

Operace na datových strukturách

Aleš Horák

E-mail: `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

- Práce se seznamy
- Binární stromy
- Reprezentace grafů

OPERACE NA DATOVÝCH STRUKTURÁCH

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor $.$ / 2 ; prázdný seznam $[]$
- $.(Hlava, Tělo)$, alternativně $[Hlava|Tělo]$, **Hlava** je (typu) *prvek seznamu*, **Tělo** je (typu) *seznam*

$.(a, [])$

$[a]$

$[a|[]]$

OPERACE NA DATOVÝCH STRUKTURÁCH

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor **.|2**; prázdný seznam **[]**
- **.(Hlava,Tělo)**, alternativně **[Hlava|Tělo]**, **Hlava** je (typu) *prvek seznamu*, **Tělo** je (typu) *seznam*

.(a,[])

[a]

[a|[]]

.(a,.(b,.(c,[])))

[a,b,c]

[a,b|[c]], [a|[b,c]], [a,b,c|[]],

[a|[b,c|[]]], [a|[b|[c|[]]]]

OPERACE NA DATOVÝCH STRUKTURÁCH

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor **.|2**; prázdný seznam **[]**
- **.(Hlava,Tělo)**, alternativně **[Hlava|Tělo]**, **Hlava** je (typu) *prvek seznamu*, **Tělo** je (typu) *seznam*

| | | |
|--------------------------|--------------------------------|---|
| .(a,[]) | [a] | [a []] |
| .(a,.(b,.(c,[]))) | [a,b,c] | [a,b [c]], [a [b,c]], [a,b,c []], [a [b,c []]], [a [b [c []]]] |
| ... | [a1,[[b3,c3],d2,e2],f1] | ... |

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
X=a  
Yes
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
   X=a  
   Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).
```


PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
   X=a  
   Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
   No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
X=a  
Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).           ?- member(a,[a,b,a]),write(ok),nl,fail .  
No                               ok  
                                ok  
                                No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).
member(X,[_|T]) :- member(X,T).
?- member(a,[X,b,c]).
   X=a
   Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.
member(X,[_|T]) :- member(X,T).
?- member(a,[X,b,c]).           ?- member(a,[a,b,a]),write(ok),nl,fail .
   No                            ok
                                ok
                                No
```

3.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.
member(X,[Y|T]) :- X \== Y, member(X,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).
member(X,[_|T]) :- member(X,T).
?- member(a,[X,b,c]).
   X=a
   Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.
member(X,[_|T]) :- member(X,T).
?- member(a,[X,b,c]).           ?- member(a,[a,b,a]),write(ok),nl,fail .
   No                            ok
                                ok
                                No
```

3.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.
member(X,[Y|T]) :- X \== Y, member(X,T).
?- member(a,[a,b,a]),write(ok),nl,fail .
   ok
   No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

```
del(-, [], []).  
del(A, [A|T], V) :- del(A, T, V).  
del(A, [H|T1], [H|T2]) :- A \= H, del(A, T1, T2).
```

```
del1(A, [A|T], T).  
del1(A, [H|T1], [H|T2]) :- del1(A, T1, T2).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

```
del(-, [], []).
```

```
del(A, [A|T], V) :- del(A, T, V).
```

```
del(A, [H|T1], [H|T2]) :- A \= H, del(A, T1, T2).
```

```
del1(A, [A|T], T).
```

```
del1(A, [H|T1], [H|T2]) :- del1(A, T1, T2).
```

```
?- del(1, [1, 2, 1, 1, 2, 3, 1, 1], L).
```

```
L = [2, 2, 3]
```

```
Yes
```

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

`del(-, [], []).`

`del(A, [A|T], V) :- del(A, T, V).`

`del(A, [H|T1], [H|T2]) :- A \= H, del(A, T1, T2).`

`del1(A, [A|T], T).`

`del1(A, [H|T1], [H|T2]) :- del1(A, T1, T2).`

?- `del(1, [1, 2, 1, 1, 2, 3, 1, 1], L).`

`L = [2, 2, 3]`

Yes

?- `del1(1, [1, 2, 1], L).`

`L = [2, 1] ;`

`L = [1, 2] ;`

No

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

del(- ,[],[]).

del(A,[A|T],V) :- **del**(A,T,V).

del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A \= H, **del**(A,T1,T2).

del1(A,[A|T],T).

del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- **del1**(A,T1,T2).

?- **del**(1,[1,2,1,1,2,3,1,1], L).

L = [2, 2, 3]

Yes

?- **del1**(1,[1,2,1], L).

L = [2, 1] ;

L = [1, 2] ;

No

insert(+A,+L,-Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**

jednoduchý **insert1(+A,+L,-Vysl)** vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

`del(-, [], []).`

`del(A, [A|T], V) :- del(A, T, V).`

`del(A, [H|T1], [H|T2]) :- A \= H, del(A, T1, T2).`

`del1(A, [A|T], T).`

`del1(A, [H|T1], [H|T2]) :- del1(A, T1, T2).`

?– `del(1, [1, 2, 1, 1, 2, 3, 1, 1], L).`

`L = [2, 2, 3]`

Yes

?– `del1(1, [1, 2, 1], L).`

`L = [2, 1] ;`

`L = [1, 2] ;`

No

insert(+A,+L,-Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**

jednoduchý **insert1(+A,+L,-Vysl)** vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

`insert(A, L, [A|L]).`

`insert(A, [H|T1], [H|T2]) :- insert(A, T1, T2).`

`insert1(X, List, [X|List]).`

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(+A,+L,-Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(+A,+L,-Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

del(- ,[],[]).

del(A,[A|T],V) :- **del**(A,T,V).

del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A\=H, **del**(A,T1,T2).

del1(A,[A|T],T).

del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- **del1**(A,T1,T2).

?- **del** (1,[1,2,1,1,2,3,1,1], L).

L = [2, 2, 3]

Yes

?- **del1** (1,[1,2,1], L).

L = [2, 1] ;

L = [1, 2] ;

No

insert(+A,+L,-Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**

jednoduchý **insert1(+A,+L,-Vysl)** vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

insert(A,L,[A|L]).

insert(A,[H|T1],[H|T2]) :- **insert**(A,T1,T2).

insert1(X,List,[X|List]).

?- **insert** (4,[2,3,1], L).

L = [4, 2, 3, 1] ;

L = [2, 4, 3, 1] ;

L = [2, 3, 4, 1] ;

L = [2, 3, 1, 4] ;

No

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí **insert**

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí **insert**

```
perm1 ([],[]).  
perm1 ([H|T],L):- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí **insert**

```
perm1 ([],[]).  
perm1 ([H|T],L):- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí **del1**

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí **insert**

```
perm1 ([],[]).  
perm1 ([H|T],L):- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí **del1**

```
perm2 ([],[]).  
perm2(L,[X|P]) :- del1(X,L,L1),perm2(L1,P).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí **insert**

```
perm1 ([],[]).  
perm1 ([H|T],L):- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí **del1**

```
perm2 ([],[]).  
perm2(L,[X|P]) :- del1(X,L,L1),perm2(L1,P).
```

3. pomocí **append**

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí **insert**

```
perm1 ([],[]).  
perm1 ([H|T],L):- perm1(T,V), insert(H,V,L).  
?– perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí **del1**

```
perm2 ([],[]).  
perm2(L,[X|P]) :- del1(X,L,L1),perm2(L1,P).
```

3. pomocí **append**

```
perm3 ([],[]).  
perm3(L,[H|T]) :- append(A,[H|B],L),append(A,B,L1), perm3(L1,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
L = [a, b, c, d]  
Yes
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
   L = [a, b, c, d]  
   Yes  
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
   L = [a, b, c, d]  
   Yes  
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).  
   X = [a, b]  
   Yes
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
   L = [a, b, c, d]  
   Yes  
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).  
   X = [a, b]  
   Yes  
?- append(X,Y,[a,b,c]).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
   L = [a, b, c, d]  
   Yes  
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).  
   X = [a, b]  
   Yes  
?- append(X,Y,[a,b,c]).  
   X = []           Y = [a, b, c];
```


PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
   L = [a, b, c, d]  
   Yes  
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).  
   X = [a, b]  
   Yes  
?- append(X,Y,[a,b,c]).  
   X = []           Y = [a, b, c];  
   X = [a]         Y = [b, c];
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
   L = [a, b, c, d]  
   Yes  
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).  
   X = [a, b]  
   Yes  
?- append(X,Y,[a,b,c]).  
   X = []           Y = [a, b, c];  
   X = [a]         Y = [b, c];  
   X = [a, b]      Y = [c];
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů Seznam1 a Seznam2

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
   L = [a, b, c, d]  
   Yes  
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).  
   X = [a, b]  
   Yes  
?- append(X,Y,[a,b,c]).  
   X = []           Y = [a, b, c];  
   X = [a]         Y = [b, c];  
   X = [a, b]      Y = [c];  
   X = [a, b, c]   Y = [];
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů Seznam1 a Seznam2

```
append([],L,L).  
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je **víceměrný**:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

```
L = [a, b, c, d]
```

```
Yes
```

```
?- append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

```
X = [a, b]
```

```
Yes
```

```
?- append(X,Y,[a,b,c]).
```

```
X = []           Y = [a, b, c];
```

```
X = [a]         Y = [b, c];
```

```
X = [a, b]      Y = [c];
```

```
X = [a, b, c]   Y = [];
```

```
No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ `append`

predikát **append** je všestranně použitelný:

| | |
|---------------------------------|-----------------|
| <code>member(X,Ys)</code> | <code>:-</code> |
| <code>last(X,Xs)</code> | <code>:-</code> |
| <code>prefix(Xs,Ys)</code> | <code>:-</code> |
| <code>suffix(Xs,Ys)</code> | <code>:-</code> |
| <code>sublist(Xs,AsXsBs)</code> | <code>:-</code> |
| <code>adjacent(X,Y,Zs)</code> | <code>:-</code> |

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ `append`

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).  
last(X,Xs)       :-  
prefix(Xs,Ys)    :-  
suffix(Xs,Ys)    :-  
sublist(Xs,AsXsBs) :-  
adjacent(X,Y,Zs) :-
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ `append`

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X, Ys)      :- append(As, [X|Xs], Ys).
last(X, Xs)        :- append(As, [X], Xs).
prefix(Xs, Ys)     :-
suffix(Xs, Ys)     :-
sublist(Xs, AsXsBs) :-
adjacent(X, Y, Zs) :-
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ `append`

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X, Ys)      :- append(As, [X|Xs], Ys).  
last(X, Xs)       :- append(As, [X], Xs).  
prefix(Xs, Ys)    :- append(Xs, As, Ys).  
suffix(Xs, Ys)    :-  
sublist(Xs, AsXsBs) :-  
adjacent(X, Y, Zs) :-
```


PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ `append`

predikát **append** je všestranně použitelný:

```
member(X, Ys)      :- append(As, [X|Xs], Ys).
last(X, Xs)        :- append(As, [X], Xs).
prefix(Xs, Ys)     :- append(Xs, As, Ys).
suffix(Xs, Ys)     :- append(As, Xs, Ys).
sublist(Xs, AsXsBs) :-
adjacent(X, Y, Zs) :-
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ `append`

predikát **append** je všestranně použitelný:

| | |
|----------------------------------|---|
| <code>member(X, Ys)</code> | <code>:- append(As, [X Xs], Ys).</code> |
| <code>last(X, Xs)</code> | <code>:- append(As, [X], Xs).</code> |
| <code>prefix(Xs, Ys)</code> | <code>:- append(Xs, As, Ys).</code> |
| <code>suffix(Xs, Ys)</code> | <code>:- append(As, Xs, Ys).</code> |
| <code>sublist(Xs, AsXsBs)</code> | <code>:- append(AsXs, Bs, AsXsBs), append(As, Xs, AsXs).</code> |
| <code>adjacent(X, Y, Zs)</code> | <code>:-</code> |

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ `append`

predikát **`append`** je všestranně použitelný:

| | |
|----------------------------------|---|
| <code>member(X, Ys)</code> | <code>:- append(As, [X Xs], Ys).</code> |
| <code>last(X, Xs)</code> | <code>:- append(As, [X], Xs).</code> |
| <code>prefix(Xs, Ys)</code> | <code>:- append(Xs, As, Ys).</code> |
| <code>suffix(Xs, Ys)</code> | <code>:- append(As, Xs, Ys).</code> |
| <code>sublist(Xs, AsXsBs)</code> | <code>:- append(AsXs, Bs, AsXsBs), append(As, Xs, AsXs).</code> |
| <code>adjacent(X, Y, Zs)</code> | <code>:- append(As, [X, Y Ys], Zs).</code> |

PRÁCE SE SEZNAMY – EFEKTIVITA append

Efektivní řešení predikátu **append** – **rozdílové seznamy** (difference lists)

Rozdílový seznam se zapisuje jako **Seznam1-Seznam2**.

Např.: **[a,b,c]** ... **[a,b,c]** - **[]** nebo **[a,b,c,d]** - **[d]** nebo **[a,b,c,d,e]** - **[d,e]**, **obecně [a,b,c|X] - X**

[] ... **A-A**

[a] ... **[a|A]-A**

Seznam2 jako volná proměnná slouží jako “ukazatel” na konec seznamu **Seznam1**

PRÁCE SE SEZNAMY – EFEKTIVITA `append`

Efektivní řešení predikátu `append` – [rozdílové seznamy](#) (difference lists)

Rozdílový seznam se zapisuje jako **Seznam1-Seznam2**.

Např.: `[a,b,c]` ... `[a,b,c]` - `[]` nebo `[a,b,c,d]` - `[d]` nebo `[a,b,c,d,e]` - `[d,e]`, obecně `[a,b,c|X]` - `X`
`[]` ... `A-A`
`[a]` ... `[a|A]-A`

Seznam2 jako volná proměnná slouží jako “ukazatel” na konec seznamu **Seznam1**

predikát `append` s rozdílovými seznamy (`append_dl`):

```
append_dl(A-B,B-C,A-C).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – EFEKTIVITA `append`

Efektivní řešení predikátu **append** – **rozdílové seznamy** (difference lists)

Rozdílový seznam se zapisuje jako **Seznam1-Seznam2**.

Např.: **[a,b,c]** ... **[a,b,c]** - [] nebo **[a,b,c,d]** - **[d]** nebo **[a,b,c,d,e]** - **[d,e]**, **obecně** **[a,b,c|X]** - **X**
 [] ... **A-A**
[a] ... **[a|A]-A**

Seznam2 jako volná proměnná slouží jako “ukazatel” na konec seznamu **Seznam1**

predikát **append** s rozdílovými seznamy (**append_dl**):

```
append_dl(A-B,B-C,A-C).
```

```
?- append_dl([a,b|X]-X,[c,d|Y]-Y,Z).
```

```
X = [c, d|Y]
```

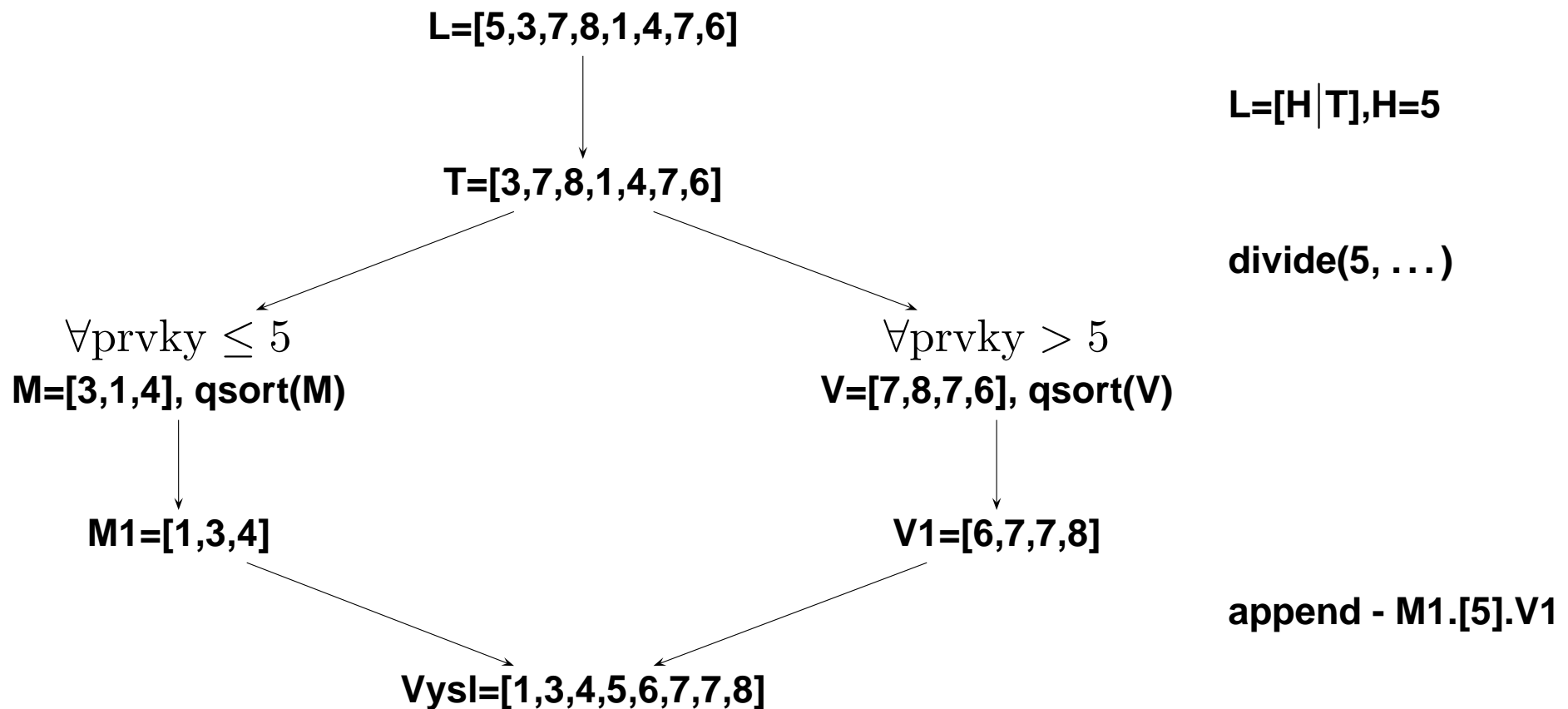
```
Y = Y
```

```
Z = [a, b, c, d|Y] - Y
```

```
Yes
```

TŘÍDĚNÍ SEZNAMŮ — quicksort

predikát **qsort(+L,-Vysl)** – třídí seznam **L** technikou **rozděl a panuj**



TŘÍDĚNÍ SEZNAMŮ — quicksort

predikát **qsort(+L,-Vysl)** – třídí seznam **L** technikou **rozděl a panuj**

```
qsort ([],[]) :- !.           % "řez" – zahod' další možnosti řešení
qsort ([H],[H]) :- !.
qsort ([H|T],L) :- divide(H,T,M,V),
                    qsort(M,M1), qsort(V,V1),
                    append(M1,[H|V1],L).

divide(_ ,[],[],[]) :- !.
divide(H,[K|T],[K|M],V) :- K=<H, !, divide(H,T,M,V).
divide(H,[K|T],M,[K|V]) :- K>H, divide(H,T,M,V).
```


TŘÍDĚNÍ SEZNAMŮ — quicksort II

predikát **qsort_dl(+L,-Vysl)** – efektivnější varianta predikátu **qsort** s rozdílovými seznamy

```
qsort(L,S):- qsort_dl(L,S-[]).
```

```
qsort_dl([], A-A).
```

```
qsort_dl([H|T],A-B):- divide(H,T,L1,L2),  
                      qsort_dl(L2,A1-B),  
                      qsort_dl(L1,A-[H|A1]).
```

```
divide(_ ,[],[],[]) :- !.
```

```
divide(H,[K|T],[K|M],V):- K=<H, !, divide(H,T,M,V).
```

```
divide(H,[K|T],M,[K|V]):- K>H, divide(H,T,M,V).
```

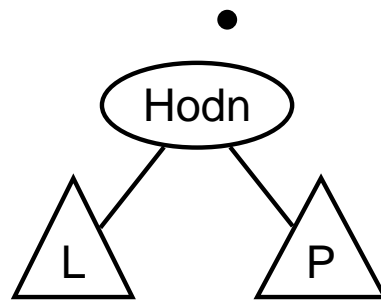
| | | |
|-----|------------------------------|----|
| ✓ ● | Práce se seznamy | 2 |
| ⇒ ● | Binární stromy | 12 |
| ● | Reprezentace grafů | 20 |

USPOŘÁDANÉ BINÁRNÍ STROMY

Reprezentace binárního stromu:

→ **nil** – prázdný strom

→ **t(L,Hodn,P)** – strom

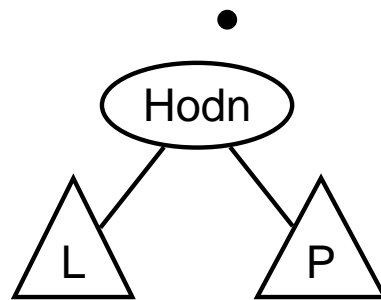


USPOŘÁDANÉ BINÁRNÍ STROMY

Reprezentace binárního stromu:

→ **nil** – prázdný strom

→ **t(L,Hodn,P)** – strom



Příklady stromů:

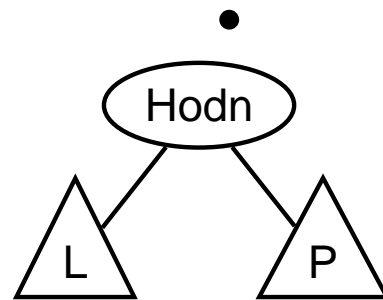
t(nil,8,nil)

8

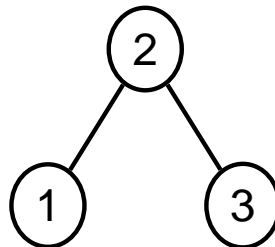
USPOŘÁDANÉ BINÁRNÍ STROMY

Reprezentace binárního stromu:

→ nil – prázdný strom

→ $t(L, \text{Hodn}, P)$ – strom

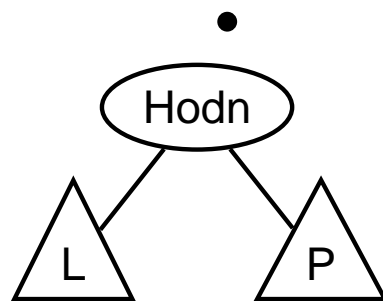
Příklady stromů:

 $t(\text{nil}, 8, \text{nil})$  $t(t(\text{nil}, 1, \text{nil}), 2, t(\text{nil}, 3, \text{nil}))$ 

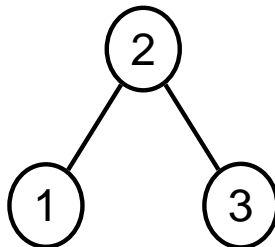
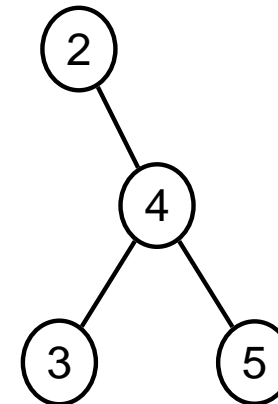
USPOŘÁDANÉ BINÁRNÍ STROMY

Reprezentace binárního stromu:

- nil – prázdný strom
- $t(L, \text{Hodn}, P)$ – strom



Příklady stromů:

 $t(\text{nil}, 8, \text{nil})$  $t(t(\text{nil}, 1, \text{nil}), 2, t(\text{nil}, 3, \text{nil}))$  $t(\text{nil}, 2, t(t(\text{nil}, 3, \text{nil}), 4, t(\text{nil}, 5, \text{nil})))$ 

PŘIDÁVÁNÍ DO BINÁRNÍHO STROMU

addleaf(+T,+X,-Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

```
addleaf( nil , X, t( nil , X, nil )).
```

```
addleaf( t( Left , X, Right), X, t( Left , X, Right)).
```

```
addleaf( t( Left , Root, Right), X, t( Left1 , Root, Right)) :- Root > X, addleaf( Left, X, Left1).
```

```
addleaf( t( Left , Root, Right), X, t( Left , Root, Right1)) :- Root < X, addleaf( Right, X, Right1).
```

PŘIDÁVÁNÍ DO BINÁRNÍHO STROMU

addleaf(+T,+X,-Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

`addleaf(nil , X, t(nil , X, nil))`.

`addleaf(t(Left , X, Right), X, t(Left , X, Right))`.

`addleaf(t(Left , Root, Right), X, t(Left1 , Root, Right))` :– $Root > X$, `addleaf(Left, X, Left1)`.

`addleaf(t(Left , Root, Right), X, t(Left , Root, Right1))` :– $Root < X$, `addleaf(Right, X, Right1)`.

?– `addleaf(nil, 6, T)`, `addleaf(T, 8, T1)`, `addleaf(T1, 2, T2)`, `addleaf(T2, 4, T3)`, `addleaf(T3, 1, T4)`.

...
 $T4 = t(t(t(nil, 1, nil), 2, t(nil, 4, nil)), 6, t(nil, 8, nil))$

PŘIDÁVÁNÍ DO BINÁRNÍHO STROMU

addleaf(+T,+X,-Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

`addleaf(nil ,X,t(nil ,X, nil))`.

`addleaf(t(Left ,X,Right),X,t(Left ,X,Right))`.

`addleaf(t(Left ,Root,Right),X,t(Left1 ,Root,Right))` :– $Root > X$, `addleaf(Left,X,Left1)`.

`addleaf(t(Left ,Root,Right),X,t(Left ,Root,Right1))` :– $Root < X$, `addleaf(Right,X,Right1)`.

?– `addleaf(nil,6,T)`, `addleaf(T,8,T1)`, `addleaf(T1,2,T2)`, `addleaf(T2,4,T3)`, `addleaf(T3,1,T4)`.

...

`T4 = t(t(t(nil , 1, nil), 2, t(nil , 4, nil)), 6, t(nil , 8, nil))`

?– `addleaf(t(t(t(nil ,1, nil),2, t(t(nil ,3, nil),4, t(nil ,5, nil))),`

`6,t(nil ,7, nil),8, t(nil ,9, nil))),`

`10,`

`T)`.

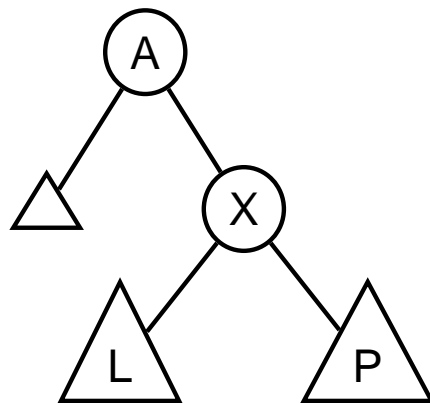
`T = t(t(t(nil , 1, nil), 2, t(t(nil , 3, nil), 4, t(nil , 5, nil))),`

`6, t(t(nil , 7, nil), 8, t(nil , 9, t(nil , 10, nil))))`

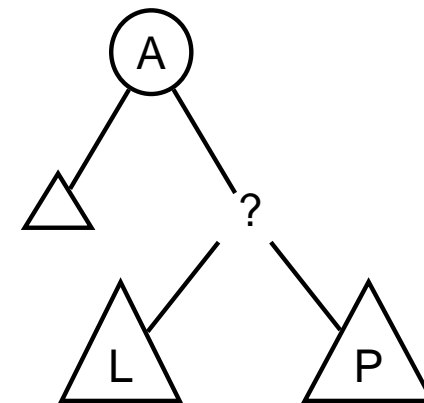
ODEBÍRÁNÍ Z BINÁRNÍHO STROMU

Predikát **addleaf** není vícesměrný ☹ ⇒ nelze definovat:

```
del(T,X,T1) :- addleaf(T1,X,T).
```



delete(X)
→

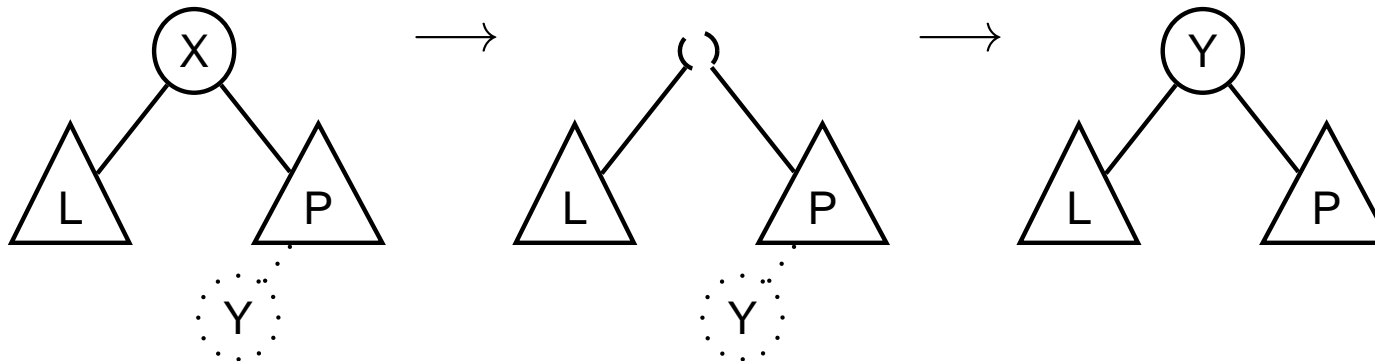


ODEBÍRÁNÍ Z BINÁRNÍHO STROMU

správný postup:

- pokud je odebíraná hodnota v **listu** → nahradí se hodnotu **nil**
- jestliže je ale v **kořenu** (pod)stromu → je nutné tento (pod)strom přestavět

Přestavba binárního stromu při odstraňování kořene **X**:



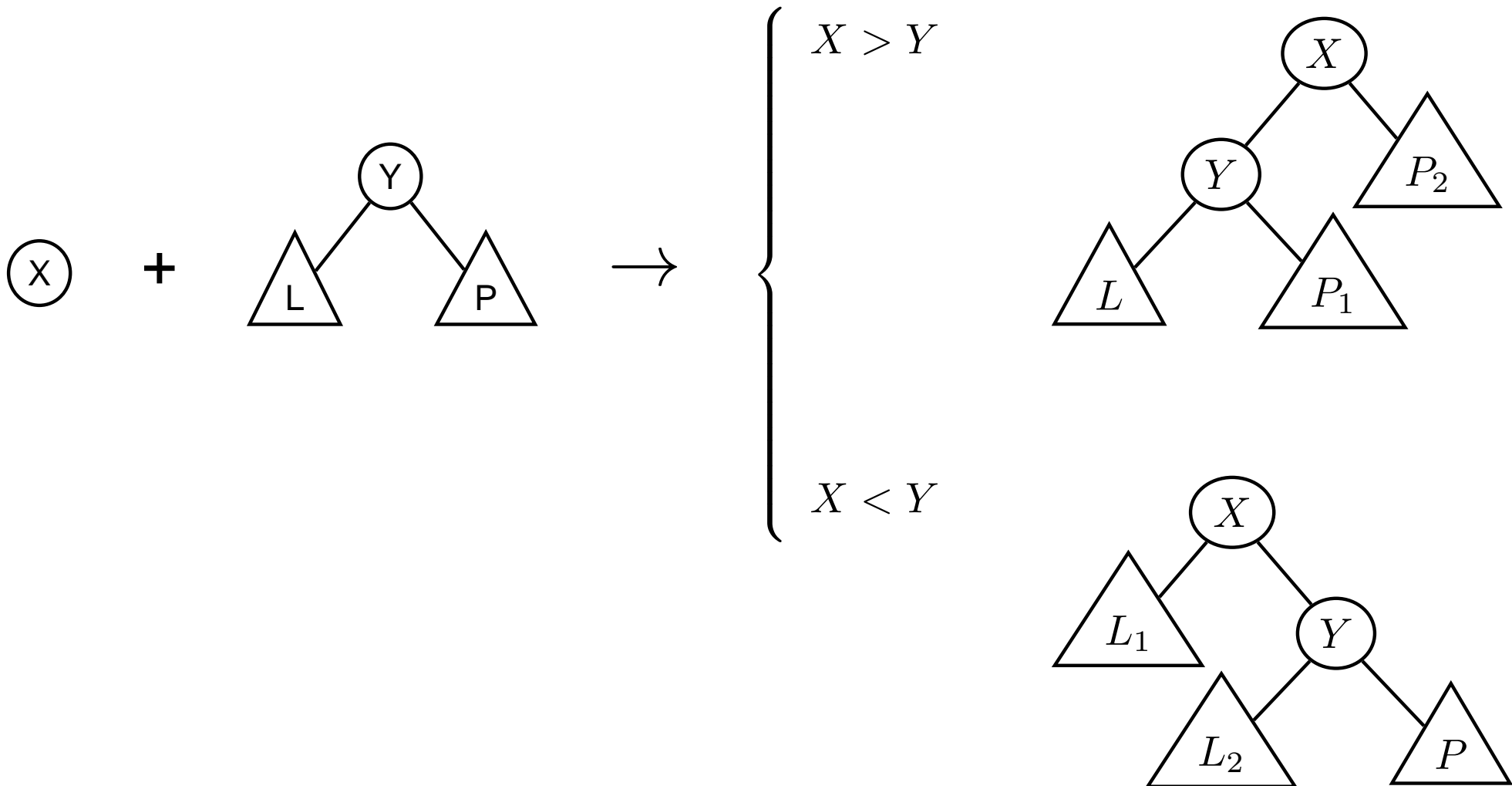
ODEBÍRÁNÍ Z BINÁRNÍHO STROMU

delleaf(+T,+X,-Vysl) odstraní ze stromu **T** uzel s hodnotou **X**

```
delleaf ( t ( nil , X, Right), X, Right ).  
delleaf ( t ( Left , X, nil ), X, Left ).  
delleaf ( t ( Left , X, Right), X, t ( Left , Y, Right1)) :- delmin(Right, Y, Right1).  
delleaf ( t ( Left , Root, Right), X, t ( Left1 , Root, Right)) :- X < Root, delleaf(Left, X, Left1).  
delleaf ( t ( Left , Root, Right), X, t ( Left , Root, Right1)) :- X > Root, delleaf(Right, X, Right1).  
  
delmin(t( nil , Y, R), Y, R).  
delmin(t( Left , Root, Right), Y, t( Left1 , Root, Right)) :- delmin(Left, Y, Left1 ).
```

VÍCESMĚRNÝ ALGORITMUS PRO VKLÁDÁNÍ/ODEBÍRÁNÍ

Jiný způsob vkládání:



VÍCESMĚRNÝ ALGORITMUS PRO VKLÁDÁNÍ/ODEBÍRÁNÍ

add(?T,+X,?Vysl) přidá do binárního stromu **T** uzel s hodnotou **X** s přeuspořádáním stromu (jako kořen nebo jinam při navracení)

```
% přidej jako kořen
add(T,X,T1) :- addroot(T,X,T1).
% nebo kamkoliv do stromu (se zachováním uspořádání)
add(t(L,Y,R),X,t(L1,Y,R)) :- gt(Y,X),add(L,X,L1).
add(t(L,Y,R),X,t(L,Y,R1)) :- gt(X,Y),add(R,X,R1).
addroot(nil ,X,t( nil ,X, nil )).
addroot(t(L,Y,R),X,t(L1,X,t(L2,Y,R))) :- gt(Y,X),addroot(L,X,t(L1,X,L2)).
addroot(t(L,Y,R),X,t(t(L,Y,R1),X,R2)) :- gt(X,Y),addroot(R,X,t(R1,X,R2)).
addroot(t(L,X,R),X,t(L,X,R)).
```

Definice predikátu **gt(X,Y)** – na konečném uživateli.

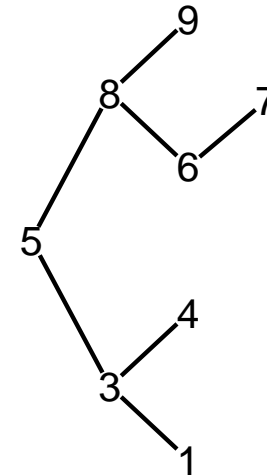
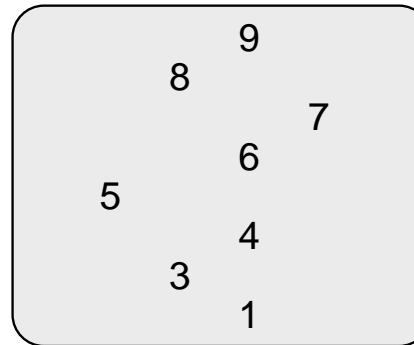
Funguje i “obráceně” \Rightarrow lze definovat:

```
del(T,X,T1) :- add(T1,X,T).
```

VÝPIS BINÁRNÍHO STROMU

pomocí odsazení zobrazujeme úroveň uzlu ve stromu a celkové uspořádání uzlů (strom je tedy zobrazen “naležato”)

```
t(  
  t(  
    t( nil ,1, nil ),  
    3,  
    t( nil ,4, nil )),  
  5,  
  t(  
    t( nil ,6,  
      t( nil ,7, nil )),  
    8,  
    t( nil ,9, nil )))
```



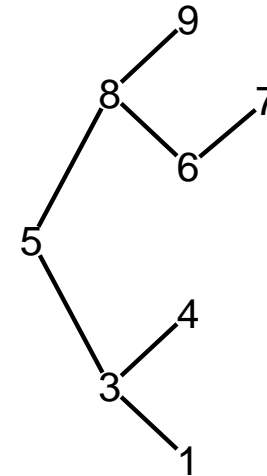
VÝPIS BINÁRNÍHO STROMU

pomocí odsazení zobrazujeme úroveň uzlu ve stromu a celkové uspořádání uzlů (strom je tedy zobrazen “naležato”)

```
t(
  t(
    t( nil ,1, nil ),
    3,
    t( nil ,4, nil )),
  5,
  t(
    t( nil ,6,
        t( nil ,7, nil )),
    8,
    t( nil ,9, nil )))
```



```
      9
    8
  8  7
    6
5  4
  3
    1
```



show(+T) vypíše obsah uzlů stromu **T** se správným odsazením

```
show(T) :- show2(T,0).
show2(nil,-).
show2(t(L,X,R),Indent) :- Ind2 is Indent+2,show2(R,Ind2),tab(Indent),
write(X),nl,show2(L,Ind2).
```

| | | |
|-----|------------------------------|----|
| ✓ ● | Práce se seznamy | 2 |
| ✓ ● | Binární stromy | 12 |
| ⇒ ● | Reprezentace grafů | 20 |

REPREZENTACE GRAFŮ

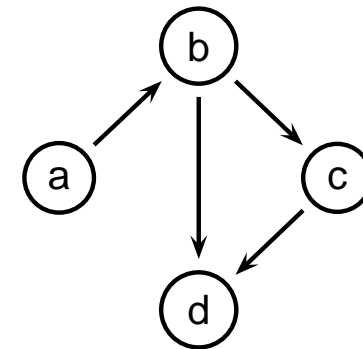
Příklady způsobů reprezentace grafů (v Prologu):

① term **graph(V,E)**, kde **V** je seznam vrcholů grafu a **E** je seznam hran grafu.

Každá hrana je tvaru **e(V1,V2)**, kde **V1** a **V2** jsou vrcholy grafu.

```
G = graph([a,b,c,d],[e(a,b),e(b,d),e(b,c),e(c,d)]).
```

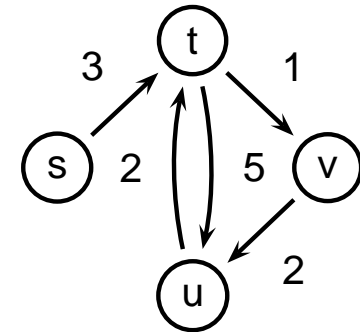
znázorňuje **orientovaný** graf



- ② **vgraph(V,E)** definuje uspořádanou dvojici seznamů vrcholů (**V**) a hran (**E**).

Hrany jsou tvaru **a(PocatecniV, KoncovyV, CenaHrany)**.

```
G = vgraph([s,t,u,v],[ a(s,t,3), a(t,v,1), a(t,u,5), a(u,t,2), a(v,u,2)]).
```

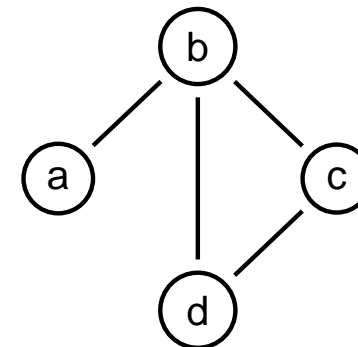


znázorňuje **orientovaný ohodnocený** graf

- ③ graf může být uložen v programové databázi jako posloupnost faktů (i pravidel).

```

edge(g3,a,b).
edge(g3,b,c).
edge(g3,b,d).
edge(g3,c,d).
edge(X,A,B) :- edge(X,B,A).
  
```



díky přidanému pravidlu představuje **neorientovaný** graf (bez pravidla je orientovaný).

CESTY V GRAFECH

Cesta v neorientovaném grafu:

path(+A,+Z,+Graf,-Cesta) v grafu **Graf** najde z vrcholu **A** do vrcholu **Z** cestu **Cesta** (**Graf** je ve tvaru 1).

```
path(A,Z,Graf,Cesta) :- path1(A,[Z],Graf,Cesta).
```

```
path1(A,[A|Cesta1],_,[A|Cesta1]).
```

```
path1(A,[Y|Cesta1],Graf,Cesta) :- adjacent(X,Y,Graf), \+ member(X,Cesta1),
    path1(A,[X,Y|Cesta1],Graf,Cesta).
```

```
adjacent(X,Y,graph(Nodes,Edges)) :- member(e(X,Y),Edges);member(e(Y,X),Edges).
```

\+ Cíl – negace, not



CESTY V GRAFECH II

Cesta v ohodnoceném neorientovaném grafu:

path(+A,+Z,+Graf,-Cesta,-Cena) hledá libovolnou cestu z jednoho vrcholu do druhého a její cenu v ohodnoceném neorientovaném grafu.

```
path(A,Z,Graf,Cesta,Cena) :- path1(A,[Z],0,Graf,Cesta,Cena).
```

```
path1(A,[A|Cesta1],Cena1,Graf,[A|Cesta1],Cena1).
```

```
path1(A,[Y|Cesta1],Cena1,Graf,Cesta,Cena) :- adjacent(X,Y,CenaXY,Graf),
    \+ member(X,Cesta1), Cena2 is Cena1+CenaXY,
    path1(A,[X,Y|Cesta1],Cena2,Graf,Cesta,Cena).
```

```
adjacent(X,Y,CenaXY,Graf) :- member(X-Y/CenaXY,Graf);member(Y-X/CenaXY,Graf).
```

Graph je seznam hran ve tvaru **X-Y/CenaXY** (viz **adjacent**).

KOSTRA GRAFU

Kostra grafu je strom, který prochází všechny vrcholy grafu a jehož hrany jsou zároveň hranami grafu.

```
stree(Graph,Tree) :- member(Edge,Graph),spread([Edge],Tree,Graph).
```

```
spread(Tree1,Tree,Graph) :- addedge(Tree1,Tree2,Graph),spread(Tree2,Tree,Graph).
spread(Tree,Tree,Graph) :- \+ addedge(Tree,_,Graph).
```

```
adddedge(Tree,[A-B|Tree],Graph) :- adjacent(A,B,Graph),node(A,Tree),
\+ node(B,Tree).
```

```
adjacent(A,B,Graph) :- member(A-B,Graph);member(B-A,Graph).
```

```
node(A,Graph) :- adjacent(A,_,Graph).
```

KOSTRA GRAFU

Kostra grafu je strom, který prochází všechny vrcholy grafu a jehož hrany jsou zároveň hranami grafu.

```
stree(Graph,Tree) :- member(Edge,Graph),spread([Edge],Tree,Graph).
```

```
spread(Tree1,Tree,Graph) :- addedge(Tree1,Tree2,Graph),spread(Tree2,Tree,Graph).
spread(Tree,Tree,Graph) :- \+ addedge(Tree,_,Graph).
```

```
adddedge(Tree,[A-B|Tree],Graph) :- adjacent(A,B,Graph),node(A,Tree),
\+ node(B,Tree).
```

```
adjacent(A,B,Graph) :- member(A-B,Graph);member(B-A,Graph).
```

```
node(A,Graph) :- adjacent(A,_,Graph).
```

```
?- stree([a-b,b-c,b-d,c-d],T).
T = [b-d, b-c, a-b]
Yes
```

