Problémy s omezujícími podmínkami

Aleš Horák

E-mail: `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

Průběžná písemná práce

- délka pro vypracování: 25 minut
- nejsou povoleny žádné materiály
- u odpovědí typu A, B, C, D, E:
  - pouze jedna odpověď je nejsprávnější ☺
  - za tuto nejsprávnější je 8 bodů
  - za žádnou odpověd je 0 bodů
  - za libovolnou jinou, případně za nejasné označení odpovědi je mínus 3 body
- celkové hodnocení 0 až 32 bodů (celkové záporné hodnocení se bere jako 0)

Průběžná písemná práce

12:02 – 12:27

- délka pro vypracování: 25 minut
- nejsou povoleny žádné materiály
- u odpovědí typu A, B, C, D, E:
  - pouze jedna odpověď je nejsprávnější ☺
  - za tuto nejsprávnější je 8 bodů
  - za žádnou odpověd je 0 bodů
  - za libovolnou jinou, případně za nejasné označení odpovědi je mínus 3 body
- celkové hodnocení 0 až 32 bodů (celkové záporné hodnocení se bere jako 0)

Průběžná písemná práce

12:04 – 12:29

- ➜ délka pro vypracování: 25 minut
- ➜ nejsou povoleny žádné materiály
- ➜ u odpovědí typu A, B, C, D, E:
  - – pouze jedna odpověď je nejsprávnější ☺
  - – za tuto nejsprávnější je 8 bodů
  - – za žádnou odpověď je 0 bodů
  - – za libovolnou jinou, případně za nejasné označení odpovědi je mínus 3 body
- ➜ celkové hodnocení 0 až 32 bodů (celkové záporné hodnocení se bere jako 0)

Průběžná písemná práce

12:06 – 12:31

- délka pro vypracování: 25 minut
- nejsou povoleny žádné materiály
- u odpovědí typu A, B, C, D, E:
  - pouze jedna odpověď je nejsprávnější ☺
  - za tuto nejsprávnější je 8 bodů
  - za žádnou odpověd je 0 bodů
  - za libovolnou jinou, případně za nejasné označení odpovědi je mínus 3 body
- celkové hodnocení 0 až 32 bodů (celkové záporné hodnocení se bere jako 0)

Průběžná písemná práce

12:08 – 12:33

- délka pro vypracování: 25 minut
- nejsou povoleny žádné materiály
- u odpovědí typu A, B, C, D, E:
  - pouze jedna odpověď je nejsprávnější ☺
  - za tuto nejsprávnější je 8 bodů
  - za žádnou odpověd je 0 bodů
  - za libovolnou jinou, případně za nejasné označení odpovědi je mínus 3 body
- celkové hodnocení 0 až 32 bodů (celkové záporné hodnocení se bere jako 0)

Průběžná písemná práce

12:10 – 12:35

- délka pro vypracování: 25 minut
- nejsou povoleny žádné materiály
- u odpovědí typu A, B, C, D, E:
  - pouze jedna odpověď je nejsprávnější ☺
  - za tuto nejsprávnější je 8 bodů
  - za žádnou odpověd je 0 bodů
  - za libovolnou jinou, případně za nejasné označení odpovědi je mínus 3 body
- celkové hodnocení 0 až 32 bodů (celkové záporné hodnocení se bere jako 0)

Průběžná písemná práce

12:12 – 12:37

- délka pro vypracování: 25 minut
- nejsou povoleny žádné materiály
- u odpovědí typu A, B, C, D, E:
  - pouze jedna odpověď je nejsprávnější ☺
  - za tuto nejsprávnější je 8 bodů
  - za žádnou odpověd je 0 bodů
  - za libovolnou jinou, případně za nejasné označení odpovědi je mínus 3 body
- celkové hodnocení 0 až 32 bodů (celkové záporné hodnocení se bere jako 0)

Průběžná písemná práce

12:14 – 12:39

- délka pro vypracování: 25 minut
- nejsou povoleny žádné materiály
- u odpovědí typu A, B, C, D, E:
  - pouze jedna odpověď je nejsprávnější ☺
  - za tuto nejsprávnější je 8 bodů
  - za žádnou odpověď je 0 bodů
  - za libovolnou jinou, případně za nejasné označení odpovědi je mínus 3 body
- celkové hodnocení 0 až 32 bodů (celkové záporné hodnocení se bere jako 0)

Problémy s omezujícími podmínkami

- standardní problém řešený prohledáváním stavového prostoru $\longrightarrow$ stav je "*černá skříňka*" – pouze cílová podmínka a přechodová funkce

Problémy s omezujícími podmínkami

- ➜ standardní problém řešený prohledáváním stavového prostoru $\longrightarrow$ stav je “*černá skříňka*” – pouze cílová podmínka a přechodová funkce
- ➜ problém s omezujícími podmínkami, *Constraint Satisfaction Problem*, CSP:
  - n-tice proměnných $X_1, X_2, \ldots, X_n$ s hodnotami z domén $D_1, D_2, \ldots, D_n$, $D_i \neq \emptyset$
  - množina omezení $C_1, C_2, \ldots, C_m$ nad proměnnými X_i

Problémy s omezujícími podmínkami

- standardní problém řešený prohledáváním stavového prostoru $\rightarrow$ stav je "*černá skříňka*" – pouze cílová podmínka a přechodová funkce
- problém s omezujícími podmínkami, *Constraint Satisfaction Problem*, CSP:
  - n-tice proměnných $X_1, X_2, \ldots, X_n$ s hodnotami z domén $D_1, D_2, \ldots, D_n$, $D_i \neq \emptyset$
  - množina omezení $C_1, C_2, \ldots, C_m$ nad proměnnými X_i
  - stav = přiřazení hodnot proměnným $\{X_i = v_i, X_j = v_j, \ldots\}$

    konzistentní přiřazení neporušuje žádné z omezení C_i

    úplné přiřazení zmiňuje každou proměnnou X_i
  - řešení = úplné konzistentní přiřazení hodnot proměnným

    někdy je ještě potřeba maximalizovat *cílovou funkci*

Problémy s omezujícími podmínkami

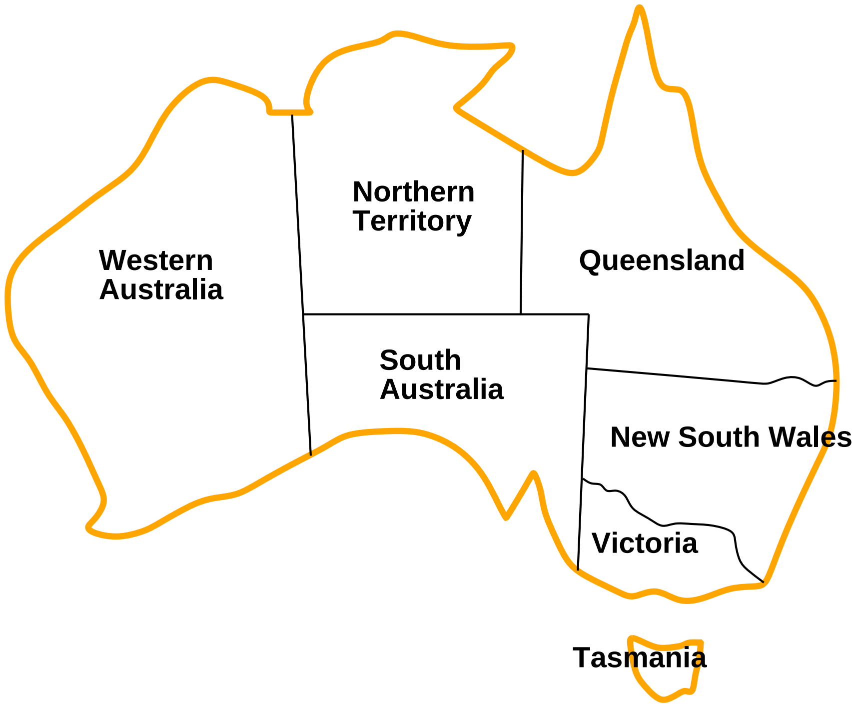
- standardní problém řešený prohledáváním stavového prostoru $\rightarrow$ stav je “*černá skříňka*” – pouze cílová podmínka a přechodová funkce
- problém s omezujícími podmínkami, *Constraint Satisfaction Problem*, CSP:
  - n-tice proměnných $X_1, X_2, \ldots, X_n$ s hodnotami z domén $D_1, D_2, \ldots, D_n$, $D_i \neq \emptyset$
  - množina omezení $C_1, C_2, \ldots, C_m$ nad proměnnými X_i
  - stav = přiřazení hodnot proměnným $\{X_i = v_i, X_j = v_j, \ldots\}$

    konzistentní přiřazení neporušuje žádné z omezení C_i

    úplné přiřazení zmiňuje každou proměnnou X_i
  - řešení = úplné konzistentní přiřazení hodnot proměnným

    někdy je ještě potřeba maximalizovat *cílovou funkci*
- výhody:
  - jednoduchý formální jazyk pro specifikaci problému
  - může využívat obecné heuristiky (ne jen specifické pro daný problém)

Příklad – obarvení mapy



Proměnné WA, NT, Q, NSW, V, SA, T

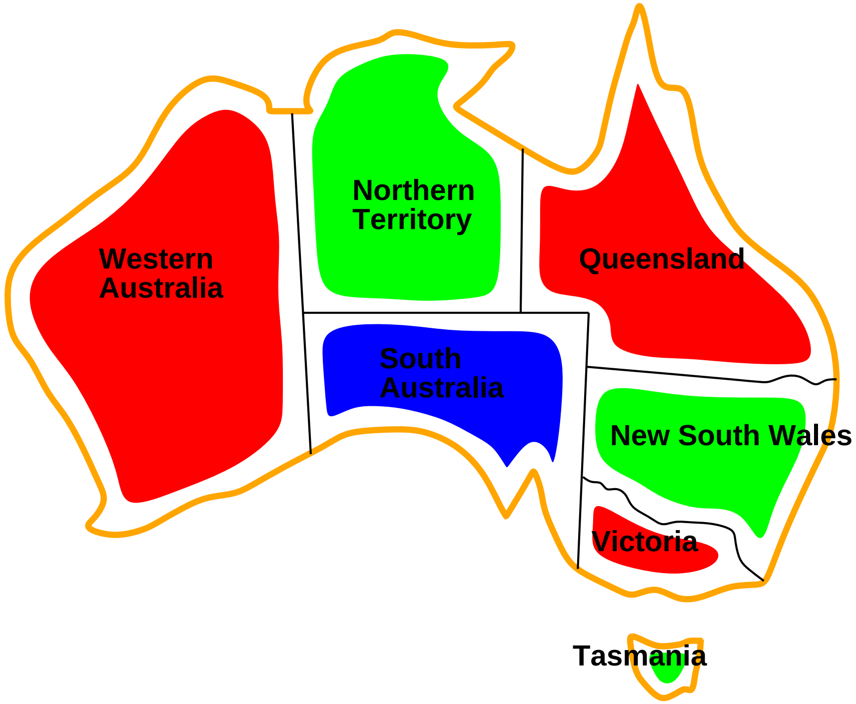
Domény $D_i = \{$červená, zelená, modrá$\}$

Omezení – sousedící oblasti musí mít různou barvu

tj. pro každé dvě sousedící: $WA \neq NT$ nebo

$(WA, NT) \in \{($červená, zelená$)$, $($červená, modrá$)$, $($zelená, modrá$), \ldots\}$

PŘÍKLAD – OBARVENÍ MAPY pokrač.

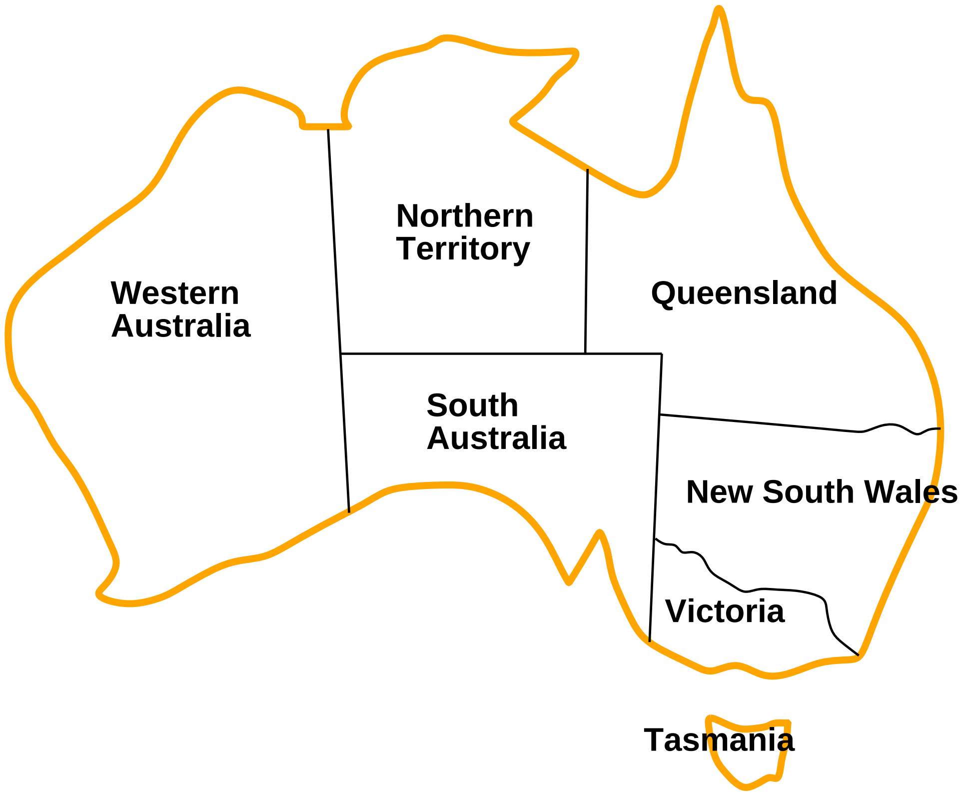


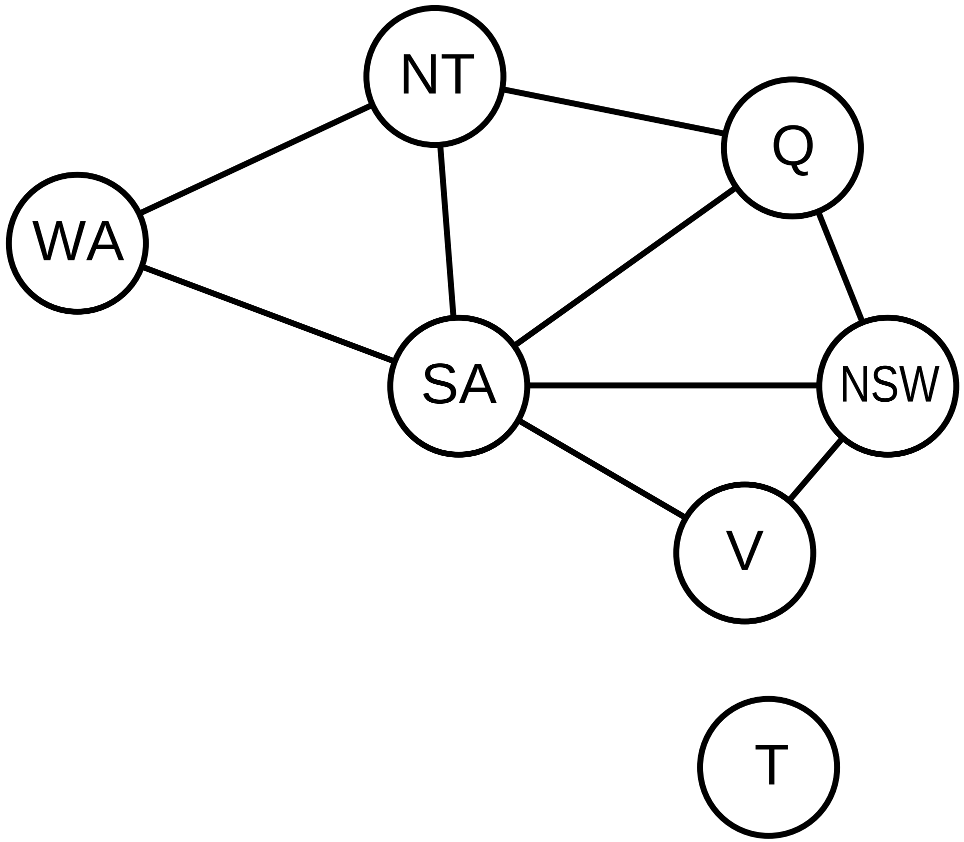
Řešení – konzistentní přiřazení všem proměnným:

$\{WA =$ červená, $NT =$ zelená, $Q =$ červená, $NSW =$ zelená, $V =$ červená, $SA =$ modrá, $T =$ zelená$\}$

Graf omezení

Pro binární omezení: uzly = proměnné, hrany = reprezentují jednotlivá omezení





Algoritmy pro řešení CSP využívají této grafové reprezentace omezení

Varianty CSP podle hodnot proměnných

- diskrétní hodnoty proměnných – každá proměnná má jednu konkrétní hodnotu
  - konečné domény
    - např. Booleovské (včetně NP-úplných problémů splnitelnosti)
    - výčtové
  - nekonečné domény – čísla, řetězce, . . .
    - např. rozvrh prací – proměnné = počáteční/koncový den každého úkolu
    - vyžaduje jazyk omezení, např. $StartJob_1 + 5 \leq StartJob_3$
    - číselné *lineární* problémy jsou řešitelné, *nelineární* obecné řešení nemají

VARIANTY CSP PODLE HODNOT PROMĚNNÝCH

- diskrétní hodnoty proměnných – každá proměnná má jednu konkrétní hodnotu
  - konečné domény
    - např. Booleovské (včetně NP-úplných problémů splnitelnosti)
    - výčtové
  - nekonečné domény – čísla, řetězce, ...
    - např. rozvrh prací – proměnné = počáteční/koncový den každého úkolu
    - vyžaduje jazyk omezení, např. $StartJob_1 + 5 \leq StartJob_3$
    - číselné *lineární* problémy jsou řešitelné, *nelineární* obecné řešení nemají
- spojité hodnoty proměnných
  - časté u reálných problémů
  - např. počáteční/koncový čas měření na Hubbleově teleskopu (závisí na astronomických, precedenčních a technických omezeních)
  - *lineární omezení* řešené pomocí Lineárního programování (omezení = lineární nerovnice tvořící konvexní oblast) $\rightarrow$ jsou řešitelné v polynomiálním čase

Varianty omezení

- unární omezení zahrnuje jedinou proměnnou
  např. $SA \neq$ zelená
- binární omezení zahrnují dvě proměnné
  např. $SA \neq WA$
- omezení vyššího řádu zahrnují 3 a více proměnných
  např. kryptoaritmetické omezení na sloupce u algebrogramu
- preferenční omezení (soft constraints), např. ‘červená je lepší než zelená’
  možno reprezentovat pomocí ceny přiřazení u konkrétní hodnoty a konkrétní proměnné $\longrightarrow$ hledá se optimalizované řešení vzhledem k ceně

CLP – Constraint Logic Programming

```
:- use_module(library(clpfd)).     % clpq , clpr

?- X in 1..5, Y in 2..8, X+Y #= T.
   X in 1..5,
   Y in 2..8,
   T in 3..13.
```

CLP – Constraint Logic Programming

```
:- use_module(library(clpfd)).     % clpq , clpr

?- X in 1..5, Y in 2..8, X+Y #= T.
   X in 1..5,
   Y in 2..8,
   T in 3..13.
```

aritmetická omezení . . .

- *rel. operátory* **#=**, **#\\=**, **#<**, **#=<**, **#>**, **#>=**
- **sum(Variables,RelOp,Suma)**

výroková omezení . . .

*negace*, **#/** *konjunkce*,
#\\/ *disjunkce*, **#<==>** *ekvivalence*

kombinatorická omezení . . .

all_distinct(List),
global_cardinality(List, KeyCounts)

+VarList ins +Domain

?X in +Min..+Max

?X in +Domain . . .
A in 1..3 \\/ 8..15 \\/ 5..9 \\/ 100.

fd_dom(?Var,?Domain) *zjištění domény proměnné*

CLP – Constraint Logic Programming

```
:- use_module(library(clpfd)).     % clpq , clpr

?- X in 1..5, Y in 2..8, X+Y #= T.
   X in 1..5,
   Y in 2..8,
   T in 3..13.


?- X in 1..5, Y in 2..8, X+Y #= T, labeling([],[X,Y,T]).
   T = 3,
   X = 1,
   Y = 2.
```

aritmetická omezení ...

- *rel. operátory* **#=, #\\=, #<, #=<, #>, #>=**
- **sum(Variables,RelOp,Suma)**

výroková omezení ...

#\\ *negace*, #/\\ *konjunkce*,

#\\/ *disjunkce*, #<==> *ekvivalence*

kombinatorická omezení ...

all_distinct(List),

global_cardinality(List, KeyCounts)

+VarList ins +Domain

?X in +Min..+Max

?X in +Domain ...

A in 1..3 \\/ 8..15 \\/ 5..9 \\/ 100.

fd_dom(?Var,?Domain) *zjištění domény proměnné*

CLP – Constraint Logic Programming pokrač.

```
?– X #< 4, [X,Y] ins 0..5.
     X in 0..3,  Y in 0..5.
```

CLP – Constraint Logic Programming pokrač.

?– X #< 4, [X,Y] **ins** 0..5.
X **in** 0..3, Y **in** 0..5.

?– X #< 4, **indomain**(X).
ERROR: Arguments are **not** sufficiently instantiated

CLP – CONSTRAINT LOGIC PROGRAMMING pokrač.

```
?– X #< 4, [X,Y] ins 0..5.
     X in 0..3,  Y in 0..5.

?– X #< 4, indomain(X).
    ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated

?– X #> 3, X #< 6, indomain(X).
     X = 4 ? ;
     X = 5 ? ;
     false
```

CLP – Constraint Logic Programming pokrač.

```
?– X #< 4, [X,Y] ins 0..5.
     X in 0..3,  Y in 0..5.

?– X #< 4, indomain(X).
   ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated

?– X #> 3, X #< 6, indomain(X).
     X = 4 ? ;
     X = 5 ? ;
     false

?– X in 4..sup, X #\= 17, fd_dom(X,F).
     F = 4..16\/18..sup,
     X in 4..16\/18..sup.
```

Příklad – algebrogram

```
    S E N D
+   M O R E
----------
  M O N E Y
```

Příklad – algebrogram

```
    S E N D
+   M O R E
----------
  M O N E Y
```

Proměnné

Domény

Omezení

Příklad – algebrogram

```
    S E N D
+   M O R E
----------
  M O N E Y
```

Proměnné $\{S, E, N, D, M, O, R, Y\}$

Domény

Omezení

Příklad – algebrogram

```
   S E N D
+  M O R E
----------
 M O N E Y
```

Proměnné $\{S, E, N, D, M, O, R, Y\}$

Domény $D_i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Omezení

Příklad – algebrogram

```
    S E N D
+   M O R E
----------
  M O N E Y
```

Proměnné $\{S, E, N, D, M, O, R, Y\}$

Domény $D_i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Omezení
- $S > 0, M > 0$
- $S \neq E \neq N \neq D \neq M \neq O \neq R \neq Y$
- $1000 * S + 100 * E + 10 * N + D + 1000 * M + 100 * O + 10 * R + E = 10000 * M + 1000 * O + 100 * N + 10 * E + Y$

Příklad – algebrogram

```
    S E N D
+   M O R E
 ----------
  M O N E Y
```

Proměnné $\{S, E, N, D, M, O, R, Y\}$

Domény $D_i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Omezení
- $S > 0, M > 0$
- $S \neq E \neq N \neq D \neq M \neq O \neq R \neq Y$
- $1000 * S + 100 * E + 10 * N + D + 1000 * M + 100 * O + 10 * R + E = 10000 * M + 1000 * O + 100 * N + 10 * E + Y$

```
moremoney([S,E,N,D,M,O,R,Y], Type) :- [S,E,N,D,M,O,R,Y] ins 0..9,
                                      S #> 0, M #> 0,
                                      all_different ([S,E,N,D,M,O,R,Y]),
                                      sum(S,E,N,D,M,O,R,Y),
                                      labeling(Type, [S,E,N,D,M,O,R,Y]).

sum(S,E,N,D,M,O,R,Y):-             1000*S + 100*E + 10*N + D
                    +              1000*M + 100*O + 10*R + E
                    #= 10000*M + 1000*O + 100*N + 10*E + Y.
```

Příklad – algebrogram

```
   S E N D
+  M O R E
----------
 M O N E Y
```

Proměnné $\{S, E, N, D, M, O, R, Y\}$

Domény $D_i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Omezení
- $S > 0, M > 0$
- $S \neq E \neq N \neq D \neq M \neq O \neq R \neq Y$
- $1000 * S + 100 * E + 10 * N + D + 1000 * M + 100 * O + 10 * R + E = 10000 * M + 1000 * O + 100 * N + 10 * E + Y$

```
moremoney([S,E,N,D,M,O,R,Y], Type) :- [S,E,N,D,M,O,R,Y] ins 0..9,
                                      S #> 0, M #> 0,
                                      all_different ([S,E,N,D,M,O,R,Y]),
                                      sum(S,E,N,D,M,O,R,Y),
                                      labeling(Type, [S,E,N,D,M,O,R,Y]).

sum(S,E,N,D,M,O,R,Y):-           1000*S + 100*E + 10*N + D
                     +           1000*M + 100*O + 10*R + E
                     #= 10000*M + 1000*O + 100*N + 10*E + Y.

?-moremoney([S,E,N,D,M,O,R,Y],[]). % Type=[] ... Type = [ leftmost , step , up, all ]
S = 9, E = 5, N = 6, D = 7, M = 1, O = 0, R = 8, Y = 2 .
```

Inkrementální formulace CSP

CSP je možné převést na standardní prohledávání takto:

- **stav** – přiřazení hodnot proměnným
- **počáteční stav** – prázdné přiřazení $\{\}$
- **přechodová funkce** – přiřazení hodnoty libovolné dosud nenastavené proměnné tak, aby výsledné přiřazení bylo konzistentní
- **cílová podmínka** – aktuální přiřazení je úplné
- **cena cesty** – konstantní (např. 1) pro každý krok

Inkrementální formulace CSP

CSP je možné převést na standardní prohledávání takto:

- **stav** – přiřazení hodnot proměnným
- **počáteční stav** – prázdné přiřazení $\{\}$
- **přechodová funkce** – přiřazení hodnoty libovolné dosud nenastavené proměnné tak, aby výsledné přiřazení bylo konzistentní
- **cílová podmínka** – aktuální přiřazení je úplné
- **cena cesty** – konstantní (např. 1) pro každý krok

1. platí beze změny pro všechny CSP!
2. prohledávací strom dosahuje hloubky n (počet proměnných) a řešení se nachází v této hloubce $(d = n) \Rightarrow$ je vhodné použít prohledávání do hloubky

PROHLEDÁVÁNÍ S NAVRACENÍM

- přiřazení proměnným jsou komutativní
  tj. $[1.\ WA =$ červená$, \quad 2.\ NT =$ zelená$]$ je totéž jako $[1.\ NT =$ zelená$, \quad 2.\ WA =$ červená$]$
- stačí uvažovat pouze přiřazení jediné proměnné v každém kroku $\Rightarrow$ počet listů d^n
- prohledávání do hloubky pro CSP – tzv. prohledávání s navracením (*backtracking search*)
- prohledávání s navracením je základní neinformovaná strategie pro řešení problémů s omezujícími podmínkami
- schopný vyřešit např. problém n-dam pro $n \approx 25$

Příklad – problém N dam

```
queens(N,L,Type):- length(L,N),
                   L ins 1..N,
                   constr_all(L),
                   labeling(Type,L).

constr_all([]).
constr_all([X|Xs]):- constr_between(X,Xs,1), constr_all(Xs).

constr_between(_,[],_).
constr_between(X,[Y|Ys],N):-
    no_threat(X,Y,N),
    N1 is N+1,
    constr_between(X,Ys,N1).

no_threat(X,Y,J):- X #\= Y, X+J #\= Y, X-J #\= Y.
```

Příklad – problém N dam

```
queens(N,L,Type):- length(L,N),
                   L ins 1..N,
                   constr_all (L),
                   labeling(Type,L).

constr_all ([]).
constr_all ([X|Xs]):- constr_between(X,Xs,1), constr_all(Xs).

constr_between(_,[],_).
constr_between(X,[Y|Ys],N):-
    no_threat(X,Y,N),
    N1 is N+1,
    constr_between(X,Ys,N1).

no_threat(X,Y,J):- X #\= Y, X+J #\= Y, X-J #\= Y.
```

1. definice proměnných a domén

2. definice omezení

3. hledání řešení

Příklad – problém N dam

```
queens(N,L,Type):- length(L,N),
                   L ins 1..N,
                   constr_all (L),
                   labeling(Type,L).

constr_all ([]).
constr_all ([X|Xs]):- constr_between(X,Xs,1), constr_all(Xs).

constr_between(_,[],_).
constr_between(X,[Y|Ys],N):-
    no_threat(X,Y,N),
    N1 is N+1,
    constr_between(X,Ys,N1).

no_threat(X,Y,J):- X #\= Y, X+J #\= Y, X-J #\= Y.

?- queens(4, L, [ff ]).
    L = [2,4,1,3] ? ;
    L = [3,1,4,2] ? ;
    false
```

1. definice proměnných a domén

2. definice omezení

3. hledání řešení

Ovlivnění efektivity prohledávání s navracením

Obecné metody ovlivnění efektivity:

- Která proměnná dostane hodnotu v tomto kroku?
- V jakém pořadí zkoušet přiřazení hodnot konkrétní proměnné?
- Můžeme předčasně detekovat nutný neúspěch v dalších krocích?

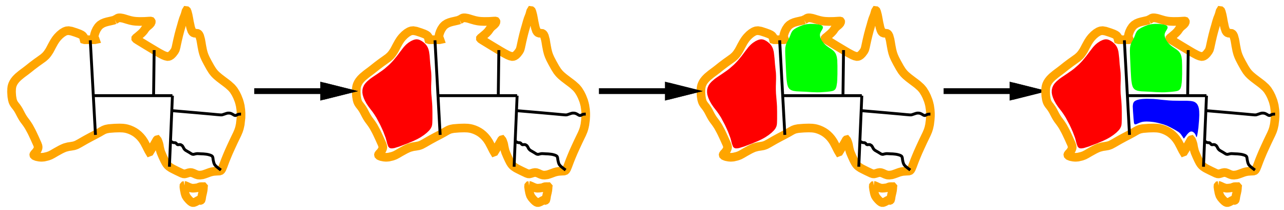
OVLIVNĚNÍ EFEKTIVITY PROHLEDÁVÁNÍ S NAVRACENÍM

Obecné metody ovlivnění efektivity:

- Která proměnná dostane hodnotu v tomto kroku?
- V jakém pořadí zkoušet přiřazení hodnot konkrétní proměnné?
- Můžeme předčasně detekovat nutný neúspěch v dalších krocích?

používané strategie:

❑ **nejomezenější proměnná** $\longrightarrow$ vybrat proměnnou s nejméně možnými hodnotami



Ovlivnění efektivity prohledávání s navracením

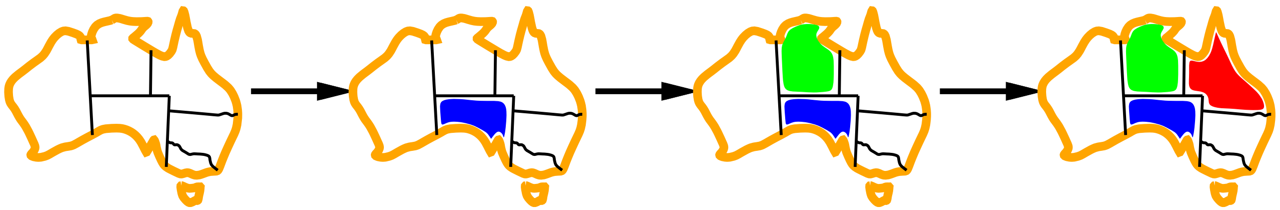
Obecné metody ovlivnění efektivity:

- Která proměnná dostane hodnotu v tomto kroku?
- V jakém pořadí zkoušet přiřazení hodnot konkrétní proměnné?
- Můžeme předčasně detekovat nutný neúspěch v dalších krocích?

používané strategie:

❑ **nejomezenější proměnná** $\rightarrow$ vybrat proměnnou s nejméně možnými hodnotami

❑ **nejvíce omezující proměnná** $\rightarrow$ vybrat proměnnou s nejvíce omezeními na zbývající proměnné



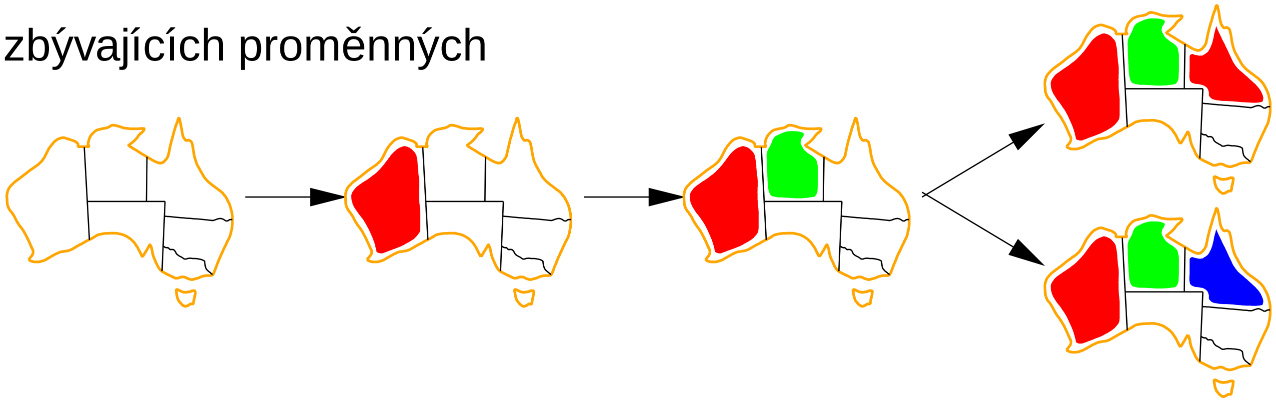
Ovlivnění efektivity prohledávání s navracením

Obecné metody ovlivnění efektivity:

- Která proměnná dostane hodnotu v tomto kroku?
- V jakém pořadí zkoušet přiřazení hodnot konkrétní proměnné?
- Můžeme předčasně detekovat nutný neúspěch v dalších krocích?

používané strategie:

- **nejomezenější proměnná** $\rightarrow$ vybrat proměnnou s nejméně možnými hodnotami
- **nejvíce omezující proměnná** $\rightarrow$ vybrat proměnnou s nejvíce omezeními na zbývající proměnné
- **nejméně omezující hodnota** $\rightarrow$ pro danou proměnnou – hodnota, která zruší nejmíň hodnot zbývajících proměnných



umožňuje 1 hodnotu pro SA

umožňuje 0 hodnot pro SA

Ovlivnění efektivity prohledávání s navracením

Obecné metody ovlivnění efektivity:

– Která proměnná dostane hodnotu v tomto kroku?

– V jakém pořadí zkoušet přiřazení hodnot konkrétní proměnné?

– Můžeme předčasně detekovat nutný neúspěch v dalších krocích?

používané strategie:

❑ **nejomezenější proměnná** $\longrightarrow$ vybrat proměnnou s nejméně možnými hodnotami

❑ **nejvíce omezující proměnná** $\longrightarrow$ vybrat proměnnou s nejvíce omezeními na zbývající proměnné

❑ **nejméně omezující hodnota** $\longrightarrow$ pro danou proměnnou – hodnota, která zruší nejmíň hodnot zbývajících proměnných

❑ **dopředná kontrola** $\longrightarrow$ udržovat seznam možných hodnot pro zbývající proměnné

❑ **propagace omezení** $\longrightarrow$ navíc kontrolovat možné nekonzistence mezi zbývajícími proměnnými

Ovlivnění efektivity v CLP

V Prologu (CLP) možnosti ovlivnění efektivity – **labeling(Typ, ...)**:

```
?- constraints(Vars,Cost),
   labeling([ ff , bisect , down,min(Cost)],Vars).
```

- **výběr proměnné** – **leftmost**, **min**, **max**, **ff**, . . .
- **dělení domény** – **step**, **enum**, **bisect**
- **prohledávání domény** – **up**, **down**
- **uspořádání řešení** – bez uspořádání nebo **min(X)**, **max(X)**, . . .

Systémy pro řešení omezujících podmínek

Prolog – SWI, CHIP, ECLiPSe, SICStus Prolog, Prolog IV, GNU Prolog, IF/Prolog

C/C++ – CHIP++, ILOG Solver, Gecode

Java – JCK, JCL, Koalog

LISP – Screamer

Python – logilab-constraint `www.logilab.org/852`

Mozart – `www.mozart-oz.org`, jazyk Oz