný počet výrokových symbolů)

```
% tt_entails(+KB,+Alpha)
tt_entails(KB,Alpha):- proposition_symbols(Symbols,[KB,Alpha]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[]).

% tt_check_all(+KB,+Alpha,+Symbols,+Model)
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):- pl_true(KB,Model),!,pl_true(Alpha,Model).
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):- !,fail.
tt_check_all(KB,Alpha,[P|Symbols],Model):- % vytvoříme modely pro ∀ hodnoty symbolů
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-true|Model]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-false|Model]).
```

vrací **true**, pokud je **Alpha** pravdivá v **Modelu**

$O(2^n)$  pro  $n$  symbolů, NP-úplný problém

# Dopředné a zpětné řetězení

$KB$  = konjunkce Hornových klauzulí

Hornova klauzule =  $\begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ \text{(konjunkce symbolů)} \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$

např.:  $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

# Dopředné a zpětné řetězení

$KB$  = konjunkce Hornových klauzulí

Hornova klauzule =  $\begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ \text{(konjunkce symbolů)} \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$

např.:  $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

pravidlo **Modus Ponens** – pro  $KB$  z Hornových klauzulí je úplné

$$\frac{\alpha_1, \dots, \alpha_n, \quad \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

pravidla pro logickou ekvivalenci se taky dají použít pro inferenci

# Dopředné a zpětné řetězení

$KB$  = konjunkce Hornových klauzulí

Hornova klauzule =  $\begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ \text{(konjunkce symbolů)} \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$

např.:  $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

pravidlo **Modus Ponens** – pro  $KB$  z Hornových klauzulí je **úplné**

$$\frac{\alpha_1, \dots, \alpha_n, \quad \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

pravidla pro logickou ekvivalenci se taky dají použít pro inferenci

inference Hornových klauzulí  $\rightarrow$  algoritmus **dopředného** nebo **zpětného řetězení**

oba tyto algoritmy jsou přirozené a mají **lineární** časovou složitost

# Dopředné řetězení

Idea: aplikuj pravidlo, jehož premisy jsou splněné v *KB*  
přidej jeho důsledek do *KB*  
pokračuj do doby, než je nalezena odpověď

# Dopředné řetězení

Idea: aplikuj pravidlo, jehož premisy jsou splněné v *KB*  
 přidej jeho důsledek do *KB*  
 pokračuj do doby, než je nalezena odpověď

*KB*:

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

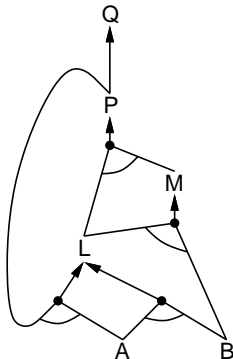
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

*A*

*B*

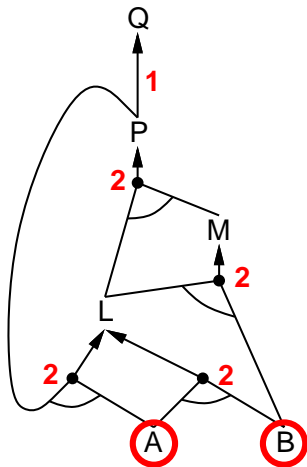
AND-OR graf *KB*:





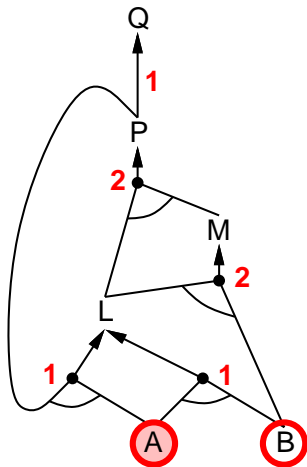
## Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$   
 $L \wedge M \Rightarrow P$   
 $B \wedge L \Rightarrow M$   
 $A \wedge P \Rightarrow L$   
 $A \wedge B \Rightarrow L$   
 A  
 B



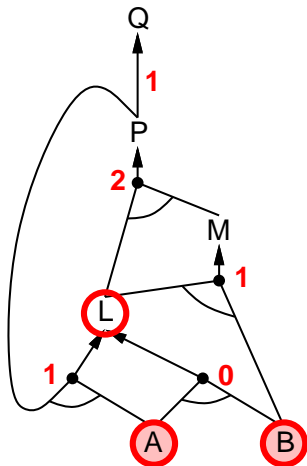
## Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$   
 $L \wedge M \Rightarrow P$   
 $B \wedge L \Rightarrow M$   
 $A \wedge P \Rightarrow L$   
 $A \wedge B \Rightarrow L$   
**A**  
**B**



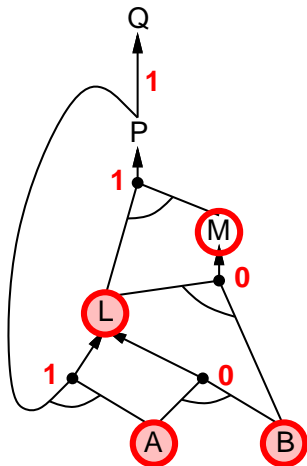
## Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$   
 $L \wedge M \Rightarrow P$   
 $B \wedge L \Rightarrow M$   
 $A \wedge P \Rightarrow L$   
 $A \wedge B \Rightarrow L$   
*A*  
*B*



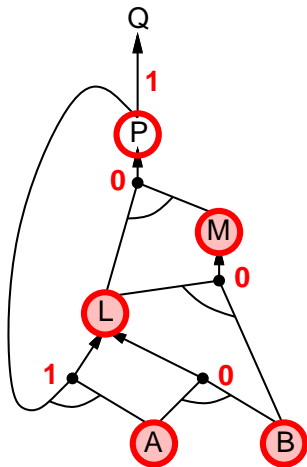
## Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$   
 $L \wedge M \Rightarrow P$   
 $B \wedge L \Rightarrow M$   
 $A \wedge P \Rightarrow L$   
 $A \wedge B \Rightarrow L$   
*A*  
*B*



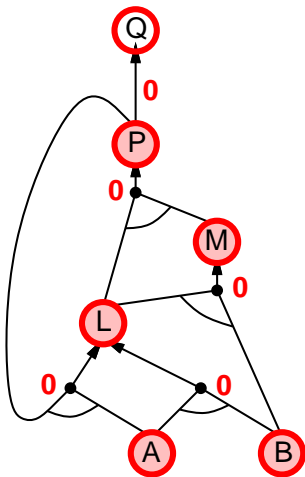
## Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$   
 $L \wedge M \Rightarrow P$   
 $B \wedge L \Rightarrow M$   
 $A \wedge P \Rightarrow L$   
 $A \wedge B \Rightarrow L$   
 $A$   
 $B$



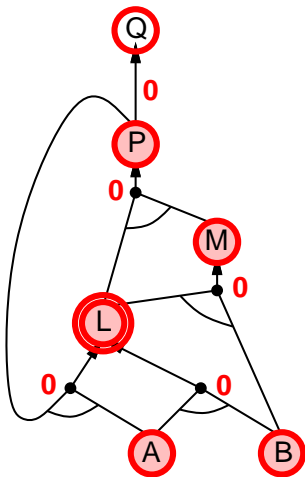
## Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$   
 $L \wedge M \Rightarrow P$   
 $B \wedge L \Rightarrow M$   
 $A \wedge P \Rightarrow L$   
 $A \wedge B \Rightarrow L$   
 $A$   
 $B$



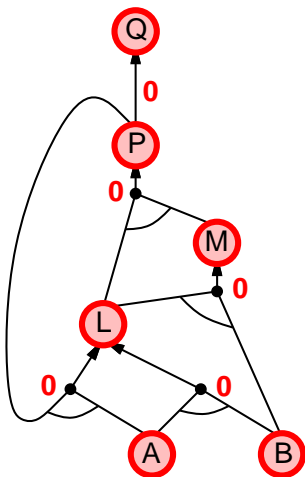
## Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$   
 $L \wedge M \Rightarrow P$   
 $B \wedge L \Rightarrow M$   
 $A \wedge P \Rightarrow L$   
 $A \wedge B \Rightarrow L$   
 $A$   
 $B$



## Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$   
 $L \wedge M \Rightarrow P$   
 $B \wedge L \Rightarrow M$   
 $A \wedge P \Rightarrow L$   
 $A \wedge B \Rightarrow L$   
 $A$   
 $B$





# Algoritmus dopředného řetězení

```
:- op( 800, fx, if),
   op( 700, xfx, then),
   op( 300, xfy, or),
   op( 200, xfy, and).
```

```
forward :- new_derived_fact( P), !, %
   write( 'Derived:␣'), write( P), nl,
   assert( fact( P)),
   forward %
; write( 'No_more_facts'), nl. %
```

*Nový fakt*

*Pokračuje generování faktů  
Všechny fakty odvozeny*

```
new_derived_fact( Concl) :- if Cond then Concl, %
   \+ fact( Concl), %
   composed_fact( Cond). %
```

*Pravidlo*

*Concl ještě není fakt  
Cond je true?*

```
composed_fact( Cond) :- fact( Cond). %
```

*Jednoduchý fakt*

```
composed_fact( Cond1 and Cond2) :- composed_fact( Cond1), composed_fact( Cond2).
composed_fact( Cond1 or Cond2) :- composed_fact( Cond1); composed_fact( Cond2).
```

# Zpětné řetězení

Idea: pracuje **zpětně** od dotazu  $q$   
zkontroluj, jestli není  $q$  už známo  
**dokaž** zpětným řetězením všechny **premisy** nějakého pravidla,  
které má  $q$  jako důsledek

**kontrola cyklů** – pro každý podcíl se nejprve podívej, jestli už nebyl řešen  
(tj. pamatuje si *true* i *false* výsledek)

## Zpětné řetězení – příklad

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

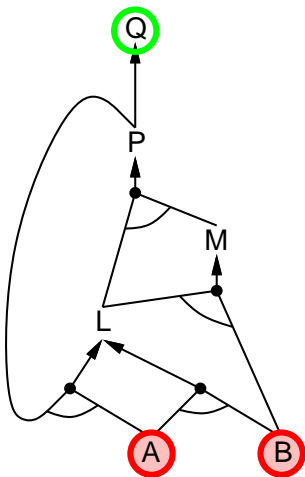
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## Zpětné řetězení – příklad

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

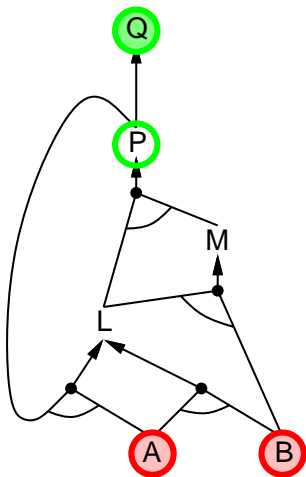
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## Zpětné řetězení – příklad

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

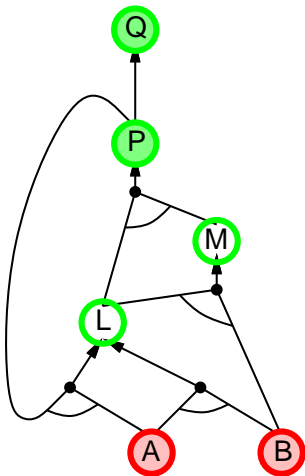
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## Zpětné řetězení – příklad

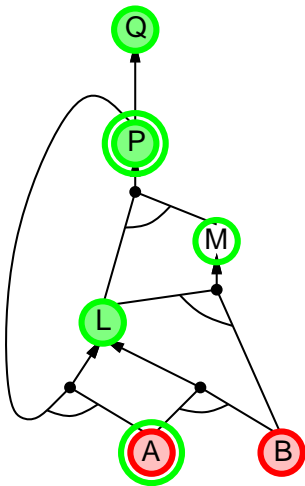
$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$
$$B$$


## Zpětné řetězení – příklad

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

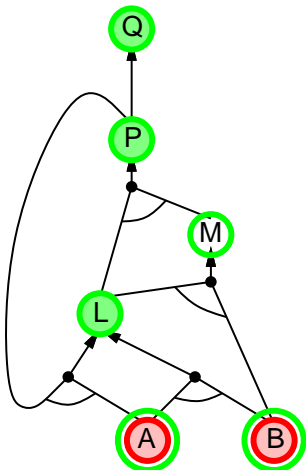
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## Zpětné řetězení – příklad

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

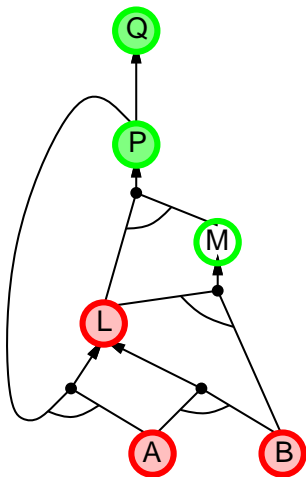
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B





## Zpětné řetězení – příklad

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

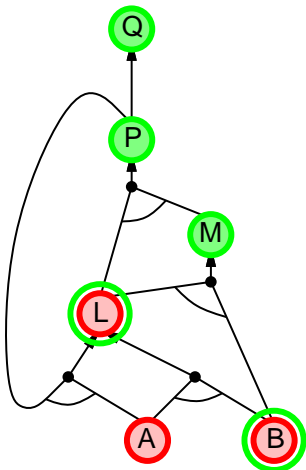
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$A$

$B$



## Zpětné řetězení – příklad

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

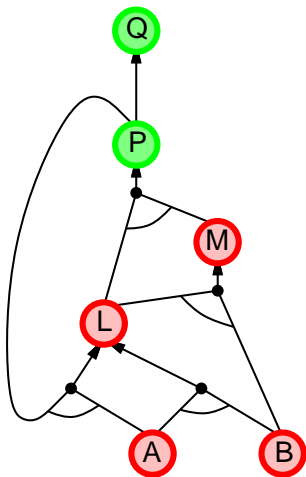
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$A$

$B$



## Zpětné řetězení – příklad

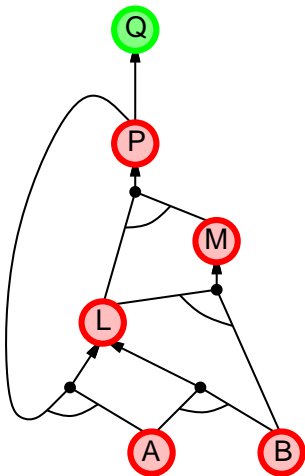
$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$
$$B$$


## Zpětné řetězení – příklad

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

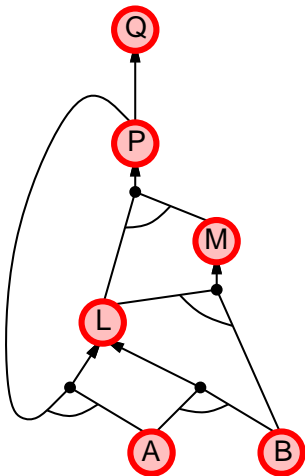
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

*A*

*B*



# Porovnání dopředného a zpětného řetězení

- **dopředné řetězení** je řízeno **daty**
  - automatické, nevědomé zpracování
  - např. rozpoznávání objektů, rutinní rozhodování
  - může udělat hodně nadbytečné práce bez vztahu k dotazu/cíli
- **zpětné řetězení** je řízeno **dotazem**
  - vhodné pro hledání odpovědí na konkrétní dotaz
  - např. “Kde jsou moje klíče?” “Jak se mám přihlásit na PGS?”
  - složitost zpětného řetězení **může** být **mnohem menší** než lineární vzhledem k velikosti *KB*

obecný inferenční algoritmus – **rezoluce**

zpracovává formule v **konjunktivní normální formě** (konjunkce disjunkcí literálů)

pro výrokovou logiku je rezoluce **bezesporná** a **úplná**