

Reprezentace a vyvozování znalostí

Aleš Horák

E-mail: `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

- Reprezentace a vyvozování znalostí
- Logika – rezoluční pravidlo
- Extralogické informace – třídy, sémantické sítě, rámce
- Pravidlové systémy
- Nejistota a pravděpodobnost

REPREZENTACE A VYVOZOVÁNÍ ZNALOSTÍ

otázka:

Jak zapíšeme znalosti o problému/doméně?

Když je zapíšeme, můžeme z nich mechanicky odvodit nová fakta?

- **reprezentace znalostí** (*knowledge representation*) – hledá způsob vyjádření znalostí počítačově zpracovatelnou formou (za účelem odvozování)
- **vyvozování znalostí** (*reasoning*) – zpracovává znalosti uložené v **bázi znalostí** (*knowledge base, KB*) a provádí **odvození** (*inference*) nových závěrů:
 - odpovědi na dotazy
 - zjištění faktů, které vyplývají z faktů a pravidel v KB
 - odvodit akci, která vyplývá z dodaných znalostí, ...

REPREZENTACE ZNALOSTÍ

proč je potřeba speciální **reprezentace znalostí**?

REPREZENTACE ZNALOSTÍ

proč je potřeba speciální **reprezentace znalostí**?

vnímání lidí × vnímání počítačů

člověk

- když dostane novou věc (třeba pomeranč) – **prozkoumá** a **zapamatuje** si ho (a třeba sni)
- během tohoto procesu člověk zjistí a uloží všechny základní vlastnosti
- později, když se **zmíní** daná věc, vyhledají se a připomenou uložené informace

počítač

- musí se spolehnout na informace od lidí
- jednodušší informace – přímé *programování*
- složité informace – zadané v **symbolickém jazyce**

VOLBA REPREZENTACE ZNALOSTÍ

která reprezentace znalostí je nejlepší?

VOLBA REPREZENTACE ZNALOSTÍ

která **reprezentace znalostí** je **nejlepší**?

Pro řešení skutečně obtížných problémů musíme používat několik různých reprezentací. Každý konkrétní typ datových struktur má totiž své klady a zápory a žádný se sám o sobě nezdá adekvátní pro všechny funkce zahrnuté v tom, čemu říkáme “selský rozum” (*common sense*).

– Marvin Minsky

✓ ●	Reprezentace a vyvozování znalostí	2
⇒ ●	Logika – rezoluční pravidlo	5
●	Extralogické informace – třídy, sémantické sítě, rámce	13
●	Pravidlové systémy	26
●	Nejistota a pravděpodobnost	29

LOGIKA – REZOLUČNÍ PRAVIDLO HISTORIE LOGICKÉHO VYVOZOVÁNÍ

450 př.n.l.	stoikové	výroková logika, inference (pravděpodobně)
322 př.n.l.	Aristoteles	inferenční pravidla, kvantifikátory
1565	Cardano	teorie pravděpodobnosti (výroková logika + nejistota)
1847	Boole	výroková logika (znovu)
1879	Frege	predikátová logika 1. řádu
1922	Wittgenstein	důkaz pomocí pravdivostních tabulek
1930	Gödel	\exists úplný algoritmus pro PL1
1930	Herbrand	úplný algoritmus pro PL1 (redukce na výroky)
1931	Gödel	$\neg\exists$ úplný algoritmus pro aritmetiku
1960	Davis/Putnam	“praktický” algoritmus pro výrokovou logiku
1965	Robinson	“praktický” algoritmus pro PL1 – rezoluce

PŘEDPOKLAD UZAVŘENÉHO SVĚTA

2 užitečné předpoklady:

- **předpoklad uzavřeného světa** (*closed world assumption*)
 - cokoliv o čem **nevíme**, že je **pravda** → bereme za dané, že je to **nepravda**
 - využitý např. v Prologu (negace jako neúspěch)
- **předpoklad jednoznačných pojmenování** (*unique names assumption*)
 - různá jména označují různé objekty

LOGIKA – REZOLUČNÍ PRAVIDLO

vyvozování nových znalostí = hledání **důkazu**

algoritmus konstrukce důkazu:

- dopředné a zpětné řetězení – neúplné pro PL1 (úplné pro Hornovy klauzule)
- rezoluce – úplná pro důkaz sporem
- logické programování – SLD rezoluce

REZOLUCE V PL1

vyvozování v PL1 je pouze **částečně rozhodnutelné**:

→ může najít důkaz α , když $KB \models \alpha$

→ nemůže vždy dokázat, že $KB \not\models \alpha$

viz *problém zastavení* – důkazová procedura nemusí skončit

rezoluce je **důkaz sporem**:

pro důkaz $KB \models \alpha$ ukážeme, že $KB \wedge \neg\alpha$ je nespíitelné

rezoluce používá KB , $\neg\alpha$ v **konjunktivní normální formě** (CNF), např.:

$$\begin{aligned} (P \vee Q) \Rightarrow (Q \Leftrightarrow R) &\equiv (\neg P \vee \neg Q \vee R) \\ &\wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \\ &\wedge (\neg Q \vee R) \end{aligned}$$

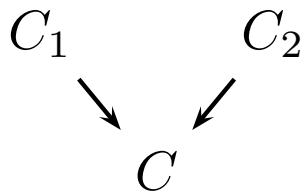
KONJUNKTIVNÍ NORMÁLNÍ FORMA (CNF)

Algoritmus pro převod každé PL1 klauzule do CNF:

1. převedeme implikace na disjunkce: $P \Rightarrow Q \rightarrow \neg P \vee Q$
2. přesuneme \neg dovnitř k literálům: $\neg \forall x P \rightarrow \exists x \neg P$
3. přejmenujeme proměnné: $\forall x P \vee \exists x Q \rightarrow \forall x P \vee \exists y Q$
4. přesuneme kvantifikátory doleva: $\forall x P \vee \exists y Q \rightarrow \forall x \exists y P \vee Q$
5. eliminujeme \exists pomocí Skolemizace: $\exists x P(x) \rightarrow P(c_1)$,
 $\forall x P(x) \Rightarrow \exists y Q(y) \rightarrow \forall x P(x) \Rightarrow Q(f(x))$
6. zahodíme univerzální kvantifikátory
7. roznásobíme \wedge pomocí \vee : $(P \wedge Q) \vee R \rightarrow (P \vee R) \wedge (Q \vee R)$

REZOLUČNÍ PRAVIDLO

algoritmus je založen na opakované aplikaci **rezolučního pravidla** – ze dvou klauzulí odvoď novou klauzuli



→ klauzule: $C_1 = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n$

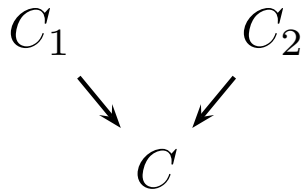
a $C_2 = \neg P_1 \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_m$

→ výsledek: $C = P_2 \vee P_3 \vee \dots \vee P_n \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_m$

→ vyruší se opačné literály P_1 a $\neg P_1$

REZOLUČNÍ PRAVIDLO

algoritmus je založen na opakované aplikaci **rezolučního pravidla** – ze dvou klauzulí odvoď novou klauzuli



→ klauzule: $C_1 = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n$

a $C_2 = \neg P_1 \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_m$

→ výsledek: $C = P_2 \vee P_3 \vee \dots \vee P_n \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \dots \vee Q_m$

→ vyruší se opačné literály P_1 a $\neg P_1$

postup **rezolučního důkazu tvrzení F** :

- začneme s $\neg F$
- rezolvujeme s klauzulí z KB (která obsahuje F)
- opakujeme až do odvození **prázdné klauzule** \square
- když se to podaří \rightarrow došli jsme ke sporu (pro $\neg F$) \rightarrow **musí platit F**

REZOLUCE – PŘÍKLAD

→ pravidla

- $\text{mráz} \wedge \text{srážky} \Rightarrow \text{sněží}$
 $\neg \text{mráz} \vee \neg \text{srážky} \vee \text{sněží}$
- $\text{Leden} \Rightarrow \text{mráz}$
 $\neg \text{Leden} \vee \text{mráz}$
- $\text{mraky} \Rightarrow \text{srážky}$
 $\neg \text{mraky} \vee \text{srážky}$

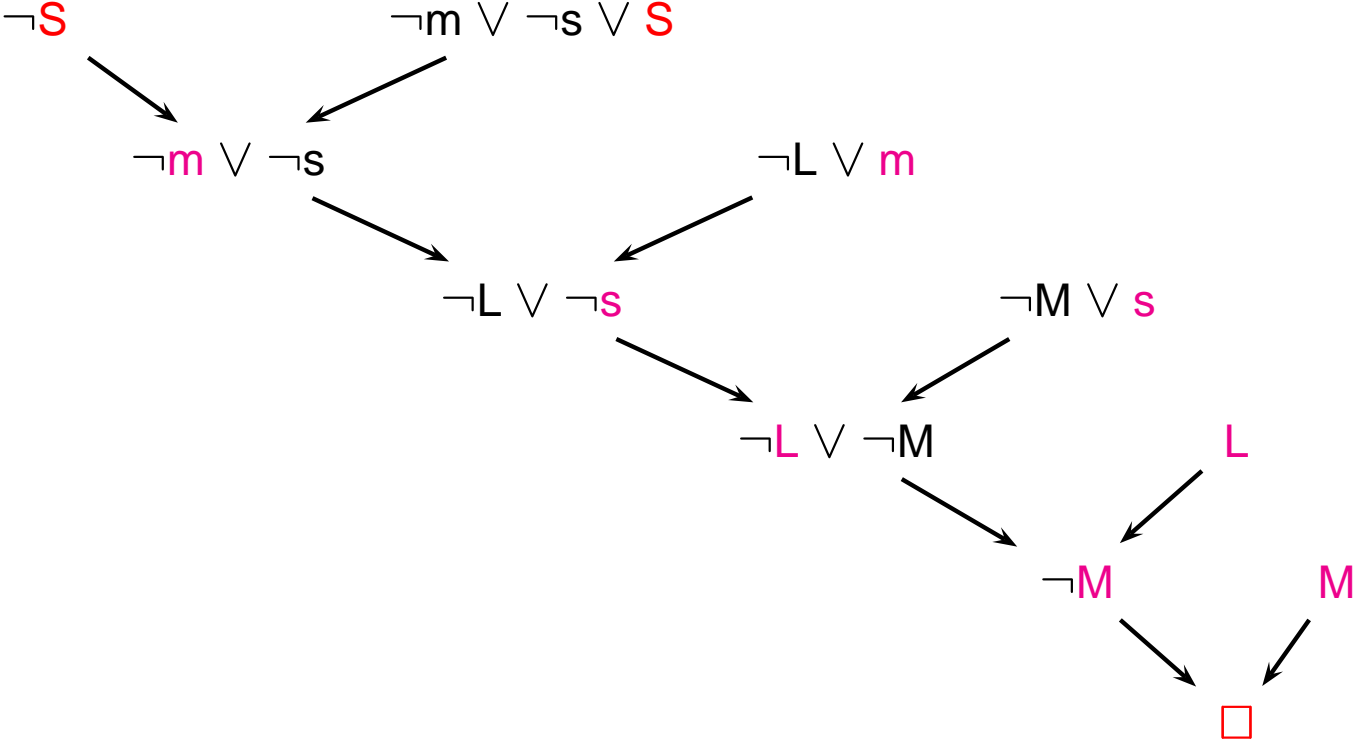
→ fakta – Leden, mraky

→ dotaz (co se má dokázat) – sněží?

DŮKAZ TVRZENÍ “SNĚŽÍ”

S – sněží, s – srážky, m – mráz, L – Leden, M – mraky

- $\neg m \vee \neg s \vee S$
- $\neg L \vee m$
- $\neg M \vee s$
- L, M



✓ ●	Reprezentace a vyvozování znalostí	2
✓ ●	Logika – rezoluční pravidlo	5
⇒ ●	Extralogické informace – třídy, sémantické sítě, rámce	13
●	Pravidlové systémy	26
●	Nejistota a pravděpodobnost	29

EXTRALOGICKÉ INFORMACE

co jsme dosud ignorovali:

- objekty reálného světa mají mezi sebou **vztahy**
 - třídy/kategorie, podtřídy × nadtřídy
 - hierarchie vztahů části/celku
 - dědění vlastností v hierarchiích
- stav světa se může **měnit** v čase
 - explicitní reprezentace času
 - nemonotónní uvažování (pravdivost se může měnit v čase)
- ne každá informace je “černobílá”
 - nejistota
 - statistika, fuzzy logika

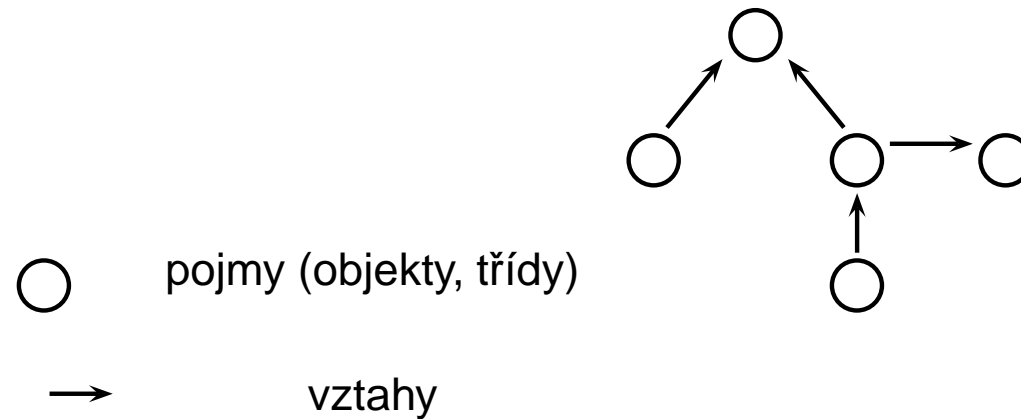
TŘÍDY OBJEKTŮ

- “Chci si koupit fotbalový míč.”
 - *Chci si koupit FM27341* – špatně
 - *Chci si koupit objekt, který je prvkem třídy fotbalových míčů* – správně
- objekty jsou organizovány do **hierarchie tříd**
 - $FM27341 \in \text{fotbalové_míče}$
 - $\text{fotbalové_míče} \subset \text{míče}$
- fakta (objekty) \times pravidla (třídy)
 - Všechny míče jsou kulaté.
 - Všechny fotbalové míče mají X cm v průměru.
 - FM27341 je červenomodrobílý.
 - FM27341 je fotbalový míč.
 - (Proto: FM27341 je kulatý a má X cm v průměru.)

SÉMANTICKÉ SÍTĚ

sémantické sítě – reprezentace faktových znalostí (pojmy + vztahy)

- vznikly kolem roku 1960 pro reprezentaci významu anglických slov
- znalosti jsou uloženy ve formě grafu

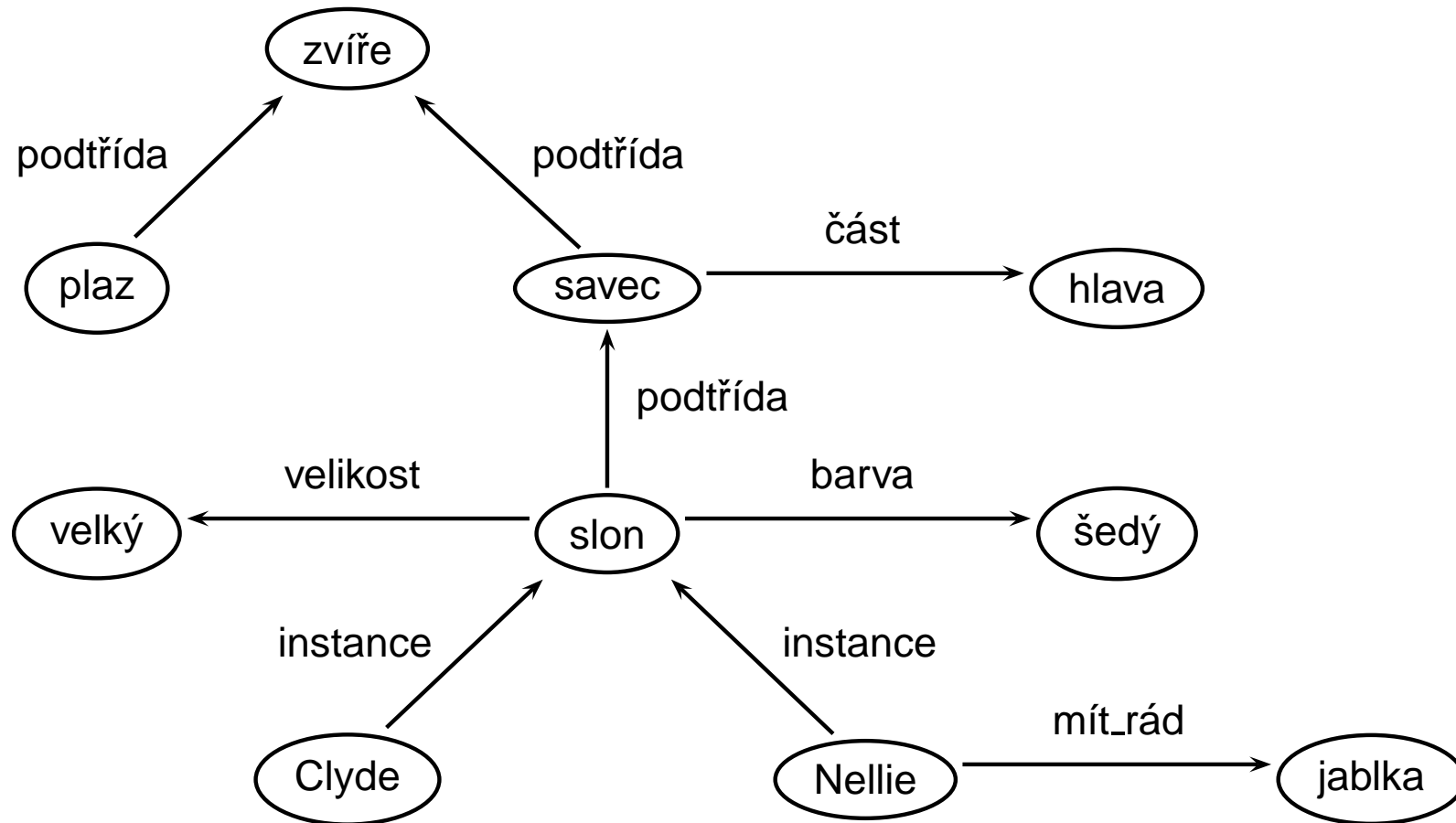


→ nejdůležitější vztahy:

- **podtřída** (*subclass*) – vztah mezi třídami
- **instance** – vztah mezi konkrétním objektem a jeho rodičovskou třídou

jiné vztahy – část (has-part), barva, ...

SÉMANTICKÉ SÍTĚ – PŘÍKLAD



DĚDIČNOST V SÉMANTICKÝCH SÍTÍCH

- pojem sémantické sítě *předchází* OOP
- **dědičnost**:
 - jestliže určitá vlastnost platí pro třídu → platí i pro všechny její podtřídy
 - jestliže určitá vlastnost platí pro třídu → platí i pro všechny prvky této třídy
- určení hodnoty vlastnosti – rekurzivní algoritmus
- potřeba specifikovat i výjimky – mechanismus **vzorů** a **výjimek** (*defaults and exceptions*)
 - vzor – hodnota vlastnosti u třídy nebo podtřídy, platí ta, co je blíž objektu
 - výjimka – u konkrétního objektu, odlišná od vzoru

DĚDIČNOST VZTAHŮ ČÁST/CELEK

- “krávy mají 4 nohy.”
 - každá noha je částí krávy
- “Na poli je (konkrétní) kráva.”
 - všechny části krávy jsou taky na poli
- “Ta kráva (na poli) je hnědá (celá).”
 - všechny části té krávy jsou hnědé
- “Ta kráva je šťastná.”
 - všechny části té krávy jsou šťastné
- lekce: některé vlastnosti jsou děděny částmi, některé nejsou
explicitně se to vyjadřuje pomocí pravidel jako
$$\text{part-of}(x, y) \wedge \text{location}(y, z) \Rightarrow \text{location}(x, z)$$

DĚDIČNOST VZTAHŮ ČÁST/CELEK

- “krávy mají 4 nohy.”
 - každá noha je částí krávy
- “Na poli je (konkrétní) kráva.”
 - všechny části krávy jsou taky na poli
- “Ta kráva (na poli) je hnědá (celá).”
 - všechny části té krávy jsou hnědé
- “Ta kráva je šťastná.”
 - ~~všechny části té krávy jsou šťastné~~ – neplatí
- lekce: některé vlastnosti jsou děděny částmi, některé nejsou
explicitně se to vyjadřuje pomocí pravidel jako
$$\text{part-of}(x, y) \wedge \text{location}(y, z) \Rightarrow \text{location}(x, z)$$

VZORY A VÝJIMKY – PŘÍKLAD

- “všichni ptáci mají křídla.”
- “všichni **ptáci** umí létat.”
- “ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**tučnáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**kouzelní tučnáci** jsou tučnáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.”
 - “Penelope je tučnák.”
 - “Penelope je kouzelný tučnák.”
- všimněte si, že víra v hodnotu vlastnosti objektu se může měnit s příchodem nových informací o klasifikaci objektu

VZORY A VÝJIMKY – PŘÍKLAD

- “všichni ptáci mají křídla.”
- “všichni **ptáci** umí létat.”
- “ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.”
 - “Penelope je tučňák.”
 - “Penelope je kouzelný tučňák.”
- všimněte si, že víra v hodnotu vlastnosti objektu se může měnit s příchodem nových informací o klasifikaci objektu

⇒ “Penelope **umí** létat.”

VZORY A VÝJIMKY – PŘÍKLAD

- “všichni ptáci mají křídla.”
- “všichni **ptáci** umí létat.”
- “ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**tučnáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**kouzelní tučnáci** jsou tučnáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.” ⇒ ”Penelope **umí** létat.”
 - “Penelope je tučnák.” ⇒ ”Penelope **neumí** létat.”
 - “Penelope je kouzelný tučnák.”
- všimněte si, že víra v hodnotu vlastnosti objektu se může měnit s příchodem nových informací o klasifikaci objektu

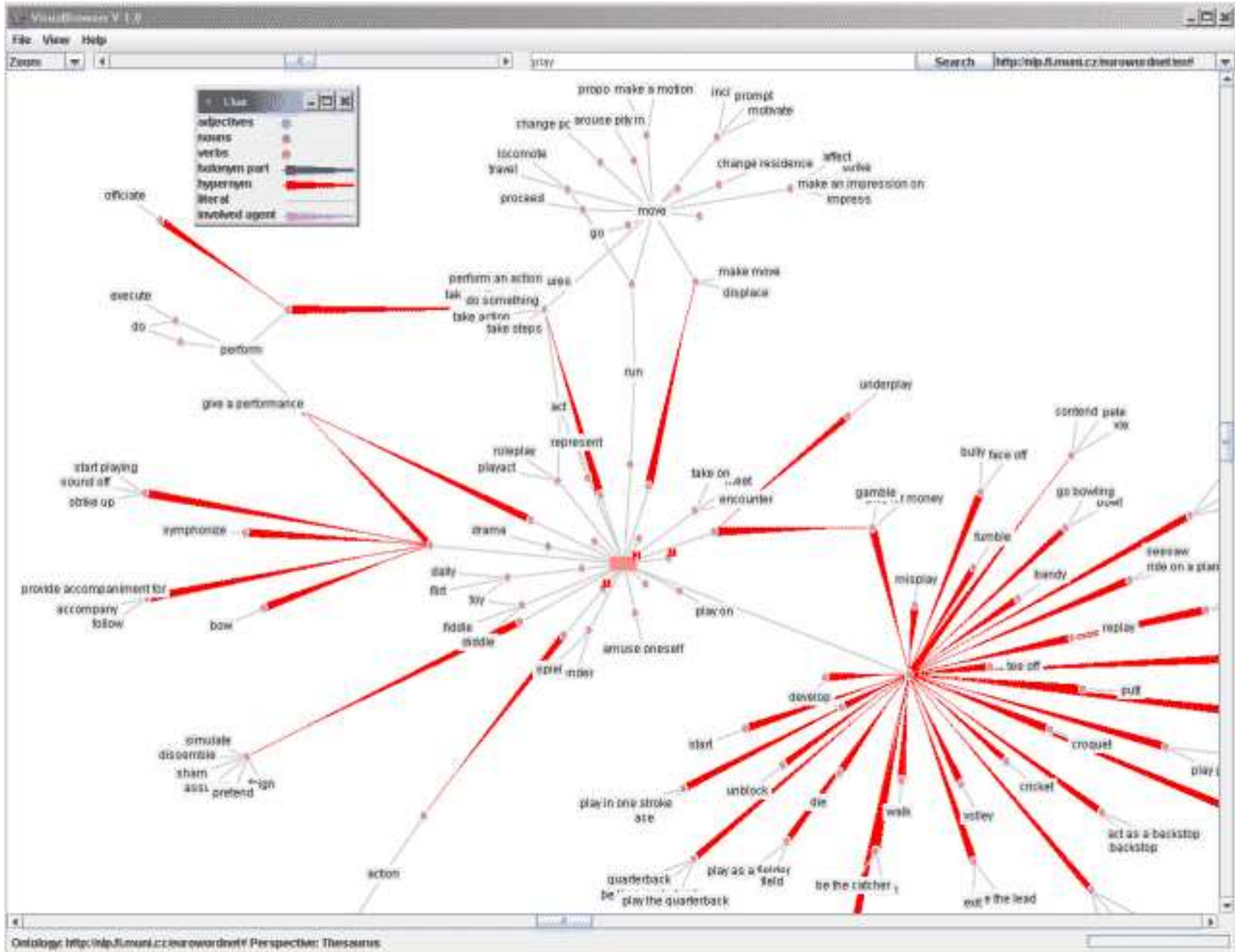
VZORY A VÝJIMKY – PŘÍKLAD

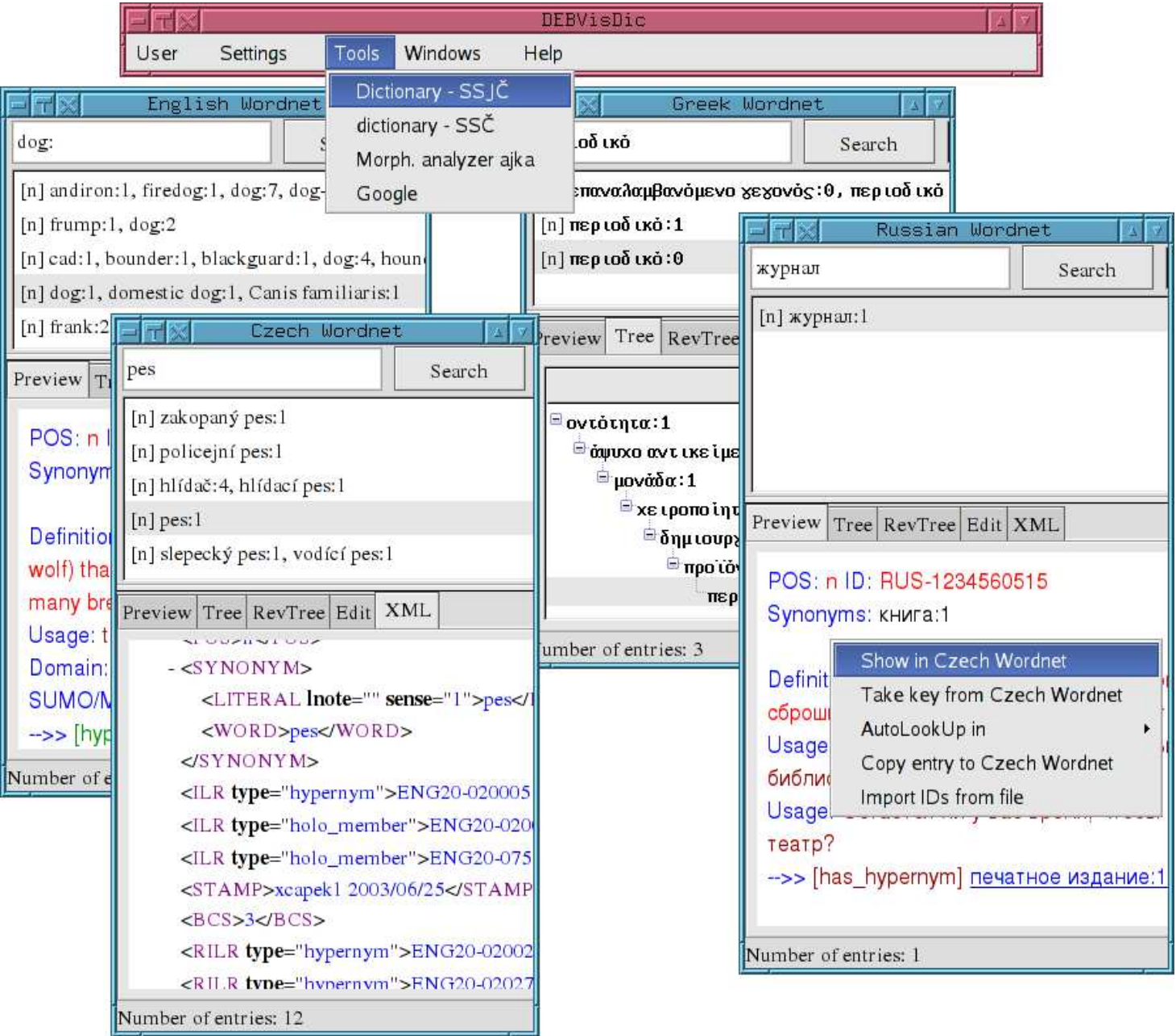
- “všichni ptáci mají křídla.”
- “všichni **ptáci** umí létat.”
- “ptáci se zlomenými křídly jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**tučňáci** jsou ptáci, ale neumí létat.”
- “**kouzelní tučňáci** jsou tučňáci, kteří umí létat.”
- kdo umí létat:
 - “Penelope je pták.” ⇒ “Penelope **umí** létat.”
 - “Penelope je tučňák.” ⇒ “Penelope **neumí** létat.”
 - “Penelope je kouzelný tučňák.” ⇒ “Penelope **umí** létat.”
- všimněte si, že víra v hodnotu vlastnosti objektu se může měnit s příchodem nových informací o klasifikaci objektu

APLIKACE SÉMANTICKÝCH SÍTÍ

(Princeton) [WordNet](http://wordnet.princeton.edu/) – <http://wordnet.princeton.edu/>

- sémantická síť 100.000 (anglických) pojmů, zachycuje:
 - synonyma, antonyma (významově stejná/opačná)
 - hyperonyma, hyponyma (podtřídy)
 - odvozenost a další jazykové vztahy
- tvoří se [národní wordnety](#) (navázané na anglický WN)
český wordnet – cca 30.000 pojmů
- nástroj na editaci národních wordnetů – DEBVisDic/VisDic, vyvinutý na FI MU –
<http://deb.fi.muni.cz/>
- VisualBrowser – <http://nlp.fi.muni.cz/projekty/visualbrowser/>
nástroj na vizualizaci (sémantických) sítí, vznikl jako DP na FI MU





RÁMCE

Rámce (*frames*):

- varianta sémantických sítí
- velice populární pro reprezentaci znalostí v expertních systémech
- všechny informace relevantní pro daný pojem se ukládají do univerzálních struktur – **rámců**
- stejně jako sémantické sítě, rámce podporují dědičnost
- OO programovací jazyky vycházejí z teorie rámců

RÁMCE – PŘÍKLAD

rámec obsahuje objekty, *sloty* a hodnoty slotů

příklady rámců:

savec:

<i>podtřída:</i>	zvíře
<i>část:</i>	hlava
* <i>má_kožich:</i>	ano

slon:

<i>podtřída:</i>	savec
* <i>barva:</i>	šedá
* <i>velikost:</i>	velký

Nellie:

<i>instance:</i>	slon
<i>mít_rád:</i>	jablka

'*' označuje *vzorové hodnoty*, které mohou měnit hodnoty u podtříd a instancí

SÉMANTICKÉ SÍŤ × RÁMCE

sémantické sítě	rámce
uzly	objekty
spoje	sloty
uzel na druhém konci spoje	hodnota slotu

deskripční logika – logický systém, který manipuluje přímo s rámci

✓ ●	Reprezentace a vyvozování znalostí	2
✓ ●	Logika – rezoluční pravidlo	5
✓ ●	Extralogické informace – třídy, sémantické sítě, rámce	13
⇒ ●	Pravidlové systémy	26
●	Nejistota a pravděpodobnost	29

PRAVIDLOVÉ SYSTÉMY

→ snaha zachytit **produkčními pravidly** znalosti, které má expert

→ obecná forma pravidel

IF podmínka

THEN akce

– podmínky – booleovské výrazy, dotazy na hodnoty **proměnných**

– akce – nastavení hodnot proměnných, příznaků, . . .

→ důležité vlastnosti:

– znalosti mohou být strukturovány do modulů

– systém může být snadno rozšířen přidáním nových pravidel beze změny zbytku systému

PRAVIDLOVÁ BÁZE ZNALOSTÍ – PŘÍKLAD

pravidla pro **oblékání**:

- pravidlo 1 IF X je seriózní
AND X bydlí ve městě
THEN X by měl nosit sako
- pravidlo 2 IF X je akademik
AND X je společensky aktivní
AND X je seriózní
THEN X by měl nosit sako a kravatu
- pravidlo 3 IF X bydlí ve městě
AND X je akademik
THEN X by měl nosit kravatu
- pravidlo 4 IF X je podnikatel
AND X je společensky aktivní
AND X je seriózní
THEN X by měl nosit sako, ale ne kravatu

společenská pravidla:

- pravidlo 5 IF X je podnikatel
AND X je ženatý
THEN X je společensky aktivní
- pravidlo 6 IF X je akademik
AND X je ženatý
THEN X je seriózní

profesní pravidla:

- pravidlo 7 IF X učí na univerzitě
OR X učí na vysoké škole
THEN X je akademik
- pravidlo 8 IF X vlastní firmu
OR X je OSVČ
THEN X je podnikatel

EXPERTNÍ SYSTÉMY

- aplikace pravidlových systémů
- zaměřeny na specifické oblasti – medicínská diagnóza, návrh konfigurace počítače, expertíza pro těžbu nafty, ...
- snaha zachytit **znalosti experta** pomocí pravidel
ale znalosti experta zahrnují – postupy, strategie, odhady, ...
- expertní systém musí pracovat s procedurami, nejistými znalostmi, různými formami vstupu
- vhodné oblasti pro nasazení expertního systému:
 - **diagnóza** – hledání řešení podle symptomů
 - **návrh konfigurace** – složení prvků splňujících podmínky
 - **plánování** – posloupnost akcí splňujících podmínky
 - **monitorování** – porovnání chování s očekávaným chování, reakce na změny
 - **řízení** – ovládání složitého komplexu
 - **předpovědi** – projekce pravěpodobných závěrů z daných skutečností
 - **instruktáž** – inteligentní vyučování a zkoušení studentů

✓ ●	Reprezentace a vyvozování znalostí	2
✓ ●	Logika – rezoluční pravidlo	5
✓ ●	Extralogické informace – třídy, sémantické sítě, rámce	13
✓ ●	Pravidlové systémy	26
⇒ ●	Nejistota a pravděpodobnost	29

NEJISTOTA

definujme akci A_t jako “Vyrazit na letiště t hodin před odletem letadla.”

jak najít odpověď na otázku “Dostanu se akcí A_t na letiště včas k odletu letadla?”

problémy:

1. částečná pozorovatelnost (stav vozovky, záměry ostatních řidičů, ...)
2. nejistota výsledků akcí (píchnutí kola, ...)
3. obrovská složitost modelování a předpovědi dopravní situace

čistě logický přístup tedy:

- riskuje chybu – “ A_5 mě tam dostane včas.”
- vede k závěrům, které jsou příliš slabé pro rozhodování: “ A_5 mě tam dostane včas, pokud nebude na dálnici nehoda a pokud nebude pršet a jestli nepíchnu kolo a jestli nebude fronta na odbavovacích přepážkách a jestli nebudou problémy při kontrole zavazadel ...”

METODY PRO PRÁCI S NEJISTOTOU

defaultní/nemonotónní logika

Předpokládejme, že nepíchnu cestou kolo.

Předpokládejme, že A_5 bude OK, pokud se nenajde protipříklad.

logická pravidla s faktory nejistoty (zastaralé)

$A_5 \mapsto_{0.3}$ dostat se na letiště včas.

zalévání $\mapsto_{0.99}$ mokrý trávník

mokrý trávník $\mapsto_{0.7}$ déšť

pravděpodobnost (míra předpokladu, že hodnota bude *true*)

Vzhledem k dostupným informacím, A_3 mě tam dostane včas s pravděpodobností 0.05.

poznámka: fuzzy logika se zabývá **mírou pravdivosti**, NE **pravděpodobností**

PRAVDĚPODOBNOST

Pravděpodobnost **sumarizuje** nejistotu pocházející z

- **lenosti** – nepodařilo se vypočítat všechny výjimky, podmínky, ...
- **neznalosti** – nedostatek relevantních údajů, počátečních podmínek, ...

subjektivní × **Bayesovská** pravděpodobnost:

- pravděpodobnostní vztah mezi tvrzením a jeho pravdivosti vzhledem k podmínkám:

$$P(A_4 | \text{žádné hlášené nehody}) = 0.5$$

nejedná se o vyjádření **pravděpodobnostní tendence** (ale může se získat ze znalostí podobných případů v minulosti)

- pravděpodobnost tvrzení se může měnit s novými (vstupními) podmínkami:

$$P(A_4 | \text{žádné hlášené nehody, je 4:00 ráno}) = 0.63$$

Bayesovská síť – acyklický orientovaný graf, uzly obsahují **tabulky podmíněných pravděpodobností** rodičů, umožňuje efektivní přesné nebo přibližné (Monte Carlo) **vyvozování**. Nejčastěji používaný aparát pro vyvozování z nejistých znalostí.

VYVOZOVÁNÍ Z NEJISTÝCH ZNALOSTÍ

→ použití **náhodných proměnných** (*random variables*) – funkce, která vzorkům přiřazuje hodnoty → vrací výsledky měření sledovaného jevu

distribuce pravděpodobností náhodné proměnné = (vektor) pravděpodobnost(i), že daná náhodná proměnná bude mít určitou konkrétní hodnotu

např.: náhodná proměnná *Odd* vyjadřující, že výsledek hodu kostkou bude lichý

náhodná proměnná *Weather* vyjadřující, jaké bude počasí (slunce, déšť, mraky, sníh)

$$Odd(1) = true \quad Weather(21.11.2005) = déšť$$

distribuce pravděpodobností proměnných *Odd* a *Weather*

$$P(Odd = true) = 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

$$P(Odd) = \langle 1/2, 1/2 \rangle$$

$$P(Weather) = \langle 0.72, 0.1, 0.08, 0.1 \rangle$$

→ pravidla pro výpočet pravděpodobnosti logicky souvisejících událostí

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

BAYESOVSKÉ PRAVIDLO PRO VYVOZOVÁNÍ

pravidlo pro podmíněnou pravděpodobnost – $P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$ if $P(b) \neq 0$

z toho lze odvodit **Bayesovské pravidlo** pro určení **diagnostické** pravděpodobnosti ze znalosti **příčinné** pravděpodobnosti:

$$P(\text{Příčina}|\text{Následek}) = \frac{P(\text{Následek}|\text{Příčina})P(\text{Příčina})}{P(\text{Následek})}$$

např. *ZMB* zánět mozkových blan, *ZK* ztuhlý krk:

$$P(zmb|zk) = \frac{P(zk|zmb)P(zmb)}{P(zk)} = \frac{0.8 \times 0.0001}{0.1} = 0.0008$$

vyvozování =

1. rozdělení akce na **atomické události**
2. zjištění pravděpodobností atomických událostí
3. výpočet/odvození pravděpodobností pomocí **složených distribucí pravděpodobností**
(*joint probability distribution*)