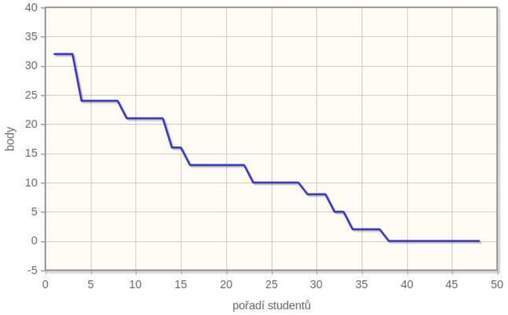
Logický agent, výroková logika

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz
http://nlp.fi.muni.cz/uui/

Obsah:

Statistické výsledky průběžné písemky



průběžná písemka PB016
48 studentů

Body	Počet studentů
32	3
24	5
21	5
16	2
13	7
10	6
8	3
5	2
2	4
0	11

Průměr: 11.38

Logický agent

logický agent = agent využívající znalosti (*knowledge-based agent*)

2 koncepty: $\left\{ \begin{array}{l} \text{– reprezentace znalostí } (\textit{knowledge representation}) \\ \text{– vyvozování znalostí } (\textit{knowledge reasoning}) \rightarrow \text{inference} \end{array} \right.$

rozdíly od prohledávání stavového prostoru:

- znalost při prohledávání stavového prostoru → jen zadané funkce (přechodová funkce, cílový test,. . .)
- znalosti logického agenta → obecná forma umožňující kombinace těchto znalostí

obecné znalosti – důležité v částečně pozorovatelných prostředích (*partially observable* environments)

flexibilita logického agenta:

- schopnost řešit i nové úkoly
- možnost učení nových znalostí
- úprava stávajících znalostí podle stavu prostředí

Návrh logického agenta

agent musí umět:
- reprezentovat stavy, akce, ...
- zpracovat nové vstupy z prostředí
- aktualizovat svůj vnitřní popis světa
- odvodit skryté informace o stavu světa
- odvodit vlastní odpovídající akce

přístupy k tvorbě agenta – deklarativní × procedurální (kombinace)

návrh agenta → víc pohledů:

- znalostní hledisko – tvorba agenta → zadání znalostí pozadí, znalostí domény a cílového požadavku
  např. automatické taxi
  - znalost mapy, dopravních pravidel, ...
  - požadavek – dopravit zákazníka na FI MU Brno
- implementační hledisko – jaké datové struktury KB obsahuje + algoritmy, které s nimi manipulují

Komponenty agenta, Báze znalostí

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)
báze znalostí (knowledge base)

algoritmy nezávislé na doméně

znalosti o doméně

báze znalostí (KB) =

množina vět (*tvrzení*) vyjádřených v jazyce reprezentace znalostí

obsah báze znalostí:

- na začátku – tzv. znalosti pozadí (*background knowledge*)
- průběžně doplňované znalosti → úkol **tell(+KB,+Sentence)**

akce logického agenta:

```
% kb_agent_action(+KB,+ATime,+Percept,−Action,−NewATime)
kb_agent_action(KB,ATime,Percept,Action,NewATime):-
    make_percept_sentence(Percept,ATime,Sentence),
    tell(KB,Sentence),  %                   přidáme výsledky pozorování do KB
    make_action_query(ATime,Query),
    ask(KB,Query,Action), %                 zeptáme se na další postup
    make_action_sentence(Action,ATime,ASentence),
    tell(KB,ASentence), %                   přidáme informace o akci do KB
    NewATime is ATime + 1.
```

Popis světa – PEAS

zadání světa rozumného agenta:

- míra výkonnosti (*Performance measure*)
  plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- prostředí (*Environment*)
  objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- akční prvky (*Actuators*)
  možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- senzory (*Sensors*)
  zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

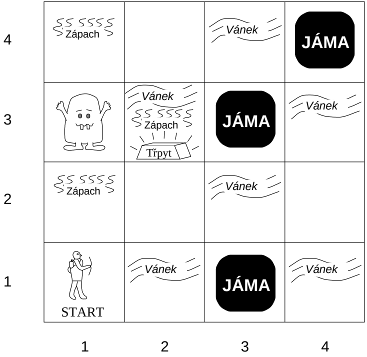
např. zmiňované automatické taxi:

míra výkonnosti	doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...
prostředí	ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, ...
akční prvky	řízení, plyn, brzda, houkačka, blinkry, komunikátory, ...
senzory	kamera, tachometr, počítač kilometrů, senzory motoru, GPS, ...

Wumpusova jeskyně

PEAS zadání Wumpusovy jeskyně:

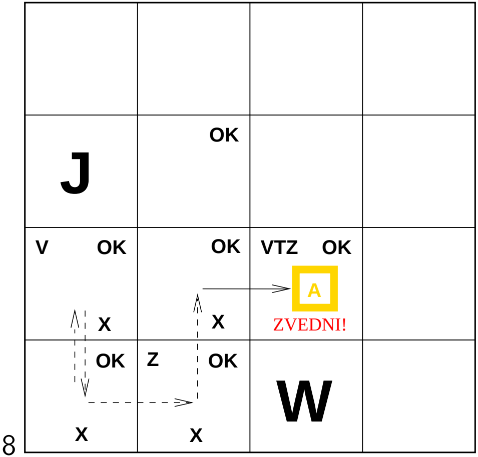
- P – míra výkonnosti
  zlato +1000, smrt -1000, -1 za krok, -10 za užití šípu
- E – prostředí
  Místnosti vedle Wumpuse zapáchají.
  V místnosti vedle jámy je vánek.
  V místnosti je zlato ⇔ je v ní třpyt.
  Výstřel zabije Wumpuse, pokud jsi obrácený k němu.
  Výstřel vyčerpá jediný šíp, který máš.
  Zvednutím vezmeš zlato ve stejné místnosti.
  Položení odloží zlato v aktuální místnosti.
- A – akční prvky
  Otočení vlevo, Otočení vpravo, Krok dopředu, Zvednutí, Položení, Výstřel
- S – senzory
  Vánek, Třpyt, Zápach, Náraz do zdi, Chroptění Wumpuse



Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

pozorovatelné	ne, jen lokální vnímání
deterministické	ano, přesně dané výsledky
episodické	ne, sekvenční na úrovni akcí
statické	ano, Wumpus a jámy se nehýbou
diskrétní	ano
více agentů	ne, Wumpus je spíše vlastnost prostředí

Průzkum Wumpusovy jeskyně



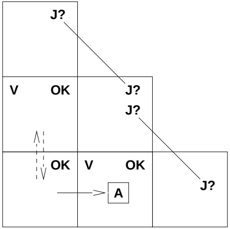
$\boxed{A}$	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

Průzkum Wumpusovy jeskyně – problémy

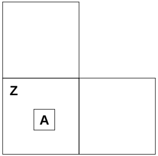
Základní vlastnost logického vyvozování:

> *Kdykoliv agent dospěje k závěru z daných informací → tento závěr je zaručeně správný, pokud jsou správné dodané informace.*

Obtížné situace:



Vánek v $(1, 2)$ i v $(2, 1)$ ⇒ žádná bezpečná akce
Při předpokladu uniformní distribuce děr
→ díra v $(2, 2)$ má pravděpodobnost 0.86, na krajích 0.31



Zápach v $(1, 1)$ ⇒ nemůže se pohnout
je možné použít donucovací strategii (*strategy of coercion*):

1. Výstřel jedním ze směrů
2. byl tam Wumpus ⇒ je mrtvý (poznám podle Chroptění) ⇒ bezpečné
3. nebyl tam Wumpus (žádné Chroptění) ⇒ bezpečný směr

Logika

Logika = syntaxe a sémantika formálního jazyka pro reprezentaci znalostí umožňující vyvozování závěrů
Syntaxe definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka
Sémantika definuje "*význam*" vět $\Rightarrow$ definuje pravdivost vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$ je dobře utvořená věta; $x2 + y >$ není věta
- $x + 2 \geq y$ je pravda $\Leftrightarrow$ číslo $x + 2$ není menší než číslo y
- $x + 2 \geq y$ je pravda ve světě, kde $x = 7,\ y = 1$
- $x + 2 \geq y$ je nepravda ve světě, kde $x = 0,\ y = 6$

zápis na papíře v libovolné syntaxi $\rightarrow$ v KB se jedná o konfiguraci (částí) agenta
vlastní vyvozování $\rightarrow$ generování a manipulace s těmito konfiguracemi

Důsledek

Důsledek (vyplývání, *entailment*) – jedna věc logicky vyplývá z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí KB vyplývá věta α $\Leftrightarrow$ α je pravdivá ve všech světech, kde je KB pravdivá

např.:

- KB obsahuje věty – "Češi vyhráli"
  – "Slováci vyhráli"

  z KB pak vyplývá – "Buď Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli"
- z $x + y = 4$ vyplývá $4 = x + y$

Důsledek je vztah mezi větami (*syntaxe*), který je založený na *sémantice*.

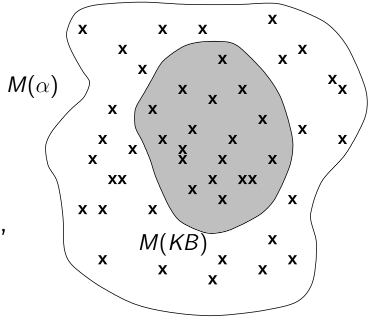
Model

možný svět = model ... formálně strukturovaný (abstraktní) svět, umožňuje vyhodnocení pravdivosti

říkáme: m je model věty α $\Leftrightarrow$ α je pravdivá v m

$M(\alpha)$ ... množina všech modelů věty α

$$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad M(KB) \subseteq M(\alpha)$$



např.:

$KB =$ "Češi vyhráli" $\wedge$ "Slováci vyhráli"

$\alpha =$ "Češi vyhráli"

Inference

Vyvozování požadovaných důsledků – inference

$KB \vdash_i \alpha$ ... věta α může být vyvozena z KB pomocí (procedury) i
(i odvodí α z KB)

všechny možné důsledky KB jsou "kupka sena"; α je jehla
vyplývání = jehla v kupce sena; inference = její nalezení

Bezespornost:	i je bezesporná	$\Leftrightarrow$	$\forall KB \vdash_i \alpha$	$\Rightarrow \quad KB \models \alpha$
Úplnost:	i je úplná	$\Leftrightarrow$	$\forall KB \models \alpha$	$\Rightarrow \quad KB \vdash_i \alpha$

Vztah k reálnému světu:

Pokud je KB pravdivá v reálném světě $\Rightarrow \forall$ věta α vyvozená z KB pomocí bezesporné inference je také pravdivá ve skutečném světě

Jestliže máme sémantiku "pravdivou" v reálném světě $\rightarrow$ můžeme vyvozovat závěry o skutečném světě pomocí logiky

Výroková logika

Výroková logika – nejjednodušší logika, ilustruje základní myšlenky

- výrokové symboly $P_1, P_2, \ldots$ jsou věty
- negace – S je věta $\Rightarrow$ $\neg S$ je věta
- konjunkce – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \wedge S_2$ je věta
- disjunkce – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \vee S_2$ je věta
- implikace – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \Rightarrow S_2$ je věta
- ekvivalence – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \Leftrightarrow S_2$ je věta

Sémantika výrokové logiky

- každý model musí určit pravdivostní hodnoty výrokových symbolů
  např.: $m_1 = \{P_1 = \mathit{false}, P_2 = \mathit{false}, P_3 = \mathit{true}\}$
- pravidla pro vyhodnocení pravdivosti u složených výroků pro model m:

$\neg S$	je *true*	$\Leftrightarrow$	S	je *false*			
$S_1 \wedge S_2$	je *true*	$\Leftrightarrow$	S_1	je *true*	a	S_2	je *true*
$S_1 \vee S_2$	je *true*	$\Leftrightarrow$	S_1	je *true*	nebo	S_2	je *true*
$S_1 \Rightarrow S_2$	je *true*	$\Leftrightarrow$	S_1	je *false*	nebo	S_2	je *true*
tj.	je *false*	$\Leftrightarrow$	S_1	je *true*	a	S_2	je *false*
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je *true*	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je *true*	a	$S_2 \Rightarrow S_1$	je *true*

- rekurzivním procesem vyhodnotíme lib. větu:

$$\neg P_1 \wedge (P_2 \vee P_3) = \mathit{true} \wedge (\mathit{false} \vee \mathit{true}) = \mathit{true} \wedge \mathit{true} = \mathit{true}$$

pravdivostní tabulka:

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
false	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*	*true*
false	*true*	*true*	*false*	*true*	*true*	*false*
true	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*
true	*true*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*

Logická ekvivalence

Dva výroky jsou logicky ekvivalentní právě tehdy, když jsou pravdivé ve stejných modelech:

$$\alpha \equiv \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \models \beta \text{ a } \beta \models \alpha$$

$$\begin{array}{rcll}
(\alpha \land \beta) & \equiv & (\beta \land \alpha) & \text{komutativita } \land \\
(\alpha \lor \beta) & \equiv & (\beta \lor \alpha) & \text{komutativita } \lor \\
((\alpha \land \beta) \land \gamma) & \equiv & (\alpha \land (\beta \land \gamma)) & \text{asociativita } \land \\
((\alpha \lor \beta) \lor \gamma) & \equiv & (\alpha \lor (\beta \lor \gamma)) & \text{asociativita } \lor \\
\neg(\neg\alpha) & \equiv & \alpha & \text{eliminace dvojí negace} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) & \equiv & (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) & \text{kontrapozice} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) & \equiv & (\neg\alpha \lor \beta) & \text{eliminace implikace} \\
(\alpha \Leftrightarrow \beta) & \equiv & ((\alpha \Rightarrow \beta) \land (\beta \Rightarrow \alpha)) & \text{eliminace ekvivalence} \\
\neg(\alpha \land \beta) & \equiv & (\neg\alpha \lor \neg\beta) & \text{de Morgan} \\
\neg(\alpha \lor \beta) & \equiv & (\neg\alpha \land \neg\beta) & \text{de Morgan} \\
(\alpha \land (\beta \lor \gamma)) & \equiv & ((\alpha \land \beta) \lor (\alpha \land \gamma)) & \text{distributivita } \land \text{ nad } \lor \\
(\alpha \lor (\beta \land \gamma)) & \equiv & ((\alpha \lor \beta) \land (\alpha \lor \gamma)) & \text{distributivita } \lor \text{ nad } \land
\end{array}$$

Platnost a splnitelnost

- Výrok je platný $\Leftrightarrow$ je pravdivý ve všech modelech

  např.: $true$, $A \vee \neg A$, $A \Rightarrow A$, $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

  Platnost je spojena s vyplýváním pomocí věty o dedukci:

  $$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad (KB \Rightarrow \alpha) \text{ je platný výrok}$$

- Výrok je splnitelný $\Leftrightarrow$ je pravdivý v některých modelech

  např.: $A \vee B$, C

  Výrok je nesplnitelný $\Leftrightarrow$ je nepravdivý ve všech modelech

  např.: $A \wedge \neg A$

  Splnitelnost je spojena s vyplýváním pomocí důkazu α sporem (*reductio ad absurdum*):

  $$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad (KB \wedge \neg\alpha) \text{ je nesplnitelný}$$

Tvrzení pro Wumpusovu jeskyni

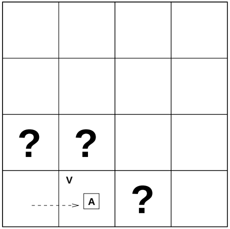
Definujeme výrokové symboly $J_{i,j}$ je pravda $\Leftrightarrow$ Na $[i,j]$ je Jáma.
a $V_{i,j}$ je pravda $\Leftrightarrow$ Na $[i,j]$ je Vánek.

báze znalostí KB:

- pravidlo pro $[1,1]$: R_1: $\neg J_{1,1}$
- pozorování: R_2: $\neg V_{1,1}$, R_3: $V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:

"Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech"

$$R'_4\colon V_{1,1} \Leftarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$
$$R'_5\colon V_{2,1} \Leftarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$



"V poli je Vánek právě tehdy, když je ve vedlejším poli Jáma."

$$R_4\colon V_{1,1} \Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$
$$R_5\colon V_{2,1} \Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

- $KB = R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$

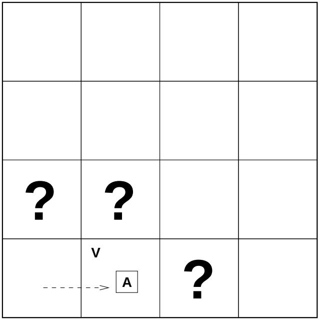
Vyplývání ve Wumpusově jeskyni

situace:

– v [1, 1] nedetekováno nic

– krok doprava, v [2, 1] Vánek

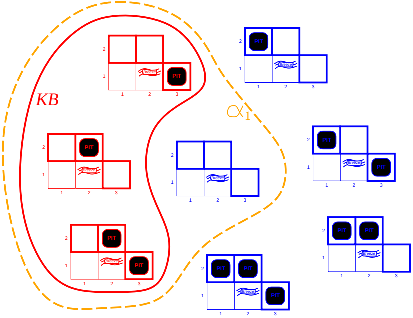
uvažujeme možné modely pro '**?**'
(budou nás zajímat jen Jámy)



3 pole s Booleovskými možnostmi $\{T, F\}$ $\Rightarrow$ $2^3 = 8$ možných modelů

Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



KB = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

α_1 = "[1, 2] je bezpečné pole" $KB \models \alpha_1$

α_2 = "[2, 2] je bezpečné pole" $KB \not\models \alpha_2$

kontrola modelů → jednoduchý způsob logické inference

Pravdivostní tabulka pro inferenci

$V_{1,1}$	$V_{2,1}$	$J_{1,1}$	$J_{1,2}$	$J_{2,1}$	$J_{2,2}$	$J_{3,1}$	KB	α_1
false	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*
false	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*true*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	***true***	***true***
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	***true***	***true***
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	***true***	***true***
false	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
true	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*false*	*false*

KB = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

α_1 = "[1, 2] je bezpečné pole"

Důkazové metody

- kontrola modelů (*model checking*)
  - procházení pravdivostní tabulky (vždycky exponenciální v n)
  - vylepšené prohledávání s navracením (*improved backtracking*), např. Davis–Putnam–Logemann–Loveland
  - heuristické prohledávání prostoru modelů (bezesporné, ale neúplné)
- aplikace inferenčních pravidel
  - legitimní (bezesporné) generování nových výroků ze starých
  - důkaz = sekvence aplikací inferenčních pravidel
    je možné použít inferenční pravidla jako operátory ve standardních prohledávacích algoritmech
  - typicky vyžaduje překlad vět do normální formy

Inference kontrolou modelů

Kontrola všech modelů *do hloubky* je bezesporná a úplná (pro konečný počet výrokových symbolů)

```
% tt_entails(+KB,+Alpha)
tt_entails(KB,Alpha):- proposition_symbols(Symbols,[KB,Alpha]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[]).

% tt_check_all(+KB,+Alpha,+Symbols,+Model)
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):- pl_true(KB,Model),!,pl_true(Alpha,Model).
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):- !,fail.
tt_check_all(KB,Alpha,[P|Symbols],Model):- % vytvoříme modely pro ∀ hodnoty symbolů
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-true|Model]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-false|Model]).
```

vrací **true**, pokud je **Alpha** pravdivá v **Model**u

$O(2^n)$ pro n symbolů, NP-úplný problém

Dopředné a zpětné řetězení

KB = konjunkce Hornových klauzulí

Hornova klauzule $= \begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ \text{(konjunkce symbolů)} \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$

např.: $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

pravidlo Modus Ponens – pro KB z Hornových klauzulí je úplné

$$\frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \qquad \alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

pravidla pro logickou ekvivalenci se taky dají použít pro inferenci

inference Hornových klauzulí $\rightarrow$ algoritmus dopředného nebo zpětného řetězení

oba tyto algoritmy jsou přirozené a mají lineární časovou složitost

Dopředné řetězení

Idea: aplikuj pravidlo, jehož premisy jsou splněné v *KB*
přidej jeho důsledek do *KB*
pokračuj do doby, než je nalezena odpověď

KB:

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

$B \wedge L \Rightarrow M$

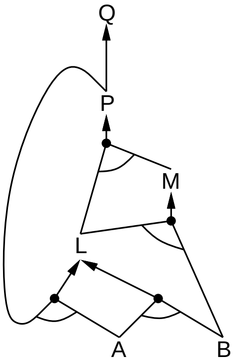
$A \wedge P \Rightarrow L$

$A \wedge B \Rightarrow L$

A

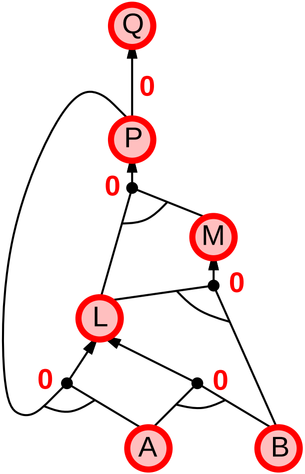
B

AND-OR graf *KB*:



Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$
$L \wedge M \Rightarrow P$
$B \wedge L \Rightarrow M$
$A \wedge P \Rightarrow L$
$A \wedge B \Rightarrow L$
A
B



Algoritmus dopředného řetězení

```
:- op( 800, fx, if),
   op( 700, xfx, then),
   op( 300, xfy, or),
   op( 200, xfy, and).

forward :- new_derived_fact( P), !,      % Nový fakt
    write( 'Derived: '), write( P), nl,
    assert( fact( P)),
    forward %                            Pokračuje generování faktů
    ; write( 'No more facts'), nl. %     Všechny fakty odvozeny

new_derived_fact( Concl) :- if Cond then Concl, %  Pravidlo
    \+ fact( Concl), %                             Concl ještě není fakt
    composed_fact( Cond). %                        Cond je true?

composed_fact( Cond) :- fact( Cond). %     Jednoduchý fakt
composed_fact( Cond1 and Cond2) :- composed_fact( Cond1), composed_fact( Cond2).
composed_fact( Cond1 or Cond2) :- composed_fact( Cond1); composed_fact( Cond2).
```

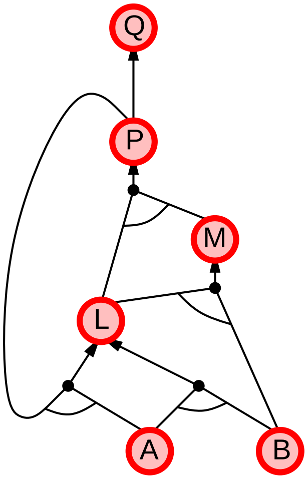
Zpětné řetězení

Idea: pracuje zpětně od dotazu q
zkontroluj, jestli není q už známo
dokaž zpětným řetězením všechny premisy nějakého pravidla, které má q jako důsledek

kontrola cyklů – pro každý podcíl se nejprve podívej, jestli už nebyl řešen (tj. pamatuje si *true* i *false* výsledek)

Zpětné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$
$L \wedge M \Rightarrow P$
$B \wedge L \Rightarrow M$
$A \wedge P \Rightarrow L$
$A \wedge B \Rightarrow L$
A
B



Porovnání dopředného a zpětného řetězení

- dopředné řetězení je řízeno daty
  - automatické, nevědomé zpracování
  - např. rozpoznávání objektů, rutinní rozhodování
  - může udělat hodně nadbytečné práce bez vztahu k dotazu/cíli
- zpětné řetězení je řízeno dotazem
  - vhodné pro hledání odpovědí na konkrétní dotaz
  - např. "Kde jsou moje klíče?" "Jak se mám přihlásit na PGS?"
  - složitost zpětného řetězení může být mnohem menší než lineární vzhledem k velikosti KB

obecný inferenční algoritmus – rezoluce

zpracovává formule v konjunktivní normální formě (konjunkce disjunkcí literálů)

pro výrokovou logiku je rezoluce bezesporná a úplná