Logický agent, výroková logika

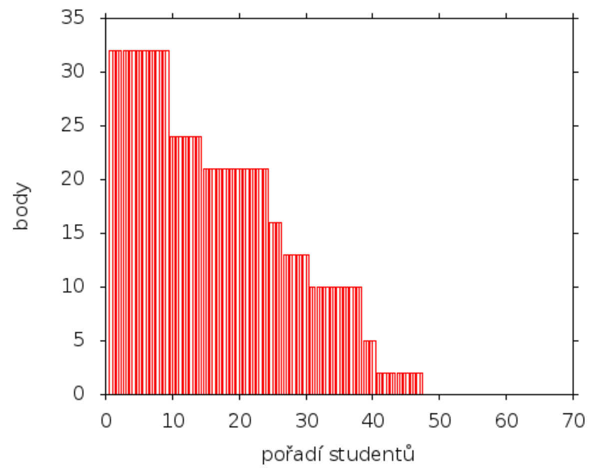
Aleš Horák

E-mail: `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

Statistické výsledky průběžné písemky



průběžná písemka PB016

60 studentů

Body	Počet studentů
32	8
24	5
21	10
16	2
13	4
10	8
5	2
2	7
0	14

Průměr: 12.9

Logický agent

logický agent = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)

2 koncepty:
- – **reprezentace** znalostí (*knowledge representation*)
- – **vyvozování** znalostí (*knowledge reasoning*) $\longrightarrow$ **inference**

rozdíly od prohledávání stavového prostoru:

➜ **znalost** při prohledávání stavového prostoru $\longrightarrow$ jen **zadané funkce** (přechodová funkce, cílový test,. . .)

➜ znalosti logického agenta $\longrightarrow$ **obecná forma** umožňující **kombinace** těchto znalostí

obecné znalosti – důležité v **částečně pozorovatelných** prostředích (*partially observable* environments)

flexibilita logického agenta:
➜ schopnost řešit i **nové úkoly**
➜ možnost **učení** nových znalostí
➜ **úprava** stávajících znalostí podle stavu prostředí

Návrh logického agenta

agent musí umět:
➜ reprezentovat stavy, akce, . . .
➜ zpracovat nové vstupy z prostředí
➜ aktualizovat svůj vnitřní popis světa
➜ odvodit skryté informace o stavu světa
➜ odvodit vlastní odpovídající akce

přístupy k tvorbě agenta (systému) – **deklarativní** $\times$ **procedurální** (kombinace obou)

návrh agenta $\longrightarrow$ víc pohledů:

❑ **znalostní hledisko** – tvorba agenta $\longrightarrow$ zadání znalostí pozadí, znalostí domény a cílového požadavku

například automatické taxi
- – znalost mapy, dopravních pravidel, . . .
- – požadavek – dopravit zákazníka na FI MU Brno

❑ **implementační hledisko** – jaké datové struktury KB obsahuje + algoritmy, které s nimi manipulují

Komponenty agenta, báze znalostí

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)	←	algoritmy nezávislé na doméně
báze znalostí (knowledge base)	←	"informace" o doméně

báze znalostí (KB) = množina **vět** (*tvrzení*) vyjádřených v **jazyce reprezentace znalostí**

obsah báze znalostí:

➜ na začátku – tzv. **znalosti pozadí** (*background knowledge*)

➜ průběžně **doplňované** znalosti → úkol **tell(+KB,+Sentence)**

akce logického agenta:

```
% kb_agent_action (+KB,+ATime,+Percept,−Action,−NewATime)
kb_agent_action(KB,ATime,Percept,Action,NewATime):−
    make_percept_sentence(Percept,ATime,Sentence),
    tell (KB,Sentence),                          % přidáme výsledky pozorování do KB
    make_action_query(ATime,Query),
    ask(KB,Query,Action),                        % zeptáme se na další postup
    make_action_sentence(Action,ATime,ASentence),
    tell (KB,ASentence),                         % přidáme informace o akci do KB
    NewATime is ATime + 1.
```


Popis světa – PEAS

zadání světa rozumného agenta:

❑ **míra výkonnosti** (*Performance measure*)
plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky

❑ **prostředí** (*Environment*)
objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti

❑ **akční prvky** (*Actuators*)
možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků

❑ **senzory** (*Sensors*)
zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované automatické taxi:

míra výkonnosti	doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, . . .
prostředí	ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, . . .
akční prvky	řízení, plyn, brzda, houkačka, blinkry, komunikátory, . . .
senzory	kamera, tachometr, počítač kilometrů, senzory motoru, GPS, . . .

Wumpusova jeskyně

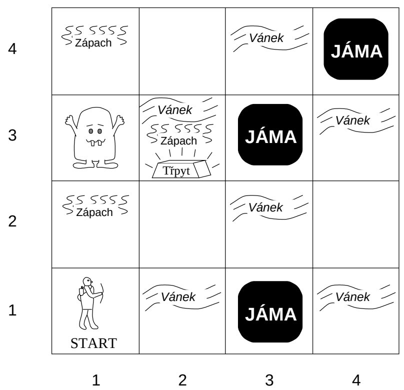
PEAS zadání Wumpusovy jeskyně:

❑ **P – míra výkonnosti**
zlato +1000, smrt -1000, -1 za krok, -10 za užití šípu

❑ **E – prostředí**
Místnosti vedle Wumpuse zapáchají
V místnosti vedle jámy je vánek
V místnosti je zlato ⇔ je v ní třpyt
Výstřel zabije Wumpuse, pokud jsi obrácený k němu
Výstřel vyčerpá jediný šíp, který máš
Zvednutím vezmeš zlato ve stejné místnosti
Položení odloží zlato v aktuální místnosti

❑ **A – akční prvky**
Otočení vlevo, Otočení vpravo, Krok dopředu,
Zvednutí, Položení, Výstřel

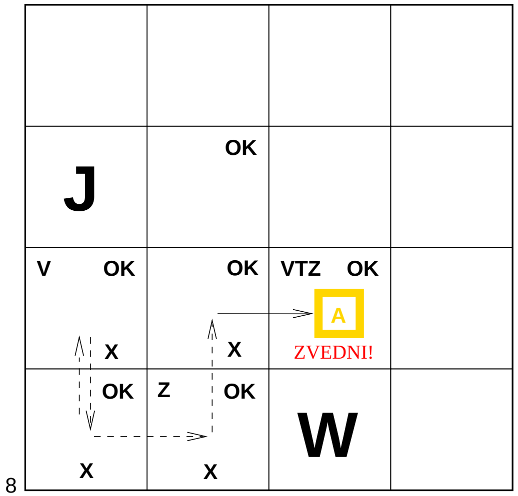
❑ **S – senzory**
Vánek, Třpyt, Zápach, Náraz do zdi, Chroptění Wumpuse



Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

pozorovatelné	**ne**, jen lokální vnímání
deterministické	**ano**, přesně dané výsledky
episodické	**ne**, sekvenční na úrovni akcí
statické	**ano**, Wumpus a jámy se nehýbou
diskrétní	**ano**
více agentů	**ne**, Wumpus je spíše vlastnost prostředí

Průzkum Wumpusovy jeskyně



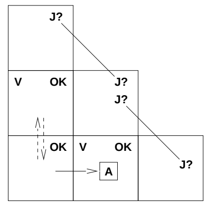
A	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

Průzkum Wumpusovy jeskyně – problémy

základní vlastnost logického vyvozování:

*Kdykoliv agent dospěje k **závěru** z daných informací $\rightarrow$ tento závěr je **zaručeně** správný, pokud jsou správné dodané informace.*

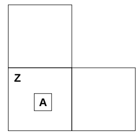
obtížné situace:



Vánek v $(1,2)$ i v $(2,1)$ $\Rightarrow$ žádná bezpečná akce

Při předpokladu uniformní distribuce děr

$\rightarrow$ díra v $(2,2)$ má pravděpodobnost 0.86, na krajích 0.31



Zápach v $(1,1)$ $\Rightarrow$ nemůže se pohnout

je možné použít **donucovací strategii** (*strategy of coercion*):

1. Výstřel jedním ze směrů
2. byl tam Wumpus $\Rightarrow$ je mrtvý (poznám podle Chroptění) $\Rightarrow$ bezpečné
3. nebyl tam Wumpus (žádné Chroptění) $\Rightarrow$ bezpečný směr

Logika

Logika = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

Syntaxe definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

Sémantika definuje "*význam*" vět $\Rightarrow$ definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- ➜ $x + 2 \geq y$ je dobře utvořená věta; $x2 + y >$ není věta
- ➜ $x + 2 \geq y$ je pravda $\Leftrightarrow$ číslo $x + 2$ není menší než číslo y
- ➜ $x + 2 \geq y$ je pravda ve světě, kde $x = 7,\ y = 1$
- ➜ $x + 2 \geq y$ je nepravda ve světě, kde $x = 0,\ y = 6$

zápis na papíře v libovolné syntaxi $\rightarrow$ v KB se jedná o **konfiguraci** (částí) agenta

vlastní **vyvozování** $\rightarrow$ generování a manipulace s těmito konfiguracemi

Důsledek

Důsledek (vyplývání, *entailment*) – jedna věc **logicky vyplývá** z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí KB vyplývá věta α $\Leftrightarrow$ α je pravdivá ve *všech světech*, kde je KB pravdivá

např.:

➜ KB obsahuje věty – "Češi vyhráli"

– "Slováci vyhráli"

z KB pak vyplývá – "Buď Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli"

➜ z $x + y = 4$ vyplývá $4 = x + y$

Důsledek je vztah mezi větami (*syntaxe*), který je založený na *sémantice*.

Model

možný svět = **model** . . . formálně strukturovaný (abstraktní) svět, umožňuje vyhodnocení pravdivosti

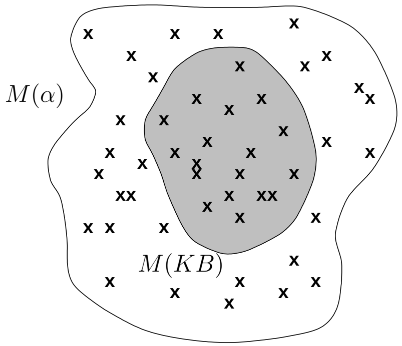
říkáme: m **je model** věty α $\Leftrightarrow$ α je pravdivá v m

$M(\alpha)$ . . . množina všech modelů věty α

$$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad M(KB) \subseteq M(\alpha)$$

např.: $KB =$ "Češi vyhráli" $\wedge$ "Slováci vyhráli"

$\alpha =$ "Češi vyhráli"



Inference

Vyvozování požadovaných důsledků – **inference**

$KB \vdash_i \alpha \ldots$ věta α může být **vyvozena** z KB pomocí (procedury) i (i odvodí α z KB)

všechny možné důsledky KB jsou "kupka sena"; α je jehla

vyplývání = jehla v kupce sena; inference = její nalezení

Bezespornost: i je bezesporná $\Leftrightarrow$ $\forall KB \vdash_i \alpha \Rightarrow KB \models \alpha$

Úplnost: i je úplná $\Leftrightarrow$ $\forall KB \models \alpha \Rightarrow KB \vdash_i \alpha$

Vztah k *reálnému světu*:

Pokud je KB **pravdivá v reálném světě** $\Rightarrow \forall$ věta α vyvozená z KB pomocí **bezesporné inference** je také pravdivá ve skutečném světě

Jestliže máme sémantiku "pravdivou" v reálném světě $\rightarrow$ můžeme vyvozovat závěry o skutečném světě pomocí logiky

Výroková logika

Výroková logika – nejjednodušší logika, ilustruje základní myšlenky

- **výrokové symboly** $\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}, \ldots$ jsou věty
- **negace** – S je věta $\Rightarrow$ $\neg S$ je věta
- **konjunkce** – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \wedge S_2$ je věta
- **disjunkce** – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \vee S_2$ je věta
- **implikace** – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \Rightarrow S_2$ je věta
- **ekvivalence** – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \Leftrightarrow S_2$ je věta

Sémantika výrokové logiky

- každý model musí určit **pravdivostní hodnoty výrokových symbolů**
  např.: $m_1 = \{P_1 = false, P_2 = false, P_3 = true\}$
- **pravidla pro vyhodnocení pravdivosti** u složených výroků pro model m:

$\neg S$	je $true$	$\Leftrightarrow$	S	je $false$			
$S_1 \wedge S_2$	je $true$	$\Leftrightarrow$	S_1	je $true$	**a**	S_2	je $true$
$S_1 \vee S_2$	je $true$	$\Leftrightarrow$	S_1	je $true$	**nebo**	S_2	je $true$
$S_1 \Rightarrow S_2$	je $true$	$\Leftrightarrow$	S_1	je $false$	**nebo**	S_2	je $true$
tj.	je $false$	$\Leftrightarrow$	S_1	je $true$	**a**	S_2	je $false$
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je $true$	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je $true$	**a**	$S_2 \Rightarrow S_1$	je $true$

- **rekurzivním procesem** vyhodnotíme lib. větu:
  $\neg P_1 \wedge (P_2 \vee P_3) = true \wedge (false \vee true) = true \wedge true = true$

pravdivostní tabulka:

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
$false$	$false$	$true$	$false$	$false$	$true$	$true$
$false$	$true$	$true$	$false$	$true$	$true$	$false$
$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$false$
$true$	$true$	$false$	$true$	$true$	$true$	$true$

LOGICKÁ EKVIVALENCE

Dva výroky jsou **logicky ekvivalentní** právě tehdy, když jsou pravdivé ve stejných modelech:

$$\alpha \equiv \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \models \beta \text{ a } \beta \models \alpha$$

$(\alpha \wedge \beta)$	$\equiv$	$(\beta \wedge \alpha)$	komutativita $\wedge$
$(\alpha \vee \beta)$	$\equiv$	$(\beta \vee \alpha)$	komutativita $\vee$
$((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma)$	$\equiv$	$(\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$	asociativita $\wedge$
$((\alpha \vee \beta) \vee \gamma)$	$\equiv$	$(\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$	asociativita $\vee$
$\neg(\neg\alpha)$	$\equiv$	α	eliminace dvojí negace
$(\alpha \Rightarrow \beta)$	$\equiv$	$(\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$	kontrapozice
$(\alpha \Rightarrow \beta)$	$\equiv$	$(\neg\alpha \vee \beta)$	eliminace implikace
$(\alpha \Leftrightarrow \beta)$	$\equiv$	$((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$	eliminace ekvivalence
$\neg(\alpha \wedge \beta)$	$\equiv$	$(\neg\alpha \vee \neg\beta)$	de Morgan
$\neg(\alpha \vee \beta)$	$\equiv$	$(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$	de Morgan
$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma))$	$\equiv$	$((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$	distributivita $\wedge$ nad $\vee$
$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma))$	$\equiv$	$((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$	distributivita $\vee$ nad $\wedge$

PLATNOST A SPLNITELNOST

➜ Výrok je **platný** $\Leftrightarrow$ je pravdivý ve **všech** modelech
 např.: $true, \quad A \vee \neg A, \quad A \Rightarrow A, \quad (A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Platnost je spojena s inferencí pomocí **věty o dedukci**:
$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad (KB \Rightarrow \alpha)$ je platný výrok

➜ Výrok je **splnitelný** $\Leftrightarrow$ je pravdivý v **některých** modelech
 např.: $A \vee B, \quad C$

Výrok je **nesplnitelný** $\Leftrightarrow$ je **nepravdivý ve všech** modelech
 např.: $A \wedge \neg A$

Splnitelnost je spojena s inferencí pomocí **důkazu α sporem** (*reductio ad absurdum*):
$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad (KB \wedge \neg\alpha)$ je nesplnitelný

TVRZENÍ PRO WUMPUSOVU JESKYNI

Definujeme výrokové symboly $J_{i,j}$ je pravda $\Leftrightarrow$ V $[i,j]$ je **Jáma**.
a $V_{i,j}$ je pravda $\Leftrightarrow$ V $[i,j]$ je **Vánek**.

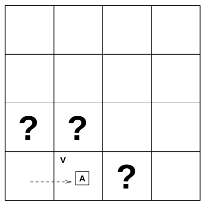
báze znalostí KB:

- pravidlo pro $[1,1]$: R_1: $\neg J_{1,1}$
- pozorování: R_2: $\neg V_{1,1}$
  R_3: $V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:
  "Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech"

  R_4': $V_{1,1} \quad \Leftarrow \quad (J_{1,2} \vee J_{2,1})$
  R_5': $V_{2,1} \quad \Leftarrow \quad (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$

  "V poli je Vánek **právě tehdy, když** je ve vedlejším poli Jáma."

  R_4: $V_{1,1} \quad \Leftrightarrow \quad (J_{1,2} \vee J_{2,1})$
  R_5: $V_{2,1} \quad \Leftrightarrow \quad (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$
- $KB = R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$

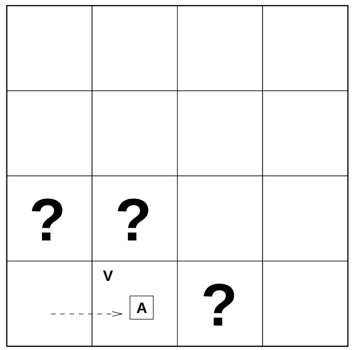


VYPLÝVÁNÍ VE WUMPUSOVĚ JESKYNI

situace:

- v $[1,1]$ nedetekováno nic
- krok doprava, v $[2,1]$ Vánek

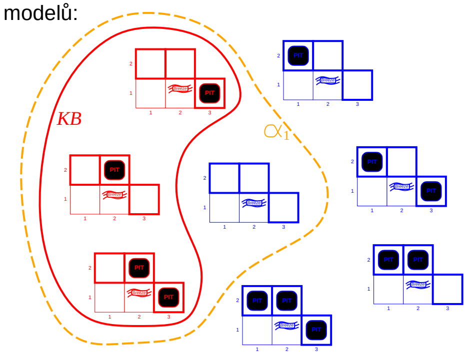
uvažujeme možné *modely* pro '**?**'
(budou nás zajímat jen Jámy)



3 pole s Booleovskými možnostmi $\{T, F\} \quad \Rightarrow \quad 2^3 = 8$ možných modelů

Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



$KB =$ pravidla Wumpusovy jeskyně $+$ pozorování

$\alpha_1 =$ “$[1,2]$ je bezpečné pole” $KB \models \alpha_1$

$\alpha_2 =$ “$[2,2]$ je bezpečné pole” $KB \not\models \alpha_2$

kontrola modelů $\longrightarrow$ jednoduchý způsob **logické inference**

Pravdivostní tabulka pro inferenci

$V_{1,1}$	$V_{2,1}$	$J_{1,1}$	$J_{1,2}$	$J_{2,1}$	$J_{2,2}$	$J_{3,1}$	KB	α_1
$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$
$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$true$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$true$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$false$	$false$

$KB =$ pravidla Wumpusovy jeskyně $+$ pozorování

$\alpha_1 =$ “$[1,2]$ je bezpečné pole”

Důkazové metody

- **kontrola modelů**
  - procházení pravdivostní tabulky (vždycky exponenciální v n)
  - vylepšené prohledávání s navracením (*improved backtracking*), např. Davis–Putnam–Logemann–Loveland
  - heuristické prohledávání prostoru modelů (bezesporné, ale neúplné)
- **aplikace inferenčních pravidel**
  - legitimní (bezesporné) generování nových výroků ze starých
  - **důkaz** = sekvence aplikací inferenčních pravidel

    je možné použít inferenční pravidla jako operátory ve standardních prohledávacích algoritmech
  - typicky vyžaduje překlad vět do **normální formy**

Inference kontrolou modelů

Kontrola všech **modelů** ***do hloubky*** je bezesporná a úplná (pro konečný počet výrokových symbolů)

```
% tt_entails (+KB,+Alpha)
tt_entails(KB,Alpha):-proposition_symbols(Symbols,[KB,Alpha]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[]).

% tt_check_all (+KB,+Alpha,+Symbols,+Model)
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):-pl_true(KB,Model),!,pl_true(Alpha,Model).
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):-!,fail.
tt_check_all(KB,Alpha,[P|Symbols],Model):-
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-true|Model]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-false|Model]).
```

$O(2^n)$ pro n symbolů, NP-úplný problém

Dopředné a zpětné řetězení

Hornovy klauzule: KB = **konjunkce Hornových klauzulí**

$$\text{Hornova klauzule} = \begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ (\text{konjunkce symbolů}) \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$$

např.: $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

pravidlo **Modus Ponens** – pro KB z Hornových klauzulí je **úplné**

$$\frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \qquad \alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

pravidla pro logickou ekvivalenci se taky dají použít pro inferenci

inference Hornových klauzulí $\longrightarrow$ algoritmus **dopředného** nebo **zpětného řetězení**

oba tyto algoritmy jsou přirozené a mají **lineární** časovou složitost

Dopředné řetězení

Idea: aplikuj pravidlo, jehož premisy jsou splněné v KB

přidej jeho důsledek do KB

pokračuj do doby, než je nalezena odpověď

KB:

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

$B \wedge L \Rightarrow M$

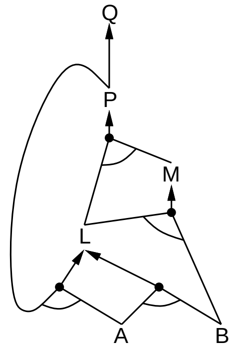
$A \wedge P \Rightarrow L$

$A \wedge B \Rightarrow L$

A

B

AND-OR graf KB:



Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

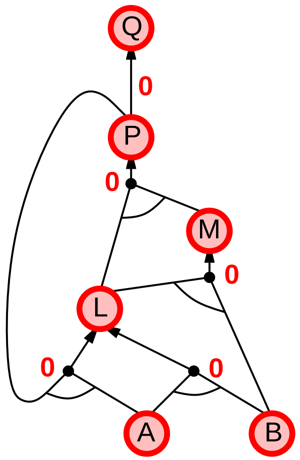
$B \wedge L \Rightarrow M$

$A \wedge P \Rightarrow L$

$A \wedge B \Rightarrow L$

A

B



Algoritmus dopředného řetězení

```
:- op( 800, fx, if ),
   op( 700, xfx, then),
   op( 300, xfy, or),
   op( 200, xfy, and).

forward :- new_derived_fact( P), !,                    % A new fact
    write( 'Derived:␣'), write( P), nl,
    assert( fact( P)),
    forward                                            % Continue
    ;
    write( 'No_more_facts').                           % All facts derived

new_derived_fact( Concl) :- if Cond then Concl,        % A rule
    \+ fact( Concl),                                   % Rule's conclusion not yet a fact
    composed_fact( Cond).                              % Condition true?

composed_fact( Cond) :- fact( Cond).                   % Simple fact
composed_fact( Cond1 and Cond2) :- composed_fact( Cond1),
    composed_fact( Cond2).                             % Both conjuncts true
composed_fact( Cond1 or Cond2) :- composed_fact( Cond1)
    ; composed_fact( Cond2).
```

Zpětné řetězení

Idea: pracuje **zpětně** od dotazu q

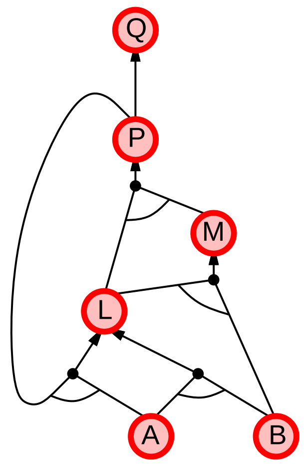
zkontroluj, jestli není q už známo

dokaž zpětným řetězením všechny **premisy** nějakého pravidla, které má q jako důsledek

kontrola cyklů – pro každý podcíl se nejprve podívej, jestli už nebyl řešen (tj. pamatuje si $true$ i $false$ výsledek)

Zpětné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$
$L \wedge M \Rightarrow P$
$B \wedge L \Rightarrow M$
$A \wedge P \Rightarrow L$
$A \wedge B \Rightarrow L$
A
B



Porovnání dopředného a zpětného řetězení

- **dopředné řetězení** je řízeno **daty**
  - automatické, nevědomé zpracování
  - např. rozpoznávání objektů, rutinní rozhodování
  - může udělat hodně nadbytečné práce bez vztahu k dotazu/cíli
- **zpětné řetězení** je řízeno **dotazem**
  - vhodné pro hledání odpovědí na konkrétní dotaz
  - např. "Kde jsou moje klíče?" "Jak se mám přihlásit na PGS?"
  - složitost zpětného řetězení **může** být **mnohem menší** než lineární vzhledem k velikosti KB

obecný inferenční algoritmus – **rezoluce**

zpracovává formule v **konjunktivní normální formě** (konjunkce disjunkcí literálů)

pro výrokovou logiku je rezoluce **bezesporná** a **úplná**