

Hry a základní herní strategie

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz
<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Hry vs. Prohledávání stavového prostoru
- Algoritmus Minimax
- Algoritmus Alfa-Beta prořezávání
- Nedeterministické hry
- Hry s nepřesnými znalostmi

Hry × Prohledávání stavového prostoru

Multiagentní prostředí:

- agent musí brát v úvahu **akce jiných agentů** → jak ovlivní jeho vlastní prospěch
- vliv ostatních agentů – **prvek náhody**
- **kooperativní** × **soupeřící** multiagentní prostředí (MP)

Hry:

- matematická **teorie her** (odvětví ekonomie) – kooperativní i soupeřící MP, kde vliv všech agentů je **významný**
- **hra v UI** = obv. deterministické MP, 2 střídající se agenti, výsledek hry je vzájemně opačný nebo shoda

Algoritmy soupeřícího prohledávání (*adversarial search*):

- oponent dělá **dopředu neurčitelné** tahy → řešením je **strategie**, která počítá se všemi možnými tahy protivníka
- **časový limit** ⇒ zřejmě nenajdeme optimální řešení → hledáme **lokálně optimální** řešení

Hry a UI – historie

- Babbage, 1846 – počítač porovnává přínos různých herních tahů
- von Neumann, 1944 – algoritmy perfektní hry
- Zuse, Wiener, Shannon, 1945–50 – přibližné vyhodnocování
- Turing, 1951 – první šachový program (jen na papíře)
- Samuel, 1952–57 – strojové učení pro zpřesnění vyhodnocování
- McCarthy, 1956 – prořezávání pro možnost hlubšího prohledávání

Hry a UI – historie

- Babbage, 1846 – počítač porovnává přínos různých herních tahů
- von Neumann, 1944 – algoritmy perfektní hry
- Zuse, Wiener, Shannon, 1945–50 – přibližné vyhodnocování
- Turing, 1951 – první šachový program (jen na papíře)
- Samuel, 1952–57 – strojové učení pro zpřesnění vyhodnocování
- McCarthy, 1956 – prořezávání pro možnost hlubšího prohledávání

Řešení her je zajímavým předmětem studia ← je **obtížné**:

průměrný faktor větvení v šachách $b = 35$

pro 50 tahů 2 hráčů ...

prohledávací strom $\approx 35^{100} \approx 10^{154}$ uzlů ($\approx 10^{40}$ stavů)

Hry a UI – aktuální výsledky

- **dáma** – 1994 program *Chinook* porazil světovou šampionku Marion Tinsley. Používá úplnou databázi tahů pro ≤ 8 figur (443 748 401 247 pozic).
- **šachy** – 1997 porazil stroj *Deep Blue* světového šampiona Gary Kasparova $3\frac{1}{2}$ – $2\frac{1}{2}$. Stroj počítá 200 mil. pozic/s, sofistikované vyhodnocování a nezveřejněné metody pro prozkoumávání některých tahů až do hloubky 40 tahů. 2006 porazil program *Deep Fritz* na PC světového šampiona Vladimíra Kramníka 2–4. V současnosti vyhrávají turnaje i programy na slabším hardware mobilních telefonů s 20 tis. pozic/s.
- **Othello** – světoví šampioni odmítají hrát s počítači, protože stroje jsou příliš dobré. Othello (též Reversi) pro dva hráče na desce 8×8 – snaží se mezi své dva kameny uzavřít soupeřovy, které se přebarví. Až se zaplní deska, spočítají se kameny.
- **Go** – do roku 2008 světoví šampioni odmítali hrát s počítači, protože stroje jsou příliš slabé. V Go je $b > 300$, takže počítače mohou používat téměř pouze znalostní bázi vzorových her.
od 2009 – první programy dosahují pokročilejší amatérské úrovně (zejména na desce 9×9 , nižší úroveň i na 19×19).

Typy her

	<i>deterministické</i>	<i>s náhodou</i>
<i>perfektní znalosti</i>	šachy, dáma, Go, Othello	backgammon, monopoly
<i>nepřesné znalosti</i>		bridge, poker, scrabble

Hledání optimálního tahu

2 hráči – MAX (\triangle) a MIN (∇)

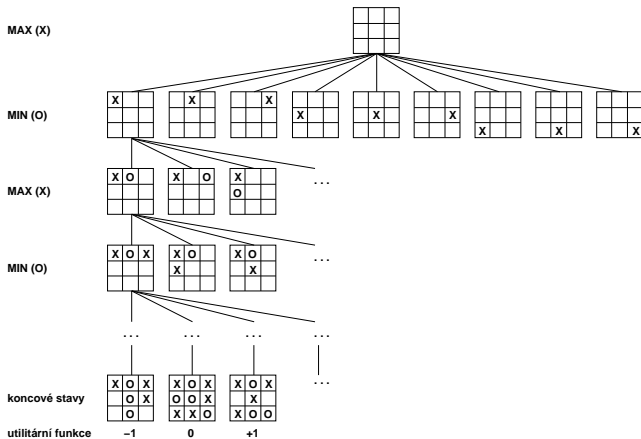
MAX je první na tahu a pak se střídají až do konce hry

hra = prohledávací problém:

- počáteční stav – počáteční herní situace + kdo je na tahu
- přechodová funkce – vrací dvojice (legální tah, výsledný stav)
- ukončovací podmínka – určuje, kdy hra končí, označuje **koncové stavy**
- utilitární funkce – numerické ohodnocení koncových stavů

Hledání optimálního tahu – pokrač.

počáteční stav a přechodová funkce definují **herní strom**:



Algoritmus Minimax

Hráč MAX (\triangle) musí *prohledat* herní strom pro zjištění nejlepšího tahu proti hráči MIN (∇)

→ zjistit nejlepší **hodnotu minimax** – zajišťuje *nejlepší výsledek* proti *nejlepšímu protivníkovi*

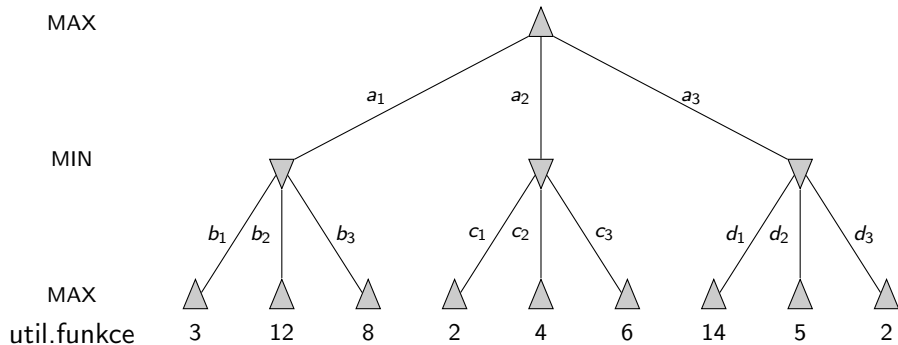
$$\text{Hodnota minimax}(n) = \begin{cases} \text{utility}(n), & \text{pro koncový stav } n \\ \max_{s \in \text{moves}(n)} \text{Hodnota minimax}(s), & \text{pro MAX uzel } n \\ \min_{s \in \text{moves}(n)} \text{Hodnota minimax}(s), & \text{pro MIN uzel } n \end{cases}$$

Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)

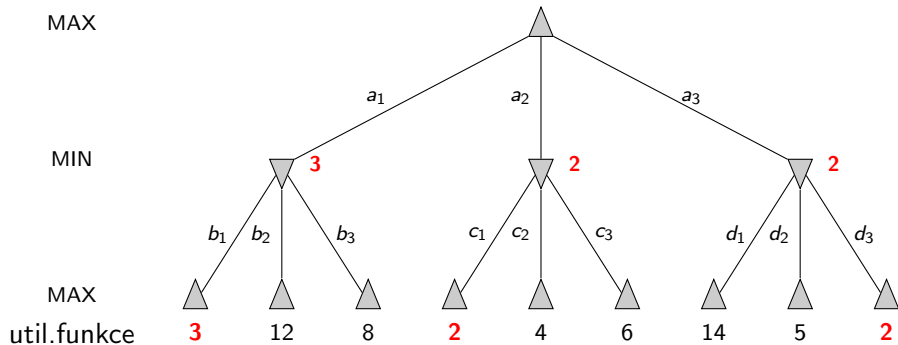
Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



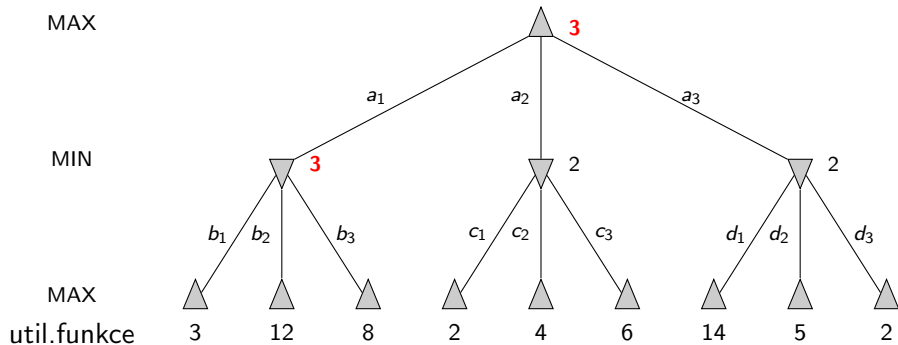
Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



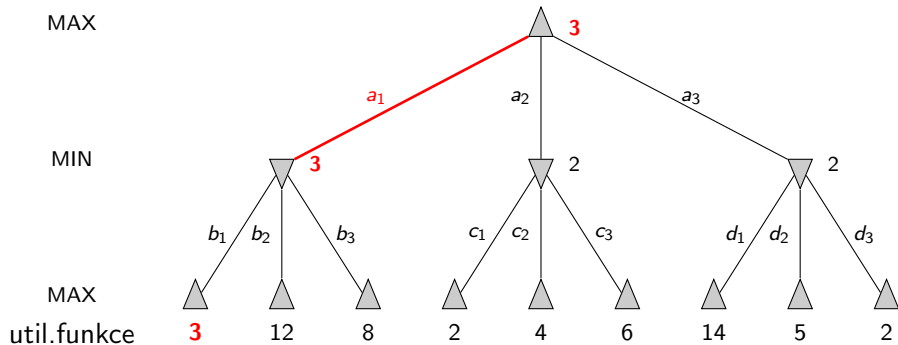
Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



Algoritmus Minimax – pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



Algoritmus Minimax – pokrač.

```

% minimax( +Pos, -BestSucc, -Val):
% Pos je rozložení figur, Val je minimaxová hodnota tohoto rozložení;
% nejlepší tah z Pos vede do rozložení BestSucc
minimax( Pos, BestSucc, Val) :-
    moves( Pos, PosList), !, %           PosList je seznam legálních tahů z Pos
    best( PosList, BestSucc, Val)
;
staticval( Pos, Val). %           Pos nemá následníky: ohodnotíme staticky

best( [Pos], Pos, Val) :- minimax( Pos, -, Val), !.
best( [Pos1 | PosList], BestPos, BestVal) :-
    minimax( Pos1, -, Val1),
    best( PosList, Pos2, Val2),
    betterof( Pos1, Val1, Pos2, Val2, BestPos, BestVal).
betterof( Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos0, Val0) :- % Pos0 je lepší než Pos1
    min_to_move( Pos0), %           MIN na tahu v Pos0
    Val0 > Val1, ! %           MAX chce nejvyšší hodnotu
;
    max_to_move( Pos0), %           MAX na tahu v Pos0
    Val0 < Val1, !. %           MIN chce nejmenší hodnotu
betterof( Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos1, Val1). % jinak je Pos1 lepší než Pos0

```

Algoritmus Minimax – vlastnosti

úplnost

optimálnost

časová složitost

prostorová složitost

Algoritmus Minimax – vlastnosti

úplnost

úplný pouze pro **konečné** stromy

optimálnost

časová složitost

prostorová složitost

Algoritmus Minimax – vlastnosti

úplnost

úplný pouze pro **konečné** stromy

optimálnost

je optimální proti optimálnímu oponentovi

časová složitost

prostorová složitost

Algoritmus Minimax – vlastnosti

úplnost

úplný pouze pro **konečné** stromy

optimálnost

je optimální proti optimálnímu oponentovi

časová složitost

$O(b^m)$

prostorová složitost

Algoritmus Minimax – vlastnosti

<i>úplnost</i>	úplný pouze pro konečné stromy
<i>optimálnost</i>	je optimální proti optimálnímu oponentovi
<i>časová složitost</i>	$O(b^m)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bm)$, prohledávání do hloubky

Algoritmus Minimax – vlastnosti

<i>úplnost</i>	úplný pouze pro konečné stromy
<i>optimálnost</i>	je optimální proti optimálnímu oponentovi
<i>časová složitost</i>	$O(b^m)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bm)$, prohledávání do hloubky

šachy ... $b \approx 35, m \approx 100 \Rightarrow$ přesné řešení není možné

např. $b^m = 10^6, b = 35 \Rightarrow m \approx 4$

4-tahy \approx člověk-nováček

8-tahů \approx člověk-mistr, typické PC

12-tahů \approx Deep Blue, Kasparov

Časové omezení

předpokládejme, že máme 100 sekund + prozkoumáme 10^4 uzlů/s
⇒ 10^6 uzlů na 1 tah

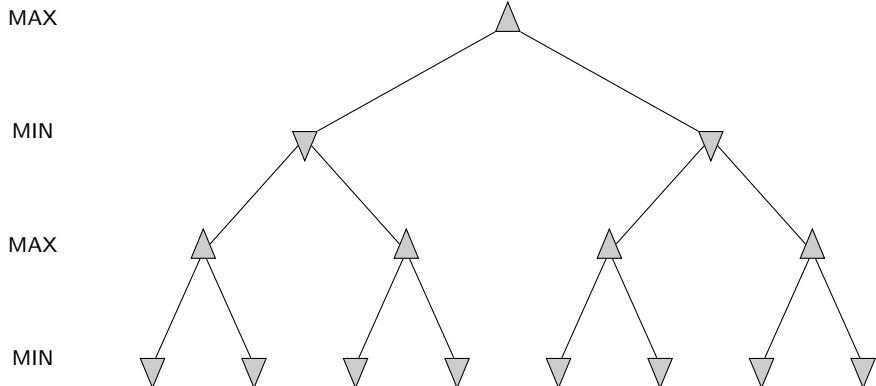
řešení **minimax_cutoff**:

- **ohodnocovací funkce** odhad přínosu pozice
nahradí utilitární funkci
- **ořezávací test** (*cutoff test*) – např. hloubka nebo hodnota ohodnocovací
funkce
nahradí koncový test

Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

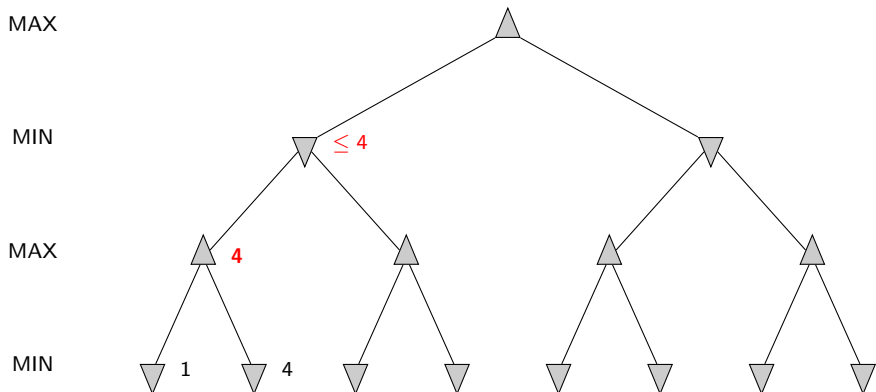
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

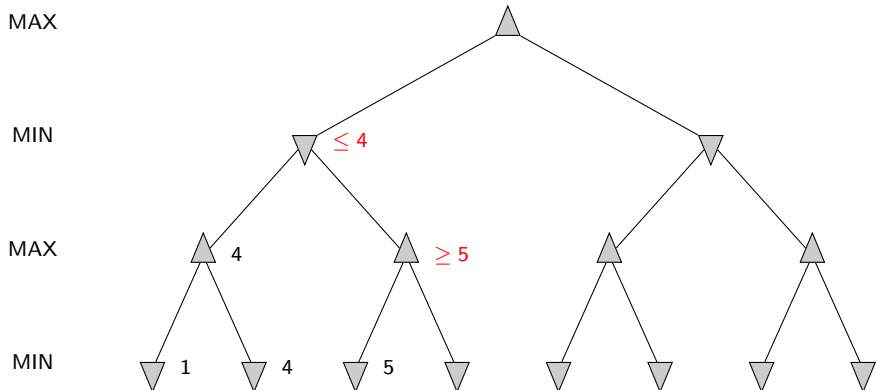
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

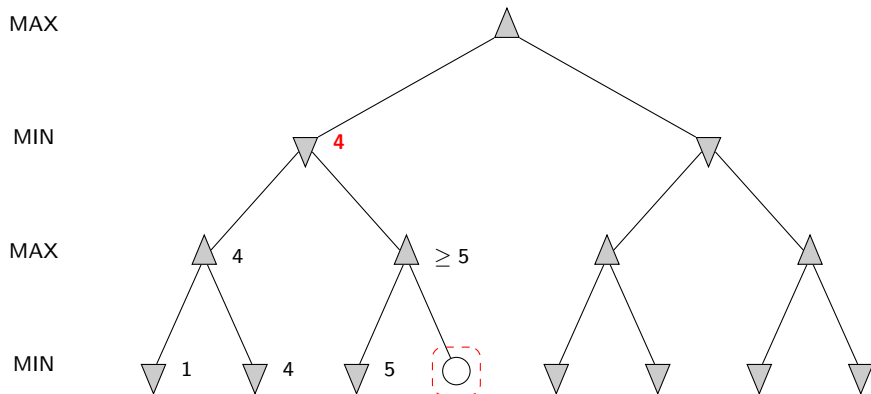
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

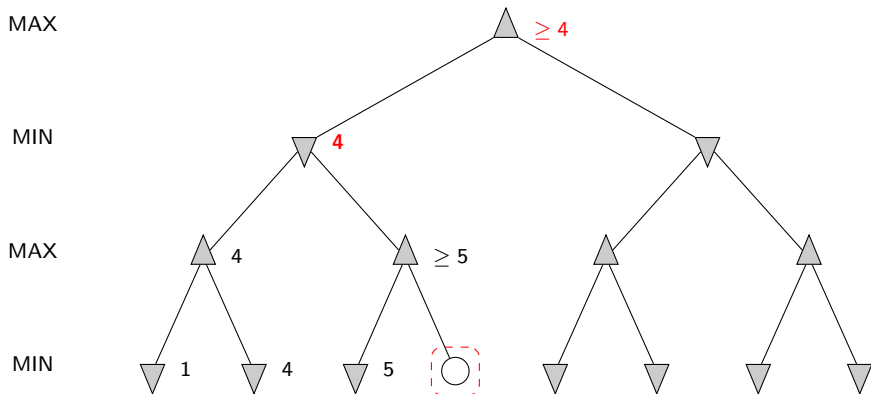
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

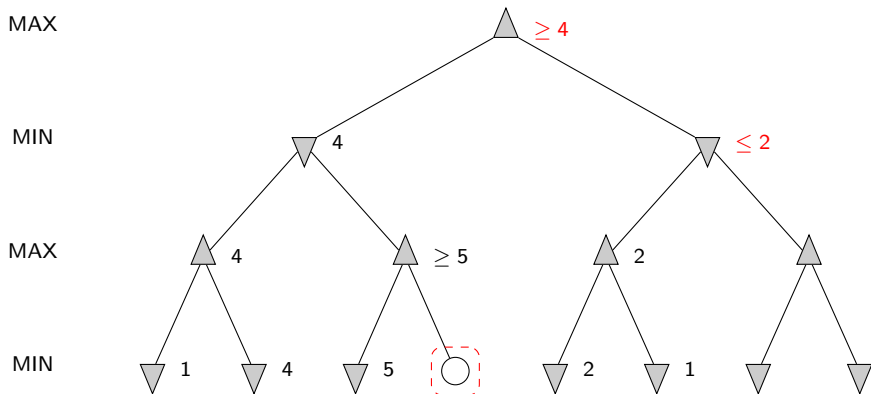
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

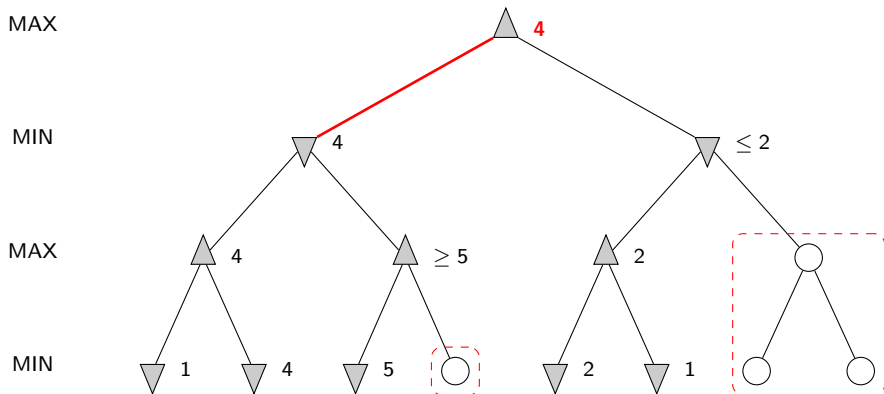
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



Algoritmus Alfa-Beta prořezávání – vlastnosti

- prořezávání **neovlivní** výsledek \Rightarrow je **stejný** jako u minimaxu
- dobré **uspořádání** přechodů (možných tahů) ovlivní **efektivitu** prořezávání
- v případě “nejlepšího” uspořádání **časová složitost** = $O(b^{m/2})$
 - \Rightarrow **zdvojí** hloubku prohledávání
 - \Rightarrow může snadno dosáhnout hloubky 8 v šachu, což už je použitelná úroveň

Algoritmus Alfa-Beta prořezávání – vlastnosti

- prořezávání **neovlivní** výsledek \Rightarrow je **stejný** jako u minimaxu
- dobré **uspořádání** přechodů (možných tahů) ovlivní **efektivitu** prořezávání
- v případě “nejlepšího” uspořádání **časová složitost** = $O(b^{m/2})$
 \Rightarrow **zdvojí** hloubku prohledávání
 \Rightarrow může snadno dosáhnout hloubky 8 v šachu, což už je použitelná úroveň

označení $\alpha - \beta$:

- α ... doposud nejlepší hodnota pro MAXe
- β ... doposud nejlepší hodnota pro MINa
- $\langle \alpha, \beta \rangle$... interval ohodnocovací funkce v průběhu výpočtu (na začátku $\langle -\infty, \infty \rangle$)

•	minimax ... $V(P)$	$\alpha - \beta$... $V(P, \alpha, \beta)$
když	$V(P) \leq \alpha$	$V(P, \alpha, \beta) = \alpha$
když	$\alpha < V(P) < \beta$	$V(P, \alpha, \beta) = V(P)$
když	$V(P) \geq \beta$	$V(P, \alpha, \beta) = \beta$

Algoritmus Alfa-Beta prořezávání

```

alphabeta( Pos, Alpha, Beta, GoodPos, Val) :- moves( Pos, PosList), !,
boundedbest( PosList, Alpha, Beta, GoodPos, Val)
; staticval( Pos, Val). % statické ohodnocení Pos

boundedbest( [Pos | PosList], Alpha, Beta, GoodPos, GoodVal) :-
alphabeta( Pos, Alpha, Beta, _, Val),
goodenough( PosList, Alpha, Beta, Pos, Val, GoodPos, GoodVal).

goodenough( [], _, _, Pos, Val, Pos, Val) :- !. % nejsou další kandidáti
goodenough( _, Alpha, Beta, Pos, Val, Pos, Val) :-
min_to_move( Pos), Val > Beta, ! % MAX dosáhl horní hranici
; max_to_move( Pos), Val < Alpha, ! % MIN dosáhl dolní hranici
goodenough( PosList, Alpha, Beta, Pos, Val, GoodPos, GoodVal) :-
newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, NewAlpha, NewBeta), % uprav hranice
boundedbest( PosList, NewAlpha, NewBeta, Pos1, Val1),
betterof( Pos, Val, Pos1, Val1, GoodPos, GoodVal).

newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, Val, Beta) :-
min_to_move( Pos), Val > Alpha, ! % MAX zvýšil dolní hranici
newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, Alpha, Val) :-
max_to_move( Pos), Val < Beta, ! % MIN snížil horní hranici
newbounds( Alpha, Beta, _, _, Alpha, Beta). % jinak hranice nezměněny

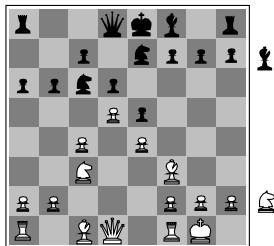
betterof( Pos, Val, Pos1, Val1, Pos, Val) :- min_to_move( Pos), Val > Val1, !
; max_to_move( Pos), Val < Val1, ! % Pos je lepší než Pos1
betterof( _, _, Pos1, Val1, Pos1, Val1). % jinak je lepší Pos1

```

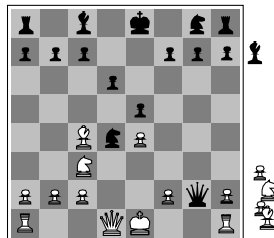

Možnosti vylepšení Minimax/Alpha-Beta

- vyhodnocovat pouze **klidné stavy** (quiescent search)
- při vyhodnocování počítat s efektem **horizontu** – zvraty mimo prohledanou oblast
- **dopředné ořezávání** – některé stavy se ihned zahazují
bezpečné např. pro symetrické tahy nebo pro tahy hluboko ve stromu

Ohodnocovací funkce

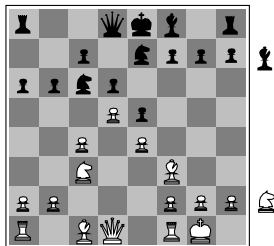


Černý na tahu
Bílý má o něco lepší pozici

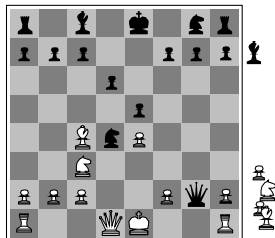


Bílý na tahu
Černý vítězí

Ohodnocovací funkce



Černý na tahu
Bílý ma o něco lepší pozici



Bílý na tahu
Černý vítězí

Pro šachy typicky **lineární** vážený součet **rysů**

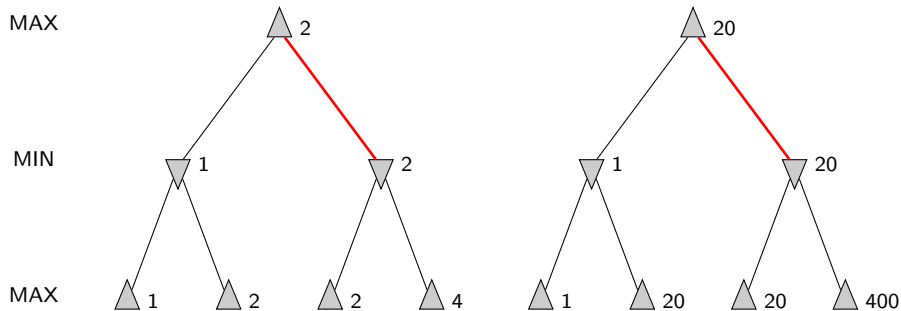
$$Eval(s) = w_1 f_1(s) + w_2 f_2(s) + \dots + w_n f_n(s) = \sum_{i=1}^n w_i f_i(s)$$

např. $w_1 = 9$

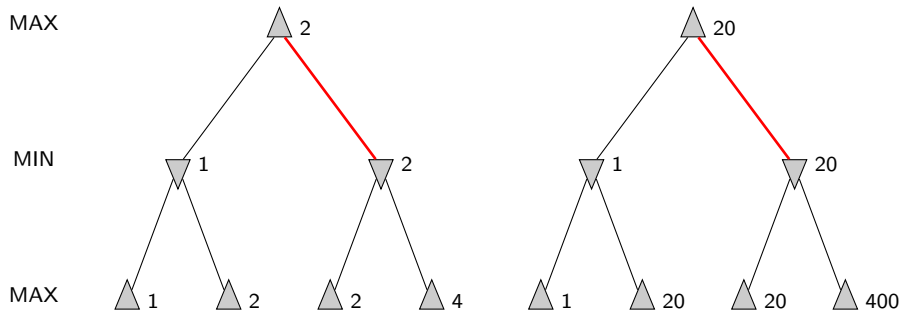
$f_1(s) = (\text{počet bílých královen}) - (\text{počet černých královen})$

...

Ohodnocovací funkce – odchylky



Ohodnocovací funkce – odchylky



chová se **stejně** pro libovolnou **monotónní** transformaci funkce *Eval*
záleží pouze na uspořádání → ohodnocení v deterministické hře funguje
jako **ordinální funkce**

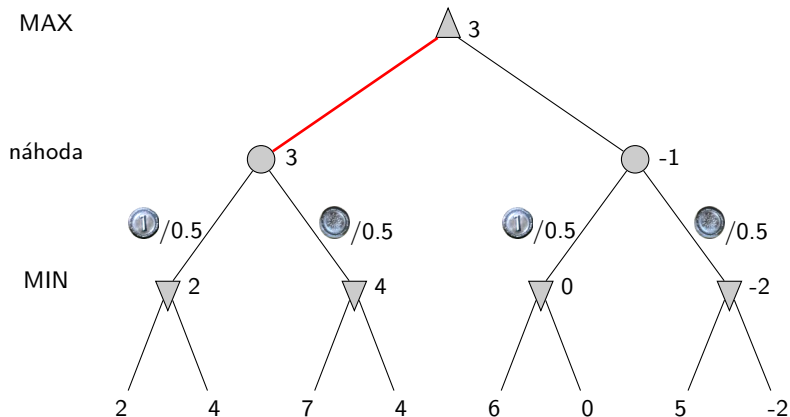
Nedeterministické hry

náhoda \leftarrow hod kostkou, hod mincí, míchání karet

Nedeterministické hry

náhoda \leftarrow hod kostkou, hod mincí, míchání karet

příklad – 1 tah s házením mincí:



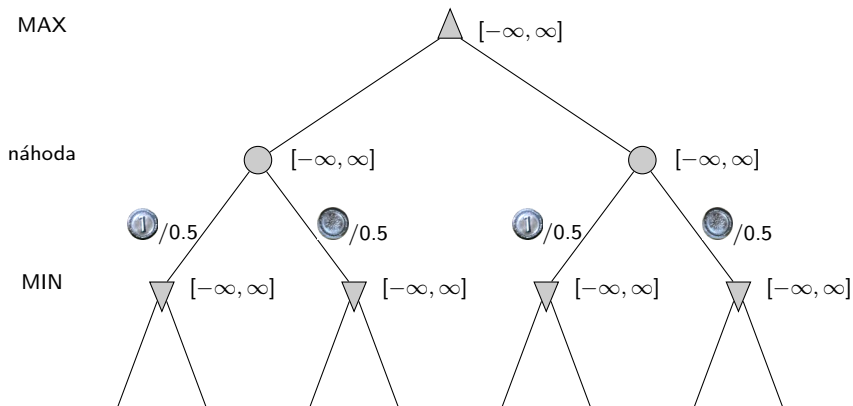
Algoritmus Minimax pro nedeterministické hry

expect_minimax ... počítá perfektní hru s přihlédnutím k náhodě
rozdíl je pouze v započítání uzlů *náhoda*:

$$\text{expect_minimax}(n) = \begin{cases} \text{utility}(n) & \text{pro koncový stav } n \\ \max_{s \in \text{moves}(n)} \text{expect_minimax}(s) & \text{pro MAX uzel } n \\ \min_{s \in \text{moves}(n)} \text{expect_minimax}(s) & \text{pro MIN uzel } n \\ \sum_{s \in \text{moves}(n)} P(s) \cdot \text{expect_minimax}(s) & \text{pro uzel náhody } n \end{cases}$$

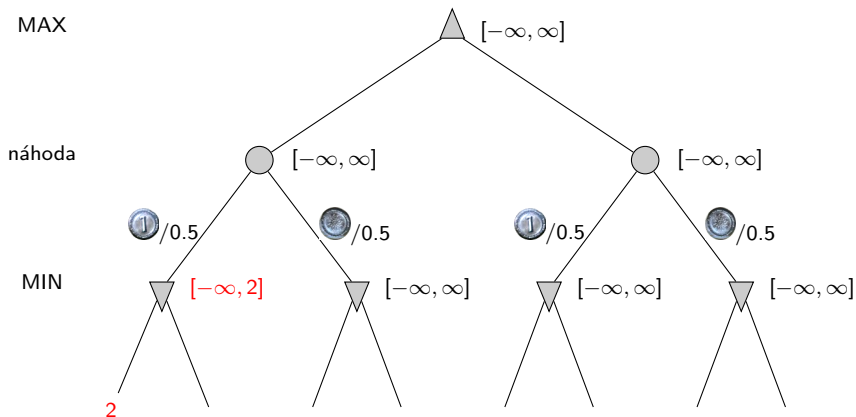
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



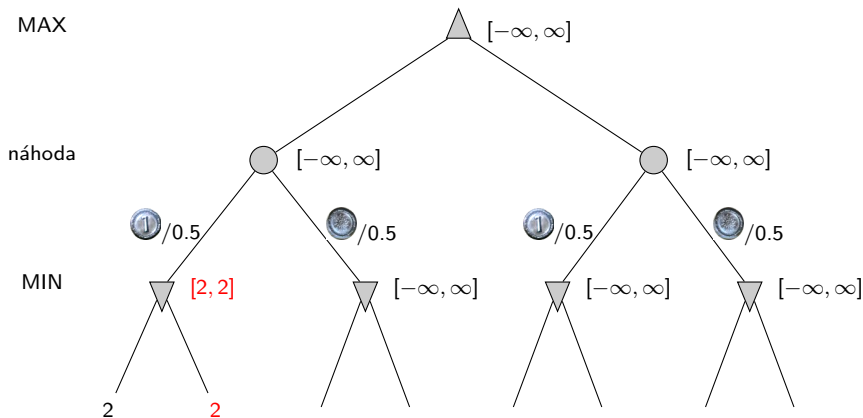
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



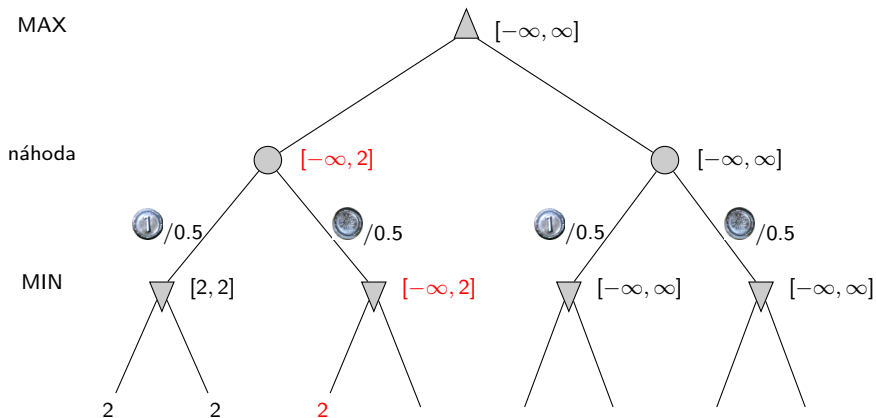
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



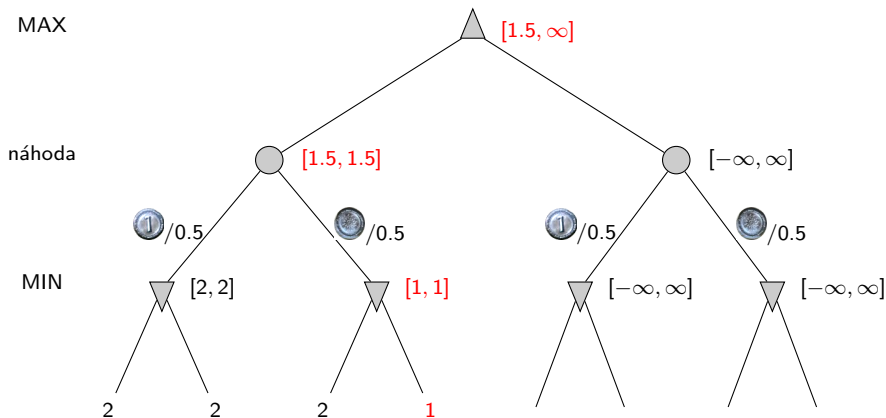
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



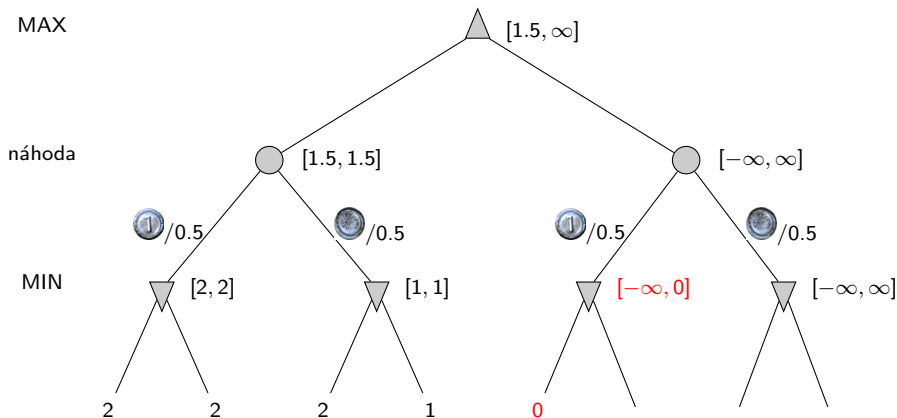
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



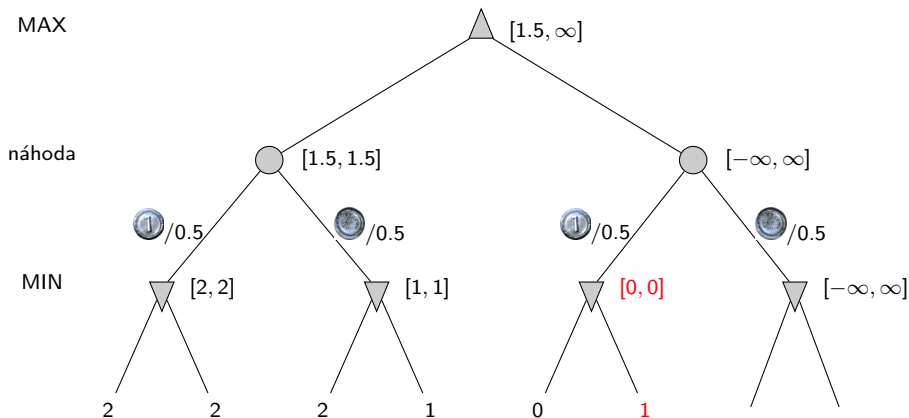
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



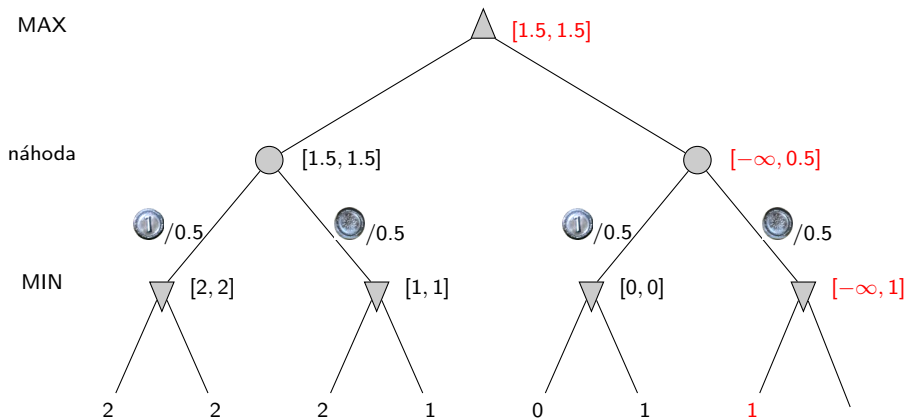
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



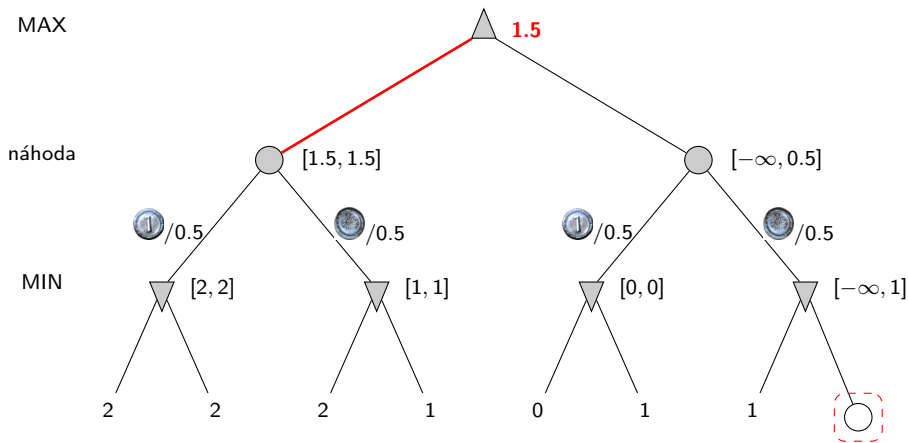
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



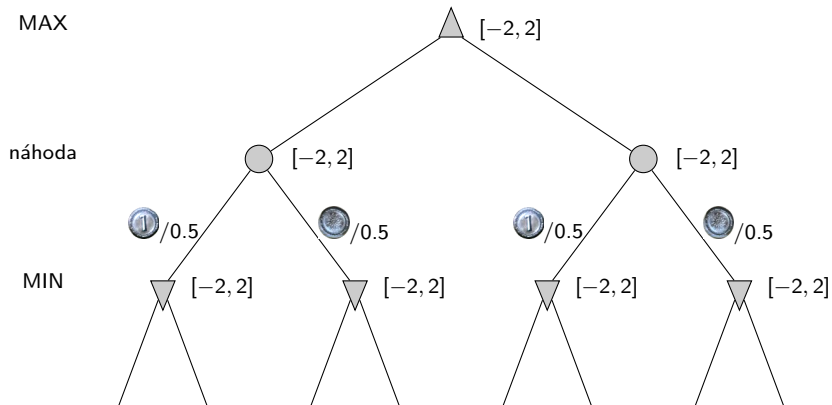
Prořezávání v nedeterministických hrách

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



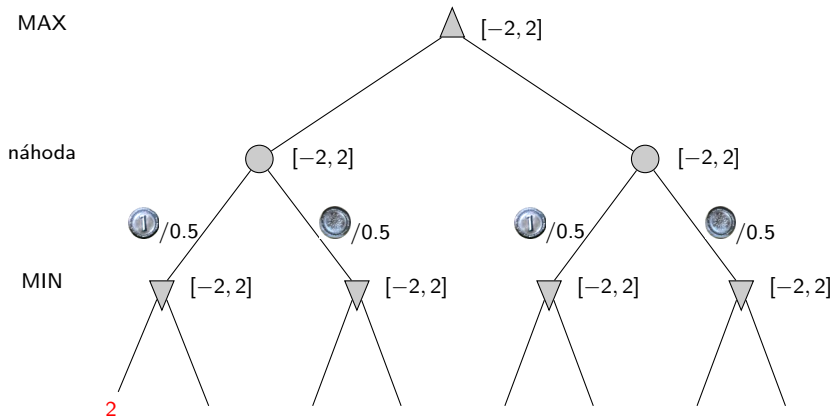
Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →
ořezávání je **větší**



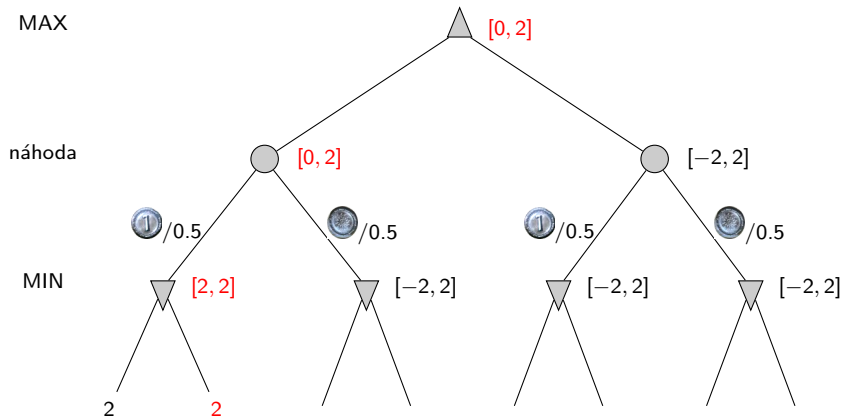
Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →
ořezávání je **větší**



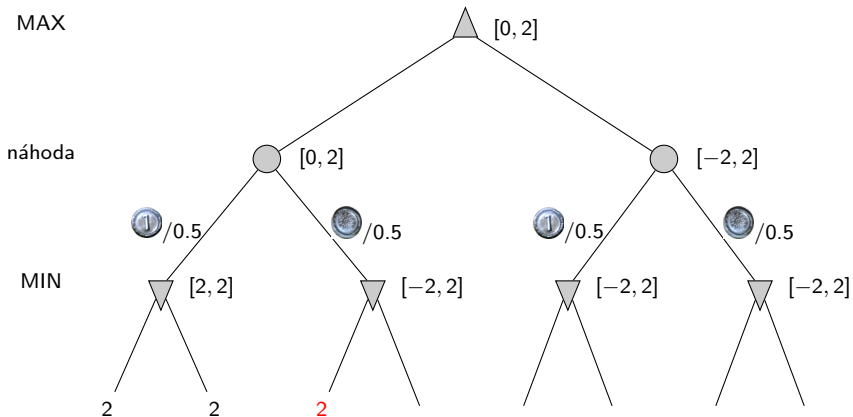
Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →
ořezávání je **větší**



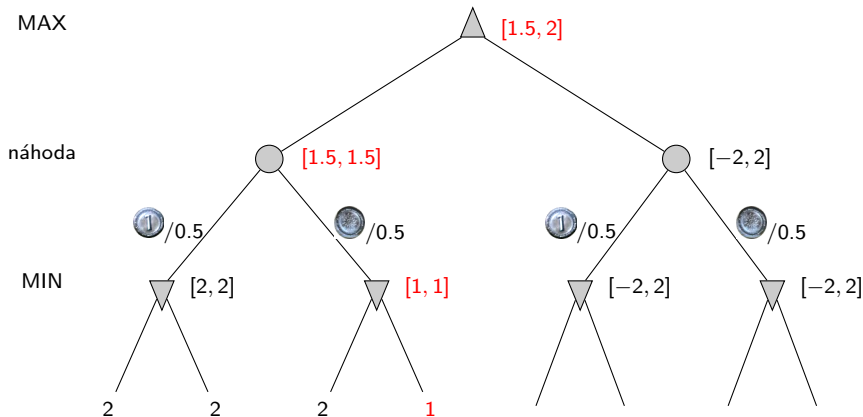
Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →
ořezávání je **větší**



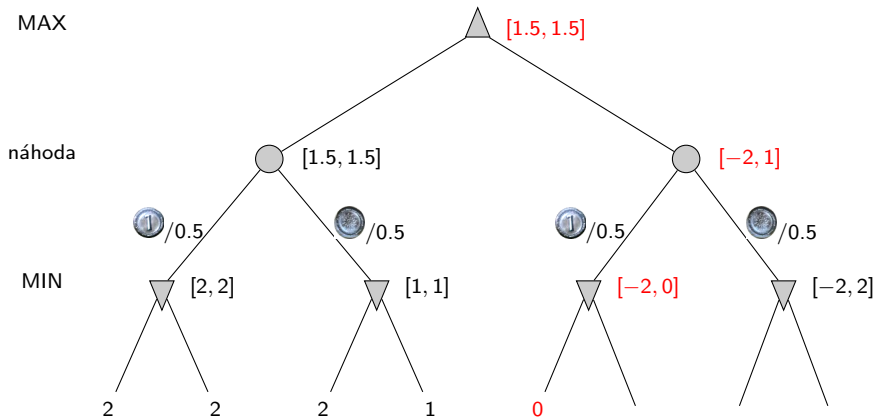
Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →
ořezávání je **větší**



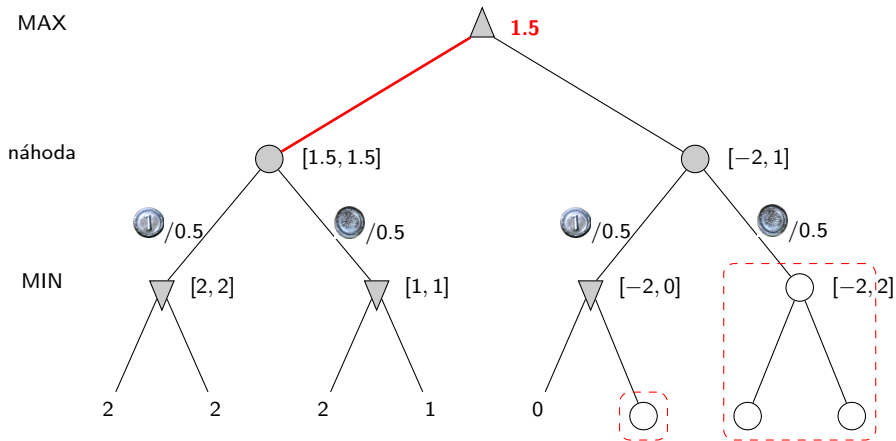
Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →
ořezávání je **větší**



Prořezávání v nedeterministických hrách – pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů →
ořezávání je **větší**



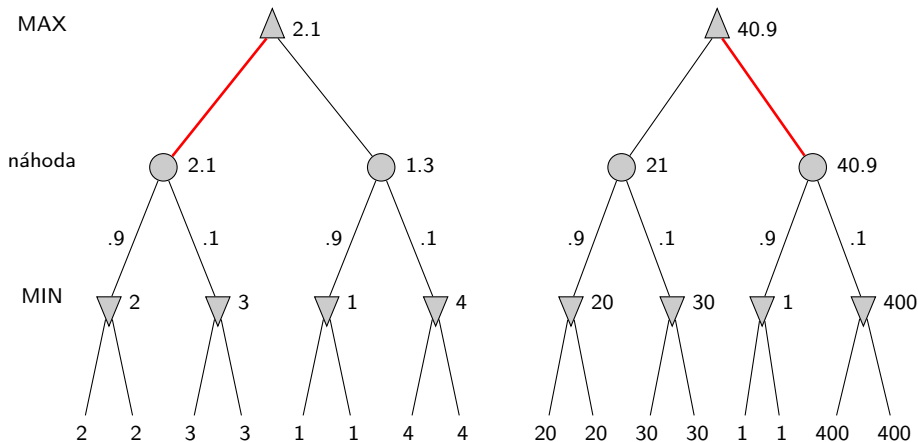
Nedeterministické hry v praxi

- hody kostkou zvyšují $b \rightarrow$ se dvěma kostkami 21 možných výsledků
- backgammon – 20 legálních tahů:

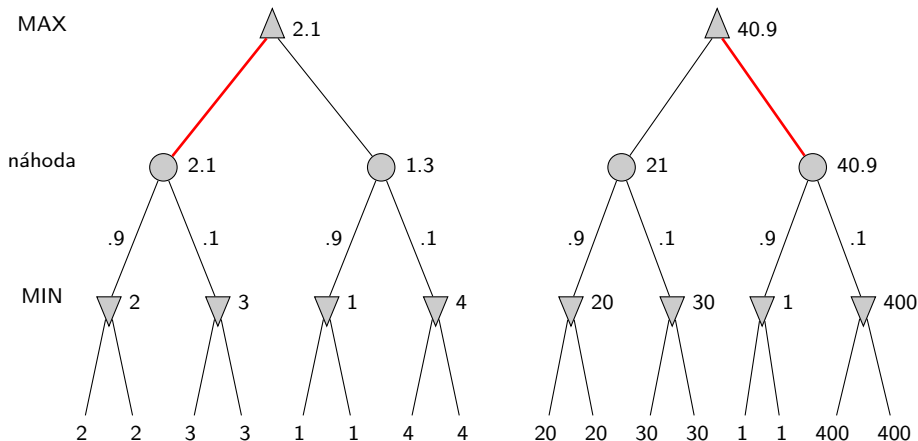
$$\text{hloubka 4} = 20 \times (21 \times 20)^3 \approx 1.2 \times 10^9$$

- jak se zvyšuje hloubka \rightarrow
pravděpodobnost dosažení zvoleného uzlu klesá
 \Rightarrow význam prohledávání se snižuje
- alfa-beta prořezávání je mnohem méně efektivní
- program TDGammon používá prohledávání do hloubky 2 + velice dobrou Eval funkci
 \approx dosahuje úrovně světového šampionátu

Odchylnka v ohodnocení nedeterministických her



Odchylka v ohodnocení nedeterministických her



chování je zachováno pouze pro **pozitivní lineární** transformaci funkce *Eval*
Eval u nedeterministických her by tedy měla proporcionálně odpovídat
 očekávanému výnosu

Hry s nepřesnými znalostmi

- např. **karetní hry** → **neznáme** počáteční **namíchání karet** oponenta
- obvykle můžeme spočítat **pravděpodobnost** každého možného rozdání
- zjednodušeně – jako jeden velký hod kostkou na začátku
- prohledáváme ovšem ne **reálný stavový prostor**, ale **domnělý stavový prostor**
- program *Jack*, nejčastější vítěz počítačových šampionátů v bridgi:
 1. generuje 100 rozdání karet konzistentních s daným podáním
 2. vybírá akci, která je v průměru nejlepší

V roce 2006 porazil Jack na soutěži 3 ze 7 top holandských hráčských párů.