Logický agent, výroková logika

Aleš Horák

E-mail: `hales@fi.muni.cz`
`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

Statistické výsledky průběžné písemky

průběžná písemka PB016
48 studentů

Body	Počet studentů
32	3
24	5
21	5
16	2
13	7
10	6
8	3
5	2
2	4
0	11

Průměr: 11.38

Logický agent

logický agent = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)
2 koncepty:
– **reprezentace** znalostí (*knowledge representation*)
– **vyvozování** znalostí (*knowledge reasoning*) → **inference**

rozdíly od prohledávání stavového prostoru:

- **znalost** při prohledávání stavového prostoru → jen **zadané funkce** (přechodová funkce, cílový test,...)
- znalosti logického agenta → **obecná forma** umožňující **kombinace** těchto znalostí

obecné znalosti – důležité v **částečně pozorovatelných** prostředích (*partially observable* environments)
flexibilita logického agenta:

- schopnost řešit i **nové úkoly**
- možnost **učení** nových znalostí

Návrh logického agenta

agent musí umět:

- reprezentovat stavy, akce, ...
- zpracovat nové vstupy z prostředí
- aktualizovat svůj vnitřní popis světa
- odvodit skryté informace o stavu světa
- odvodit vlastní odpovídající akce

přístupy k tvorbě agenta – **deklarativní** × **procedurální** (kombinace)

návrh agenta → víc pohledů:

- znalostní hledisko – tvorba agenta → zadání znalostí pozadí, znalostí domény a cílového požadavku
  např. automatické taxi
  - znalost mapy, dopravních pravidel, ...
  - požadavek – dopravit zákazníka na FI MU Brno
- implementační hledisko – jaké datové struktury KB obsahuje + algoritmy, které s nimi manipulují

Komponenty agenta, Báze znalostí

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)	algoritmy nezávislé na doméně
báze znalostí (knowledge base)	znalosti o doméně

báze znalostí (**KB**) =
množina **vět** (*tvrzení*) vyjádřených v **jazyce reprezentace znalostí**

obsah báze znalostí:

- na začátku – tzv. **znalosti pozadí** (*background knowledge*)
- průběžně **doplňované** znalosti → úkol **tell(+KB,+Sentence)**

akce logického agenta:

```
% kb_agent_action(+KB,+ATime,+Percept,−Action,−NewATime)
kb_agent_action(KB,ATime,Percept,Action,NewATime):-
    make_percept_sentence(Percept,ATime,Sentence),
    tell(KB,Sentence), %                 přidáme výsledky pozorování do KB
    make_action_query(ATime,Query),
    ask(KB,Query,Action), %              zeptáme se na další postup
    make_action_sentence(Action,ATime,ASentence),
    tell(KB,ASentence), %                přidáme informace o akci do KB
    NewATime is ATime + 1.
```


Popis světa – PEAS

zadání světa rozumného agenta:

- míra výkonnosti (**P***erformance measure*)
  plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- prostředí (**E***nvironment*)
  objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- akční prvky (**A***ctuators*)
  možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- senzory (**S***ensors*)
  zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

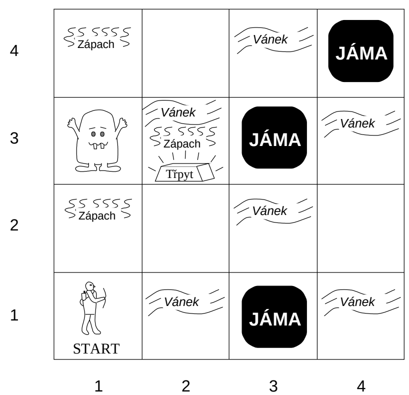
např. zmiňované automatické taxi:

míra výkonnosti	doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, . . .
prostředí	ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, . . .
akční prvky	řízení, plyn, brzda, houkačka, blinkry, komunikátory, . . .
senzory	kamera, tachometr, počítač kilometrů, senzory motoru, GPS, . . .

Wumpusova jeskyně

PEAS zadání **Wumpusovy jeskyně**:

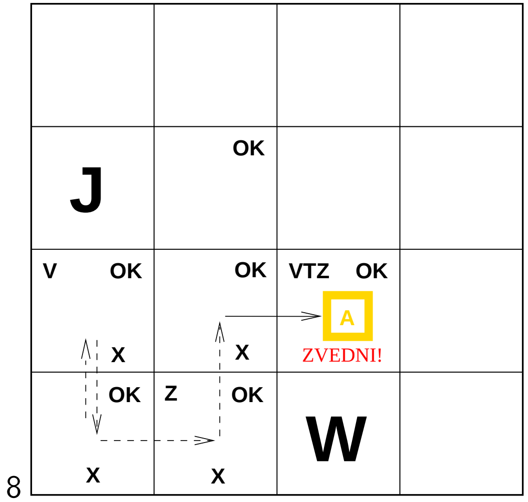
- **P** – míra výkonnosti
  zlato +1000, smrt -1000, -1 za krok, -10 za užití šípu
- **E** – prostředí
  Místnosti vedle Wumpuse zapáchají.
  V místnosti vedle jámy je vánek.
  V místnosti je zlato ⇔ je v ní třpyt.
  Výstřel zabije Wumpuse, pokud jsi obrácený k němu.
  Výstřel vyčerpá jediný šíp, který máš.
  Zvednutím vezmeš zlato ve stejné místnosti.
  Položení odloží zlato v aktuální místnosti.
- **A** – akční prvky
  Otočení vlevo, Otočení vpravo, Krok dopředu, Zvednutí, Položení, Výstřel
- **S** – senzory
  Vánek, Třpyt, Zápach, Náraz do zdi, Chroptění Wumpuse



Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

pozorovatelné	**ne**, jen lokální vnímání
deterministické	**ano**, přesně dané výsledky
episodické	**ne**, sekvenční na úrovni akcí
statické	**ano**, Wumpus a jámy se nehýbou
diskrétní	**ano**
více agentů	**ne**, Wumpus je spíše vlastnost prostředí

Průzkum Wumpusovy jeskyně



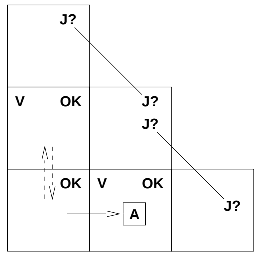
$\boxed{\text{A}}$	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

Průzkum Wumpusovy jeskyně – problémy

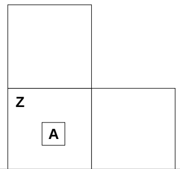
Základní vlastnost logického vyvozování:

> *Kdykoliv agent dospěje k* ***závěru*** *z daných informací* → *tento závěr je* ***zaručeně*** *správný, pokud jsou správné dodané informace.*

Obtížné situace:



Vánek v $(1,2)$ i v $(2,1)$ ⇒ žádná bezpečná akce
Při předpokladu uniformní distribuce děr → díra v $(2,2)$ má pravděpodobnost 0.86, na krajích 0.31



Zápach v $(1,1)$ ⇒ nemůže se pohnout
je možné použít **donucovací strategii** (*strategy of coercion*):

1. Výstřel jedním ze směrů
2. byl tam Wumpus ⇒ je mrtvý (poznám podle Chroptění) ⇒ bezpečné

Logika

Logika = **syntaxe** a **sémantika** formálního jazyka pro reprezentaci znalostí umožňující vyvozování **závěrů**
Syntaxe definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka
Sémantika definuje "*význam*" vět ⇒ definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x+2 \geq y$ je dobře utvořená věta; $x2+y>$ není věta
- $x+2 \geq y$ je pravda ⇔ číslo $x+2$ není menší než číslo y
- $x+2 \geq y$ je pravda ve světě, kde $x=7,\ y=1$
- $x+2 \geq y$ je nepravda ve světě, kde $x=0,\ y=6$

zápis na papíře v libovolné syntaxi → v KB se jedná o **konfiguraci** (částí) agenta
vlastní **vyvozování** → generování a manipulace s těmito konfiguracemi

Důsledek

Důsledek (vyplývání, *entailment*) – jedna věc **logicky vyplývá** z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí *KB* **vyplývá** věta α ⇔ α je pravdivá ve **všech světech**, kde je *KB* pravdivá

např.:

- *KB* obsahuje věty – "Češi vyhráli"
  – "Slováci vyhráli"

  z *KB* pak vyplývá – "Buď Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli"
- z $x+y=4$ vyplývá $4=x+y$

Důsledek je vztah mezi větami (*syntaxe*), který je založený na *sémantice*.

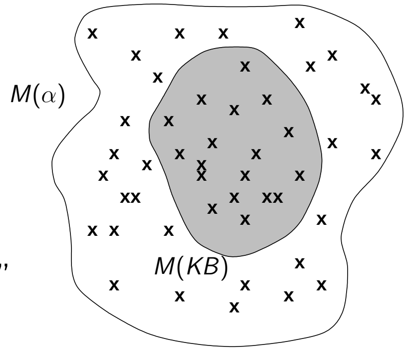
Model

možný svět = **model** . . . formálně strukturovaný (abstraktní) svět, umožňuje vyhodnocení pravdivosti

říkáme: m **je model** věty α $\Leftrightarrow$ α je pravdivá v m

$M(\alpha)$ . . . množina všech modelů věty α

$\mathbf{KB} \models \alpha$ $\Leftrightarrow$
$\mathbf{M(KB)} \subseteq \mathbf{M}(\alpha)$



např.:
$KB =$ "Češi vyhráli" $\wedge$ "Slováci vyhráli"
$\alpha =$ "Češi vyhráli"

Inference

Vyvozování požadovaných důsledků – **inference**
$KB \vdash_i \alpha$ . . . věta α může být **vyvozena** z KB pomocí (procedury) i
(i odvodí α z KB)

všechny možné důsledky KB jsou "kupka sena"; α je jehla
vyplývání = jehla v kupce sena; inference = její nalezení

Bezespornost: i je bezesporná $\Leftrightarrow$ $\forall KB \vdash_i \alpha \Rightarrow KB \models \alpha$
Úplnost: i je úplná $\Leftrightarrow$ $\forall KB \models \alpha \Rightarrow KB \vdash_i \alpha$

Vztah k **reálnému světu**:

Pokud je KB **pravdivá v reálném světě** $\Rightarrow \forall$ *věta* α *vyvozená z KB pomocí* **bezesporné inference** *je také pravdivá ve skutečném světě*

Jestliže máme sémantiku "pravdivou" v reálném světě → můžeme vyvozovat závěry o skutečném světě pomocí logiky

Výroková logika

Výroková logika – nejjednodušší logika, ilustruje základní myšlenky

- výrokové symboly $P_1, P_2, \ldots$ jsou věty
- negace – S je věta $\Rightarrow$ $\neg S$ je věta
- konjunkce – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \wedge S_2$ je věta
- disjunkce – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \vee S_2$ je věta
- implikace – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \Rightarrow S_2$ je věta
- ekvivalence – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \Leftrightarrow S_2$ je věta

Sémantika výrokové logiky

- každý model musí určit **pravdivostní hodnoty výrokových symbolů**
  např.: $m_1 = \{P_1 = \mathit{false}, P_2 = \mathit{false}, P_3 = \mathit{true}\}$
- **pravidla pro vyhodnocení pravdivosti** u složených výroků pro model m:

$\neg S$	je *true*	$\Leftrightarrow$	S	je *false*			
$S_1 \wedge S_2$	je *true*	$\Leftrightarrow$	S_1	je *true*	**a**	S_2	je *true*
$S_1 \vee S_2$	je *true*	$\Leftrightarrow$	S_1	je *true*	**nebo**	S_2	je *true*
$S_1 \Rightarrow S_2$	je *true*	$\Leftrightarrow$	S_1	je *false*	**nebo**	S_2	je *true*
tj.	je *false*	$\Leftrightarrow$	S_1	je *true*	**a**	S_2	je *false*
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je *true*	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je *true*	**a**	$S_2 \Rightarrow S_1$	je *true*

- **rekurzivním procesem** vyhodnotíme lib. větu:
  $\neg P_1 \wedge (P_2 \vee P_3) = \mathit{true} \wedge (\mathit{false} \vee \mathit{true}) = \mathit{true} \wedge \mathit{true} = \mathit{true}$

pravdivostní tabulka:

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
false	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*	*true*
false	*true*	*true*	*false*	*true*	*true*	*false*
true	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*

Logická ekvivalence

Dva výroky jsou **logicky ekvivalentní** právě tehdy, když jsou pravdivé ve stejných modelech:

$$\alpha \equiv \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \models \beta \text{ a } \beta \models \alpha$$

$$\begin{array}{rcll}
(\alpha \wedge \beta) & \equiv & (\beta \wedge \alpha) & \text{komutativita } \wedge \\
(\alpha \vee \beta) & \equiv & (\beta \vee \alpha) & \text{komutativita } \vee \\
((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) & \equiv & (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)) & \text{asociativita } \wedge \\
((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) & \equiv & (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)) & \text{asociativita } \vee \\
\neg(\neg\alpha) & \equiv & \alpha & \text{eliminace dvojí negace} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) & \equiv & (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) & \text{kontrapozice} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) & \equiv & (\neg\alpha \vee \beta) & \text{eliminace implikace} \\
(\alpha \Leftrightarrow \beta) & \equiv & ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)) & \text{eliminace ekvivalence} \\
\neg(\alpha \wedge \beta) & \equiv & (\neg\alpha \vee \neg\beta) & \text{de Morgan} \\
\neg(\alpha \vee \beta) & \equiv & (\neg\alpha \wedge \neg\beta) & \text{de Morgan} \\
(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) & \equiv & ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)) & \text{distributivita } \wedge \text{ nad } \vee \\
(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) & \equiv & ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)) & \text{distributivita } \vee \text{ nad } \wedge
\end{array}$$

Platnost a splnitelnost

- Výrok je **platný** $\Leftrightarrow$ je pravdivý ve **všech** modelech
  např.: $true$, $A \vee \neg A$, $A \Rightarrow A$, $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

  Platnost je spojena s vyplýváním pomocí **věty o dedukci**:
  $KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad (KB \Rightarrow \alpha)$ *je platný výrok*

- Výrok je **splnitelný** $\Leftrightarrow$ je pravdivý v **některých** modelech
  např.: $A \vee B$, C

  Výrok je **nesplnitelný** $\Leftrightarrow$ je **nepravdivý ve všech** modelech
  např.: $A \wedge \neg A$

  Splnitelnost je
  spojena s vyplýváním pomocí **důkazu** α **sporem** (*reductio ad absurdum*):
  $KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad (KB \wedge \neg\alpha)$ *je nesplnitelný*

Tvrzení pro Wumpusovu jeskyni

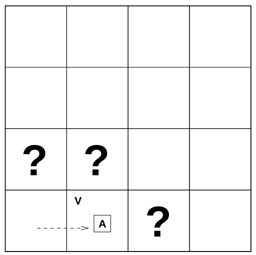
Definujeme výrokové symboly $J_{i,j}$ je pravda $\Leftrightarrow$ Na $[i,j]$ je **Jáma**.
a $V_{i,j}$ je pravda $\Leftrightarrow$ Na $[i,j]$ je **Vánek**.

báze znalostí KB:

- pravidlo pro $[1,1]$: R_1: $\neg J_{1,1}$
- pozorování: R_2: $\neg V_{1,1}$, R_3: $V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:

  "Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech"

  R'_4: $V_{1,1} \Leftarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$
  R'_5: $V_{2,1} \Leftarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$



"V poli je Vánek **právě tehdy, když** je ve vedlejším poli Jáma."

R_4: $V_{1,1} \Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$
R_5: $V_{2,1} \Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$

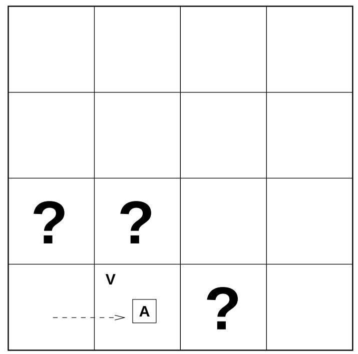
- $KB = R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$

Vyplývání ve Wumpusově jeskyni

situace:

- v $[1,1]$ nedetekováno nic
- krok doprava, v $[2,1]$ Vánek

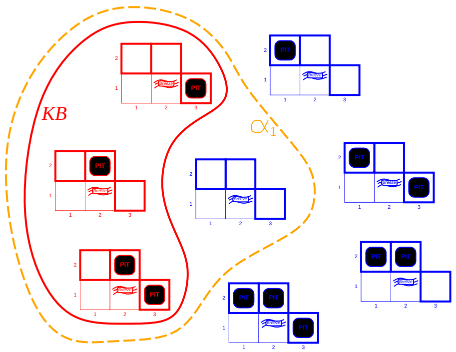
uvažujeme možné **modely** pro '?'
(budou nás zajímat jen Jámy)



3 pole s Booleovskými možnostmi $\{T, F\}$ $\Rightarrow$ $2^3 = $ **8 možných modelů**

Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



KB = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

α_1 = "[1, 2] je bezpečné pole" $KB \models \alpha_1$

α_2 = "[2, 2] je bezpečné pole" $KB \not\models \alpha_2$

kontrola modelů → jednoduchý způsob **logické inference**

Pravdivostní tabulka pro inferenci

$V_{1,1}$	$V_{2,1}$	$J_{1,1}$	$J_{1,2}$	$J_{2,1}$	$J_{2,2}$	$J_{3,1}$	KB	α_1
false	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*
false	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*true*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	<u>*true*</u>	<u>*true*</u>
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	<u>*true*</u>	<u>*true*</u>
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	<u>*true*</u>	<u>*true*</u>
false	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
true	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*false*	*false*

KB = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

α_1 = "[1, 2] je bezpečné pole"

Důkazové metody

- kontrola modelů (*model checking*)
  - procházení pravdivostní tabulky (vždycky exponenciální v n)
  - vylepšené prohledávání s navracením (*improved backtracking*), např. Davis–Putnam–Logemann–Loveland
  - heuristické prohledávání prostoru modelů (bezesporné, ale neúplné)
- aplikace inferenčních pravidel
  - legitimní (bezesporné) generování nových výroků ze starých
  - **důkaz** = sekvence aplikací inferenčních pravidel
    je možné použít inferenční pravidla jako operátory ve standardních prohledávacích algoritmech
  - typicky vyžaduje překlad vět do **normální formy**

Inference kontrolou modelů

Kontrola všech **modelů do hloubky** je bezesporná a úplná (pro konečný počet výrokových symbolů)

```
% tt_entails(+KB,+Alpha)
tt_entails(KB,Alpha):- proposition_symbols(Symbols,[KB,Alpha]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[]).

% tt_check_all(+KB,+Alpha,+Symbols,+Model)
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):- pl_true(KB,Model),!,pl_true(Alpha,Model).
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):- !,fail.
tt_check_all(KB,Alpha,[P|Symbols],Model):- % vytvoříme modely pro ∀ hodnoty symbolů
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-true|Model]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-false|Model]).
```

vrací **true**, pokud je **Alpha** pravdivá v **Modelu**

$O(2^n)$ pro n symbolů, NP-úplný problém

Dopředné a zpětné řetězení

KB = **konjunkce Hornových klauzulí**

Hornova klauzule $= \begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ \text{(konjunkce symbolů)} \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$

např.: $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

pravidlo **Modus Ponens** – pro KB z Hornových klauzulí je **úplné**

$$\frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \qquad \alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

pravidla pro logickou ekvivalenci se taky dají použít pro inferenci

inference Hornových klauzulí → algoritmus **dopředného** nebo **zpětného řetězení**

oba tyto algoritmy jsou přirozené a mají **lineární** časovou složitost

Dopředné řetězení

Idea: aplikuj pravidlo, jehož premisy jsou splněné v KB
přidej jeho důsledek do KB
pokračuj do doby, než je nalezena odpověď

KB:

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

$B \wedge L \Rightarrow M$

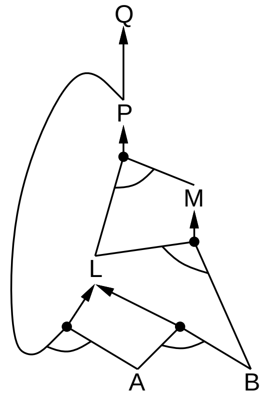
$A \wedge P \Rightarrow L$

$A \wedge B \Rightarrow L$

A

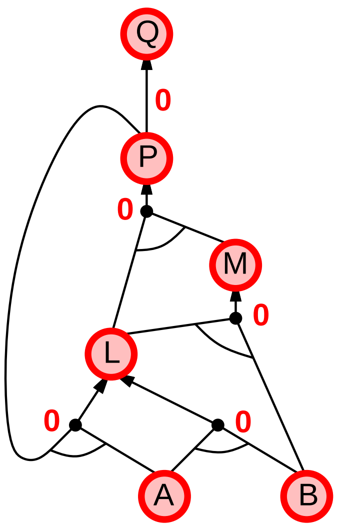
B

AND-OR graf KB:



Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$
$L \wedge M \Rightarrow P$
$B \wedge L \Rightarrow M$
$A \wedge P \Rightarrow L$
$A \wedge B \Rightarrow L$
A
B



Algoritmus dopředného řetězení

```
:- op(   800, fx,   if),
     op( 700, xfx,  then),
     op( 300, xfy,  or),
     op( 200, xfy,  and).

forward   :- new_derived_fact(   P), !,  %                  Nový fakt
    write( 'Derived: '),   write( P), nl,
    assert( fact(  P)),
    forward %                                              Pokračuje generování faktů
    ; write( 'No more facts'),  nl.  %                     Všechny fakty odvozeny

new_derived_fact( Concl)   :- if   Cond then Concl, %      Pravidlo
    \+ fact( Concl),  %                                    Concl ještě není fakt
    composed_fact( Cond). %                                Cond je true?

composed_fact( Cond) :- fact(   Cond). %                   Jednoduchý fakt
composed_fact( Cond1 and Cond2) :- composed_fact( Cond1), composed_fact( Cond2).
composed_fact( Cond1 or Cond2) :- composed_fact(  Cond1); composed_fact( Cond2).
```

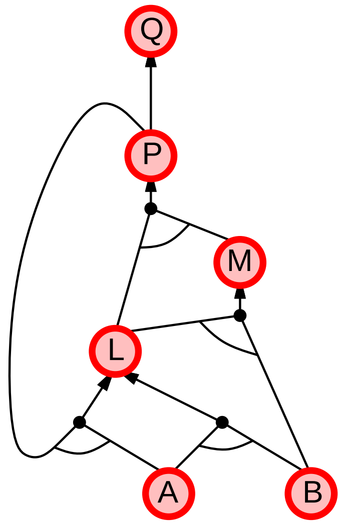
Zpětné řetězení

Idea: pracuje **zpětně** od dotazu *q*
zkontroluj, jestli není *q* už známo
dokaž zpětným řetězením všechny **premisy** nějakého pravidla, které má *q* jako důsledek

kontrola cyklů – pro každý podcíl se nejprve podívej, jestli už nebyl řešen (tj. pamatuje si *true* i *false* výsledek)

Zpětné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$
$L \wedge M \Rightarrow P$
$B \wedge L \Rightarrow M$
$A \wedge P \Rightarrow L$
$A \wedge B \Rightarrow L$
A
B



Porovnání dopředného a zpětného řetězení

- dopředné řetězení je řízeno **daty**
  - automatické, nevědomé zpracování
  - např. rozpoznávání objektů, rutinní rozhodování
  - může udělat hodně nadbytečné práce bez vztahu k dotazu/cíli
- zpětné řetězení je řízeno **dotazem**
  - vhodné pro hledání odpovědí na konkrétní dotaz
  - např. "Kde jsou moje klíče?" "Jak se mám přihlásit na PGS?"
  - složitost zpětného řetězení **může** být **mnohem menší** než lineární vzhledem k velikosti *KB*

obecný inferenční algoritmus – **rezoluce**
zpracovává formule v **konjunktivní normální formě** (konjunkce disjunkcí literálů)
pro výrokovou logiku je rezoluce **bezesporná** a **úplná**