

## Logika prvního řádu a transparentní intenzionální logika (TIL)

Aleš Horák

E-mail: `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

- Predikátová logika prvního řádu
- Logická analýza přirozeného jazyka
- Transparentní intenzionální logika

## VÝHODY A NEVÝHODY VÝROKOVÉ LOGIKY

- 😊 výroková logika je **deklarativní**: syntaxe přímo koresponduje s fakty
- 😊 výroková logika umožňuje zpracovávat částečné/disjunktivní/negované informace (což je víc, než umí většina datových struktur a databází)
- 😊 výroková logika je **kompoziční**:  
význam  $P_1 \wedge P_2$  je odvozen z významu  $P_1$  a  $P_2$
- 😊 ve výrokové logice je význam **kontextově nezávislý** (narozdíl od přirozeného jazyka, kde význam závisí na kontextu)
- 😞 výroková logika má velice omezenou expresivitu (narozdíl od přirozeného jazyka)  
např. nemáme jak říct “Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech” jinak, než vyjmenovat odpovídající výrok pro každé pole

## PREDIKÁTOVÁ LOGIKA PRVNÍHO ŘÁDU

- *First-order predicate logic*, FOPL/PL1
- výroková logika → svět obsahuje **fakty** × PL1 předpokládá, že svět obsahuje:
  - **objekty** – lidi, domy, teorie, barvy, roky, ...
  - **relace** – červený, kulatý, provčíselný, bratři, větší než, uvnitř, ...
  - **funkce** – otec někoho, nejlepší přítel, plus jedna, začátek čeho, ...

## SYNTAXE PREDIKÁTOVÉ LOGIKY

- **základní prvky** – konstanty      KingJohn, 2, RichardTheLionheart, ...
- funktory predikátů      Brother, >, ...
- funkce                              Sqrt, LeftLegOf, ...
- proměnné                          $x, y, a, b, \dots$
- spojky                              $\wedge \vee \neg \Rightarrow \Leftrightarrow$
- rovnost                            =
- kvantifikátory                   $\forall \exists$
- **atomické formule** – predikáty      Brother(KingJohn, RichardTheLionheart)
- složené termy                   $> (\text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{Richard})), \text{Length}(\text{LeftLegOf}(\text{KingJohn})))$
- **složené formule** – tvoří se z atomických formulí pomocí spojek

$$\neg S, \quad S_1 \wedge S_2, \quad S_1 \vee S_2, \quad S_1 \Rightarrow S_2, \quad S_1 \Leftrightarrow S_2$$

např.      Sibling(KingJohn, Richard)  $\Rightarrow$  Sibling(Richard, KingJohn)

$>(1, 2) \vee \leq(1, 2)$

$>(1, 2) \wedge \neg >(1, 2)$

## PRAVDIVOST V PREDIKÁTOVÉ LOGICE

pravdivost formule (sémantika) se určuje vzhledem k *modelu a interpretaci*

**model** obsahuje  $\geq 1$  objektů a relace mezi nimi

**interpretace** definuje vztah mezi syntaxí a modelem – určuje referenty pro:

konstantní symboly  $\rightarrow$  objekty

predikátové symboly  $\rightarrow$  relace

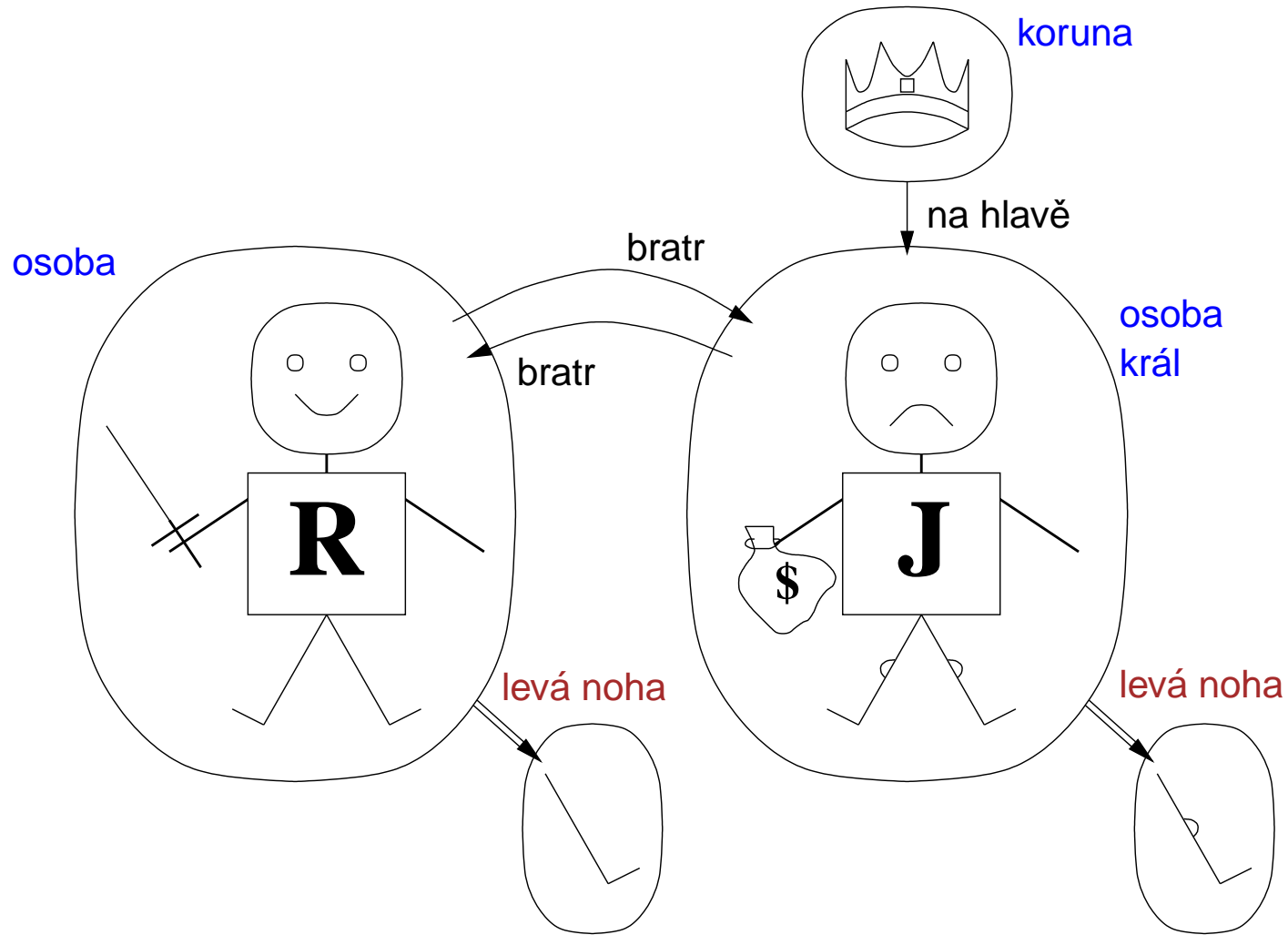
funkční symboly  $\rightarrow$  funkce

atomická formule **predikát**(**term**<sub>1</sub>, ..., **term**<sub>n</sub>) je pravdivá  $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$  objekty odkazované pomocí **term**<sub>1</sub>, ..., **term**<sub>n</sub> jsou v *relaci* pojmenované funktorem

**predikát.**

## PŘÍKLAD MODELU A INTERPRETACE VE FOPL



5 objektů, 2 binární relace, 3 unární relace (osoba, král, koruna) a 1 unární funkce (levá noha).

## UNIVERZÁLNÍ KVANTIFIKACE

$\forall$  ⟨proměnné⟩ ⟨formule⟩

“Každý na FI MU je inteligentní:”  $\forall x \text{Na}(x, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(x)$

$\forall x P$  je pravdivé v modelu  $m \Leftrightarrow P$  je pravdivá pro  $x =$  každý možný objekt z modelu  $m$

zhruba odpovídá konjunkci instancí  $P$

$\text{Na}(\text{Petr}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Petr})$

$\wedge \text{Na}(\text{Honza}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Honza})$

$\wedge \text{Na}(\text{FI MU}, \text{FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{FI MU})$

$\wedge \dots$

## EXISTENČNÍ KVANTIFIKACE

$\exists$  ⟨*proměnné*⟩ ⟨*formule*⟩

“Někdo na MFF UK je inteligentní:”  $\exists x \text{Na}(x, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(x)$

$\exists x P$  je pravdivé v modelu  $m \iff P$  je pravdivá pro  $x =$  nějaký objekt z modelu  $m$

zhruba odpovídá **disjunkci instanciací**  $P$

- $\text{Na}(\text{Petr}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Petr})$
- ∨  $\text{Na}(\text{Honza}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Honza})$
- ∨  $\text{Na}(\text{MFF UK}, \text{MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{MFF UK})$
- ∨ ...



## VLASTNOSTI KVANTIFIKACÍ

→ pozor při použití kvantifikátorů na záměnu  $\wedge$  a  $\Rightarrow$ :

	<i>dobře</i>	<i>špatně</i>	znamenalo by
“každý $P$ je $Q$ .”	$\forall x P \Rightarrow Q$	$\forall x P \wedge Q$	“každý je $P$ i $Q$ .”
“někdo $P$ je $Q$ .”	$\exists x (P \wedge Q)$	$\exists x (P \Rightarrow Q)$	“někdo není $P$ nebo je $Q$ .”

## VLASTNOSTI KVANTIFIKACÍ

→ pozor při použití kvantifikátorů na záměnu  $\wedge$  a  $\Rightarrow$ :

	<i>dobře</i>	<i>špatně</i>	znamenaloby
“každý $P$ je $Q$ .”	$\forall x P \Rightarrow Q$	$\forall x P \wedge Q$	“každý je $P$ i $Q$ .”
“někdo $P$ je $Q$ .”	$\exists x (P \wedge Q)$	$\exists x (P \Rightarrow Q)$	“někdo není $P$ nebo je $Q$ .”

→  $\forall x \forall y$  je stejné jako  $\forall y \forall x$

$\exists x \exists y$  je stejné jako  $\exists y \exists x$

$\exists x \forall y$  **není** stejné jako  $\forall y \exists x$

$\exists x \forall y \text{ má\_réd}(x, y)$  – “Existuje osoba, která má ráda všechny lidi na světě.”

$\forall y \exists x \text{ má\_réd}(x, y)$  – “Každého na světě má alespoň jedna osoba ráda.” (potenciálně každého jiná)

## VLASTNOSTI KVANTIFIKACÍ

→ pozor při použití kvantifikátorů na záměnu  $\wedge$  a  $\Rightarrow$ :

	<i>dobře</i>	<i>špatně</i>	znamenaloby
“každý $P$ je $Q$ .”	$\forall x P \Rightarrow Q$	$\forall x P \wedge Q$	“každý je $P$ i $Q$ .”
“někdo $P$ je $Q$ .”	$\exists x (P \wedge Q)$	$\exists x (P \Rightarrow Q)$	“někdo není $P$ nebo je $Q$ .”

→  $\forall x \forall y$  je stejné jako  $\forall y \forall x$

$\exists x \exists y$  je stejné jako  $\exists y \exists x$

$\exists x \forall y$  **není** stejné jako  $\forall y \exists x$

$\exists x \forall y$  má\_rád( $x, y$ ) – “Existuje osoba, která má ráda všechny lidi na světě.”

$\forall y \exists x$  má\_rád( $x, y$ ) – “Každého na světě má alespoň jedna osoba ráda.” (potenciálně každého jiná)

→ **dualita kvantifikátorů**

oba mohou být vyjádřeny pomocí druhého

$\forall x$  má\_rád( $x, zmrzlina$ )       $\neg \exists x \neg$  má\_rád( $x, zmrzlina$ )

$\exists x$  má\_rád( $x, mrkev$ )       $\neg \forall x \neg$  má\_rád( $x, mrkev$ )

## INFERENCE VE FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku  $KB$ :

## INFERENCE VE FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet objektů  $n = 1, \dots, (\infty)$

## INFERENCE VE FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet objektů  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární predikát  $P_k$  ze slovníku

## INFERENCE VE FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet objektů  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární predikát  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární relaci na  $n$  objektech

## INFERENCE VE FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet objektů  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární predikát  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární relaci na  $n$  objektech

pro každý konstantní symbol  $C$  ze slovníku



## INFERENCE VE FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet objektů  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární predikát  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární relaci na  $n$  objektech

pro každý konstantní symbol  $C$  ze slovníku

pro každou volbu referenta pro  $C$  z  $n$  objektů . . .

## INFERENCE VE FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet objektů  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární predikát  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární relaci na  $n$  objektech

pro každý konstantní symbol  $C$  ze slovníku

pro každou volbu referenta pro  $C$  z  $n$  objektů . . .

prakticky je *kontrola modelů* **nepoužitelná**

inference je možná pouze podle **inференčních pravidel** (dopředné/zpětné řetězení, rezoluce, . . .)

## INFERENCE VE FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku  $KB$ :

pro počet objektů  $n = 1, \dots, (\infty)$

pro každý  $k$ -ární predikát  $P_k$  ze slovníku

pro každou možnou  $k$ -ární relaci na  $n$  objektech

pro každý konstantní symbol  $C$  ze slovníku

pro každou volbu referenta pro  $C$  z  $n$  objektů . . .

prakticky je *kontrola modelů* **nepoužitelná**

inference je možná pouze podle **inferenčních pravidel** (dopředné/zpětné řetězení, rezoluce, . . .)

základní inferenční pravidlo – **zobecněné Modus Ponens** (*Generalized Modus Ponens, GMP*)

$$\frac{p_1', p_2', \dots, p_n', (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\text{SUBST}(\theta, q)}$$

kde  $\forall i \text{ SUBST}(\theta, p_i') = \text{SUBST}(\theta, p_i)$

pro atomické formule  $p_i, p_i'$  a  $q$

- používá navíc **unifikaci**
- vzniká z MP pomocí **liftingu**
- využívá upravené verze inferenčních algoritmů – dopředné/zpětné řetězení, rezoluce

## BÁZE ZNALOSTÍ VE FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase  $t = 5$ :

$\text{TELL}(KB, \text{Percept}([\text{Zápach}, \text{Vánek}, \text{nic}, \text{nic}, \text{nic}], 5))$

$\text{ASK}(KB, \exists a \text{ Action}(a, 5))$

tj. dotaz “Vyplývá nějaká akce z  $KB$  v čase  $t = 5$ ?”

## BÁZE ZNALOSTÍ VE FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase  $t = 5$ :

$\text{TELL}(KB, \text{Percept}([\text{Zápach}, \text{Vánek}, \text{nic}, \text{nic}, \text{nic}], 5))$

$\text{ASK}(KB, \exists a \text{ Action}(a, 5))$

tj. dotaz “Vyplývá nějaká akce z  $KB$  v čase  $t = 5$ ?”

odpověď:  $true, \{a/\text{Výstřel}\}$  ← **substituce** (hodnot proměnným)

## BÁZE ZNALOSTÍ VE FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase  $t = 5$ :

$\text{TELL}(KB, \text{Percept}([\text{Zápach}, \text{Vánek}, \text{nic}, \text{nic}, \text{nic}], 5))$

$\text{ASK}(KB, \exists a \text{ Action}(a, 5))$

tj. dotaz “Vyplývá nějaká akce z  $KB$  v čase  $t = 5$ ?”

odpověď:  $true, \{a/\text{Výstřel}\}$   $\leftarrow$  **substituce** (hodnot proměnným)

pro větu  $S$  a substituci  $\sigma \rightarrow S\sigma$  označuje výsledek aplikace  $\sigma$  na  $S$ :

$$S = \text{chytřejší}(x, y)$$

$$\sigma = \{x/\text{Petr}, y/\text{Honza}\}$$

$$S\sigma = \text{chytřejší}(\text{Petr}, \text{Honza})$$

$\text{ASK}(KB, S)$  vrací některá/všechna  $\sigma$  takové, že  $KB \models S\sigma$

## BÁZE ZNALOSTÍ PRO WUMPUSOVU JESKYNI

Vnímání:

$$\forall v, tr, n, w, t \text{ Percept}([Zápach, v, tr, n, w], t) \Rightarrow \text{Je\_zápach}(t)$$

$$\forall z, v, n, w, t \text{ Percept}([z, v, Třpyt, n, w], t) \Rightarrow \text{Máme\_zlato}(t)$$

Reflex:

$$\forall t \text{ Máme\_zlato}(t) \Rightarrow \text{Action}(Zvednutí, t)$$

Reflex s vnitřním stavem: neměli jsme už zlato?

$$\forall t \text{ Máme\_zlato}(t) \wedge \neg \text{Držím}(Zlato, t) \Rightarrow \text{Action}(Zvednutí, t)$$

$\text{Držím}(Zlato, t)$  není pozorovatelné  $\Rightarrow$  je důležité držet si informace o vnitřních stavech

## BÁZE ZNALOSTÍ PRO WUMPUSOVU JESKYNI pokrač.

Vyvozování skrytých skutečností:

→ vlastnosti pozice:

$$\forall x, t \text{ Na\_poli}(\text{Agent}, x, t) \wedge \text{Je\_z\u00e1pach}(t) \Rightarrow \text{Zap\u00e1ch\u00e1}(x)$$

$$\forall x, t \text{ Na\_poli}(\text{Agent}, x, t) \wedge \text{Je\_v\u00e1nek}(t) \Rightarrow \text{S\_v\u00e1nkem}(x)$$

→ “V poli vedle Jámy je Vánek:”

– **diagnostické** pravidlo – odvodí příčiny z následku

$$\forall y \text{ Je\_v\u00e1nek}(y) \Rightarrow \exists x \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y)$$

– **příčinné** pravidlo – odvodí výsledek z premisy

$$\forall x, y \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y) \Rightarrow \text{Je\_v\u00e1nek}(y)$$

– ani jedno z nich není úplné

např. příčinné pravidlo neříká, jestli v poli daleko od Jámy nemůže být Vánek

– **definice** predikátu Je\_vánek:

$$\forall y \text{ Je\_v\u00e1nek}(y) \Leftrightarrow [\exists x \text{ J\u00e1ma}(x) \wedge \text{Vedle}(x, y)]$$



## BÁZE ZNALOSTÍ PRO WUMPUSOVU JESKYNI – ROZHODOVÁNÍ

→ počáteční podmínka v  $KB$ :

$Na\_poli(\text{Agent}, [1, 1], S_0)$

$Na\_poli(\text{Zlato}, [1, 2], S_0)$

→ dotaz

$Ask(KB, \exists s \text{ Držím}(\text{Zlato}, s))$

tj., “V jaké situaci budu držet Zlato?”

→ situace jsou propojeny pomocí funkce  $Result$ :

$Result(a, s)$  je situace, která je výsledkem činnosti  $a$  v  $s$

→ odpověď

$\{s / Result(\text{Zvednutí}, Result(\text{Krok dopředu}, S_0))\}$

tj., jdi dopředu a zvedni Zlato

## SHRNUTÍ

logický agent aplikuje **inferenci** na **bázi znalostí** pro vyvození nových informací a tvorbu rozhodnutí

základní koncepty logiky:

**syntaxe**: formální struktura **vět**

**sémantika**: **pravdivost** vět podle **modelů**

**vyplývání**: nutná pravdivost věty v závislosti na druhé větě

**inference**: vyvození věty z jiných vět

**bezespornost**: inference produkuje jen vyplývající věty

**úplnost**: inference vyprodukuje  $\forall$  vyplývající věty

**výroková logika** nemá dostatečnou expresivitu

**predikátová logika** prvního řádu:

- syntaxe: konstanty, funkce, predikáty, rovnost, kvantifikátory
- větší expresivita – dostatečná pro Wumpusovu jeskyni
- “poslední” logika, pro kterou existuje **bezesporná** a **úplná** inference (Gödelovy věty o neúplnosti)

jiné možné logiky:

jazyk	ontologie	pravdivostní hodnoty
výroková logika	fakty	true/false/ $\perp$
predikátová logika 1. řádu	fakty, objekty, relace	true/false/ $\perp$
temporální logika	fakty, objekty, relace, čas	true/false/ $\perp$
teorie pravděpodobnosti	fakty	míra pravděpodobnosti $\in [0, 1]$
fuzzy logika	míra pravdivosti $\in [0, 1]$	intervaly hodnot

---

---

✓ ●	Predikátová logika prvního řádu . . . . .	3
⇒ ●	Logická analýza přirozeného jazyka . . . . .	16
●	Transparentní intenzionální logika . . . . .	24

## LOGICKÁ ANALÝZA PŘIROZENÉHO JAZYKA

**logická analýza PJ** – analýza významu výrazů (vět) PJ

přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojmem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

## LOGICKÁ ANALÝZA PŘIROZENÉHO JAZYKA

**logická analýza PJ** – analýza významu výrazů (vět) PJ

přirozený jazyk (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

pojem – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

- **pojem**  $\neq$  **výraz** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem  
(pojem(“prvočíslo”)  $\equiv$  pojem(“prime number”))

## LOGICKÁ ANALÝZA PŘIROZENÉHO JAZYKA

**logická analýza PJ** – analýza **významu** výrazů (vět) PJ

přirozený **jazyk** (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

**pojem** – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

- **pojem**  $\neq$  **výraz** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem  
(pojem(“prvočíslo”)  $\equiv$  pojem(“prime number”))
- **pojem**  $\neq$  **představa** – představa je *subjektivní*, pojem je **objektivní**

## LOGICKÁ ANALÝZA PŘIROZENÉHO JAZYKA

**logická analýza PJ** – analýza významu výrazů (vět) PJ

přirozený **jazyk** (čeština, angličtina, ...) = nástroj pojmového uchopení reality

**pojem** – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem slunce, není zdrojem světla, ...)

– **pojem**  $\neq$  **výraz** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem

(pojem(“prvočíslo”)  $\equiv$  pojem(“prime number”))

– **pojem**  $\neq$  **představa** – představa je *subjektivní*, pojem je **objektivní**

– pojmy mohou identifikovat různé objekty:

⇒ jedno individuum – **individuální pojmy** (např. Petr, Pegas, prezident ČR)

⇒ třídu objektů – **vlastnost** (např. červený, šelma, hora)

⇒  $n$ -člennou relaci – **vztah** (např. otec (někoho), křivdit (někdo někomu))

⇒ pravdivostní hodnotu – **propozice** (např. v Brně prší)

⇒ funkcionální přiřazení – **empirické funkce** (např. rychlost)

⇒ číslo – (fyzikální) **veličiny** (např. rychlost světla)

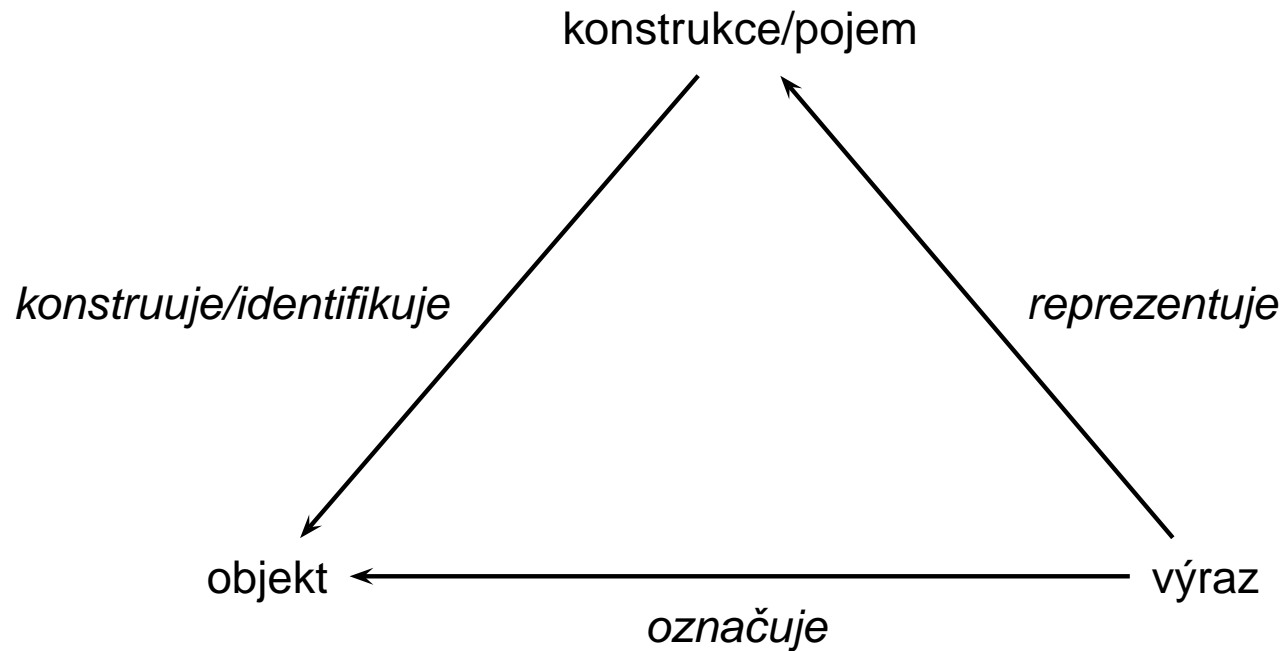
## VZTAH POJMU A VÝRAZU

ve zjednodušené podobě: pojem odpovídá logické **konstrukci**



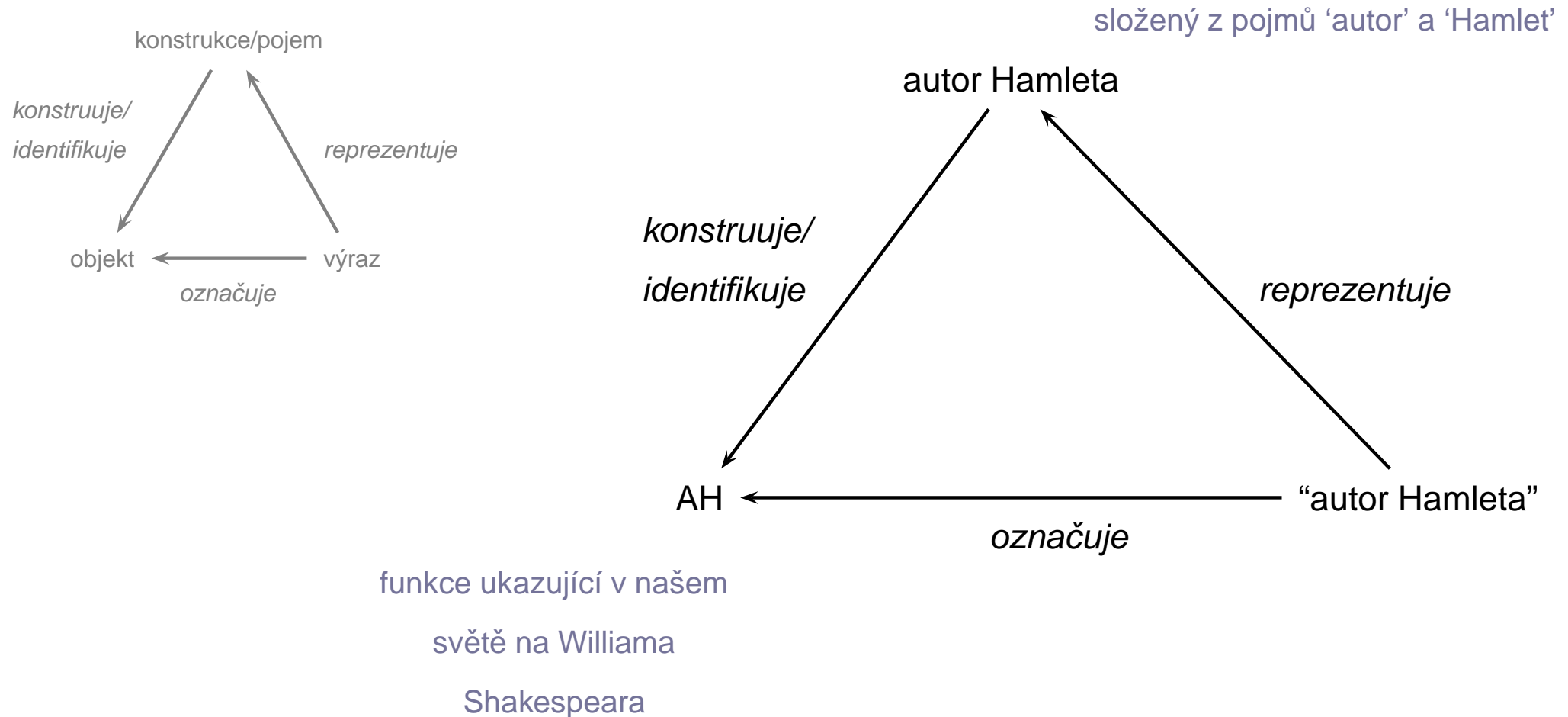
## VZTAH POJMU A VÝRAZU

ve zjednodušené podobě: pojem odpovídá logické **konstrukci**



## VZTAH POJMU A VÝRAZU

ve zjednodušené podobě: pojem odpovídá logické konstrukci



## OMEZENOST PREDIKÁTOVÉ LOGIKY 1. ŘÁDU

- dva omezující rysy:
- nedostatečná expresivita
  - extenzionalismus

## OMEZENOST PREDIKÁTOVÉ LOGIKY 1. ŘÁDU

- dva omezující rysy:
- nedostatečná expresivita
  - extenzionalismus

**Expresivita:** vyjadřovací síla jazyka

*“Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta  $X$  a není vhodný pro pacienta  $Y$ .”*

## OMEZENOST PREDIKÁTOVÉ LOGIKY 1. ŘÁDU

- dva omezující rysy:
- nedostatečná expresivita
  - extenzionalismus

**Expresivita:** vyjadřovací síla jazyka

*“Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta  $X$  a není vhodný pro pacienta  $Y$ .”*

analýza ve **výrokové logice:**

$$P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$$

$P$  “Barva stropu pokoje č. 3 je uklidňující.”

$Q$  “Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta  $X$ .”

$R$  “Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta  $Y$ .”

## OMEZENOST PREDIKÁTOVÉ LOGIKY 1. ŘÁDU

- dva omezující rysy:
- nedostatečná expresivita
  - extenzionalismus

**Expresivita:** vyjadřovací síla jazyka

*“Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta  $X$  a není vhodný pro pacienta  $Y$ .”*

analýza ve **výrokové logice**:

$P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$	$P$	“Barva stropu pokoje č. 3 je uklidňující.”
	$Q$	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $X$ .”
	$R$	“Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $Y$ .”

analýza v **PL1**:

$U(B) \Rightarrow (V(P, X) \wedge \neg V(P, Y))$	$U$	třída uklidňujících objektů
	$B$	individuum ‘barva stropu pokoje č. 3’
	$V$	relace mezi individuy ‘být vhodný pro’
	$P$	individuum ‘pokoj č. 3’
	$X, Y$	individua ‘pacient $X$ ’ a ‘pacient $Y$ ’

## NEDOSTATEČNÁ EXPRESIVITA PL1

*Červená barva je krásnější než hnědá barva. Kostka je červená.*

## NEDOSTATEČNÁ EXPRESIVITA PL1

*Červená barva je krásnější než hnědá barva. Kostka je červená.*

analýza v PL1:

$$Kr(\check{C}_1, H) \quad \check{C}_2(Ko)$$

$\check{C}_1$  individuum 'červená barva'

$\check{C}_2$  vlastnost individuí 'být červený' (třída červených objektů)

nelze vyjádřit  $\check{C}_1 \equiv \check{C}_2$



# EXTENZIONALISMUS PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

Varšava –

hlavní město Polska –

## EXTENZIONALISMUS PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

Varšava – **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné

hlavní město Polska –

## EXTENZIONALISMUS PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

- Varšava – **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné
- hlavní město Polska – **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov

## EXTENZIONALISMUS PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

- Varšava – **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné
  - hlavní město Polska – **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov
- ‘hlavní město Polska’
- závisí na světě a čase
  - pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. **význam** na světě a čase **nezávisí**

## EXTENZIONALISMUS PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

- Varšava – **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné
- hlavní město Polska – **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov
- ‘hlavní město Polska’
- závisí na světě a čase
  - pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. **význam** na světě a čase **nezávisí**

*číslo  $X$  je větší než číslo  $Y$*

*budova  $X$  je větší než budova  $Y$*

matematické **větší než** –

empirické **větší než** –

## EXTENZIONALISMUS PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

- Varšava – **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné
- hlavní město Polska – **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov
- ‘hlavní město Polska’
- závisí na světě a čase
  - pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. **význam** na světě a čase **nezávisí**

*číslo  $X$  je větší než číslo  $Y$*

*budova  $X$  je větší než budova  $Y$*

matematické **větší než** – **relace** dvojic čísel, pevně daná

empirické **větší než** –

## EXTENZIONALISMUS PL1

*Varšava*

*hlavní město Polska*

- Varšava – **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné
- hlavní město Polska – **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov
- ‘hlavní město Polska’
- závisí na světě a čase
  - pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. **význam** na světě a čase **nezávisí**

*číslo  $X$  je větší než číslo  $Y$*

*budova  $X$  je větší než budova  $Y$*

matematické **větší než** – **relace** dvojic čísel, pevně daná

empirické **větší než** – **vztah** dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

## EXTENZIONALISMUS PL1 pokrač.

*ano*

*V Brně prší*

ano –

V Brně prší –



## EXTENZIONALISMUS PL1 pokrač.

*ano*

*V Brně prší*

ano – pravdivostní hodnota *true*

V Brně prší –

## EXTENZIONALISMUS PL1 pokrač.

*ano*

*V Brně prší*

ano – pravdivostní hodnota *true*

V Brně prší – **propozice** – označuje pravdivostní hodnotu, která se mění (alespoň) v čase

## EXTENZIONALISMUS PL1 pokrač.

*ano*

*V Brně prší*

ano – pravdivostní hodnota *true*

V Brně prší – **propozice** – označuje pravdivostní hodnotu, která se mění (alespoň) v čase

i když hodnota někdy závisí na světě a čase, samotný význam na nich nezávisí

## EXTENZE A INTENZE

Definujeme:

- intenze** – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase
- extenze** – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

## EXTENZE A INTENZE

Definujeme:

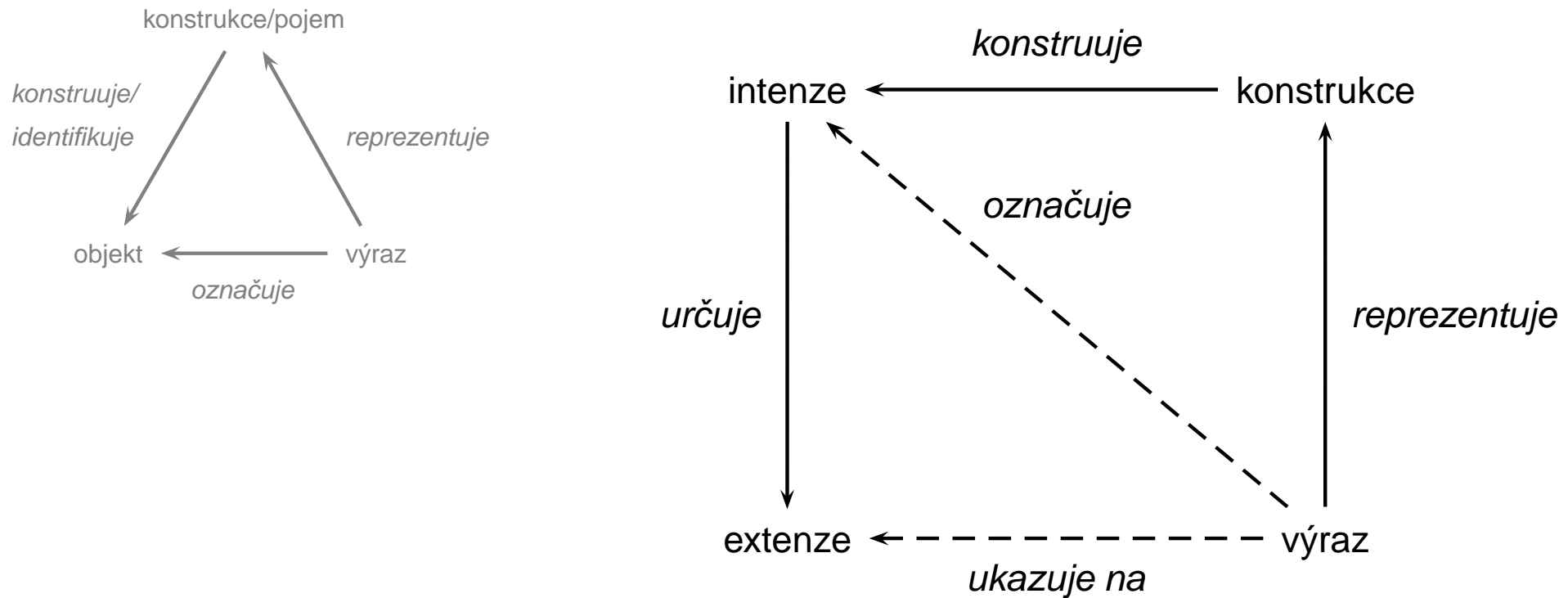
- ☐ **intenze** – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase
- ☐ **extenze** – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

časté extenze a intenze:

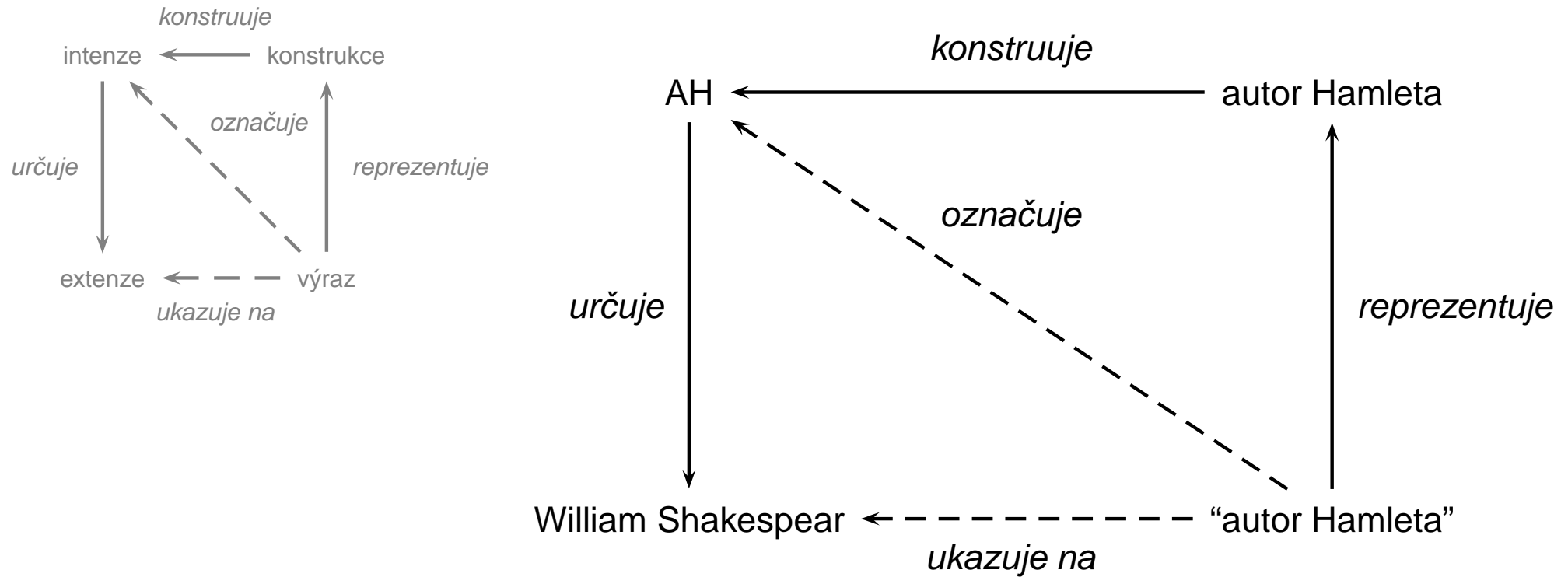
<i>extenze</i>	<i>intenze</i>
individua	individuové role
třídy	vlastnosti
relace	vztahy
pravdivostní hodnoty	propozice
funkce	empirické funkce
čísla	veličiny

## ROZŠÍŘENÝ VZTAH VÝRAZU A VÝZNAMU U INTENZÍ

## ROZŠÍŘENÝ VZTAH VÝRAZU A VÝZNAMU U INTENZÍ



## ROZŠÍŘENÝ VZTAH VÝRAZU A VÝZNAMU U INTENZÍ





---

---

✓ ●	Predikátová logika prvního řádu . . . . .	3
✓ ●	Logická analýza přirozeného jazyka . . . . .	16
⇒ ●	Transparentní intenzionální logika . . . . .	24

## TRANSPARENTNÍ INTENZIONÁLNÍ LOGIKA

- *Transparent Intensional Logic*, TIL
- **logický systém** speciálně navržený pro zachycení **významu výrazů PJ**
- autor **Pavel Tichý**: *The Foundations of Frege's Logic*, de Gruyter, Berlin, New York, 1988.
- obdobná teorie – *Montagueho intenzionální logika* – Tichý ukazuje její nedostatky
- Tichý vychází z myšlenek – *Gottlob Frege* (1848 – 1925, logik) a *Alonzo Church* (1903 – 1995, teorie typů)
- vlastnosti:
  - rozvětvená **typová hierarchie** (s typy **vyšších řádů**)
  - **temporální**
  - **intenzionální** (intenze × extenze)
- **transparentost**:
  1. nositel významu (**konstrukce**) není prvek formálního aparátu, tento aparát pouze *studuje* konstrukce
  2. zachycení intenzionality je přesně popsáno z matematického hlediska

## TYPY V TILU

typ objektu:

– základní typy – **typová báze** =  $\{o, \iota, \tau, \omega\}$

– funcionální typy – **funkce** nad typovou bází

např.  $\iota, ((\iota\tau)\omega), (o\iota), (((o\iota)\tau)\omega), ((o\tau)\omega), \dots$

$((\alpha\tau)\omega) \dots$  závislost na světě a čase, vyjadřuje **intenze** – zápis  $\alpha_{\tau\omega}$

– typy **vyšších řádů** – obsahují i třídy konstrukcí řádu  $n$  –  $*_n$

## ZÁKLADNÍ TYPY TILU

umožňují přiřadit typ objektům z **intenzionální báze** jazyka – třída **základních vlastností** (barvy, rozměry, postoje, ...) popisujících stav světa

□ **o** (omikron, o) ... **pravdivostní hodnoty** Pravda (*true*, T) a Nepravda (*false*, F)

přesně odpovídají běžným logikám, typy **logických operátorů** –  $(oo)$ ,  $(ooo)$

□ **ι** (jota) ... třída **individuí**

individua ovšem ne jako kompletní objekty, ale jako **numerická identifikace** nestrukturované entity

□ **τ** (tau) ... třída **časových okamžiků** (jako časového kontinua)

zachycení závislosti na čase; současně třída **reálných čísel**

□ **ω** (omega) ... třída **možných světů**

zachycení empirické závislosti na stavu světa

## MOŽNÉ SVĚTY

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716, filozof a matematik)

požadavky na definici možného světa:

- soubor **myslitelných faktů**
- je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
- je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy existuje právě jeden **aktuální** svět – jeho znalost  $\equiv$  vševědoucnost

## MOŽNÉ SVĚTY

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716, filozof a matematik)

požadavky na definici možného světa:

- soubor **myslitelných faktů**
- je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
- je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy existuje právě jeden **aktuální** svět – jeho znalost  $\equiv$  vševědoucnost

**možný svět v TILu** = *rozhodovací systém*, pro  $\forall$  prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

## MOŽNÉ SVĚTY

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716, filozof a matematik)

požadavky na definici možného světa:

- soubor **myslitelných faktů**
- je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
- je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy existuje právě jeden **aktuální** svět – jeho znalost  $\equiv$  vševědoucnost

**možný svět v TILu** = *rozhodovací systém*, pro  $\forall$  prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

příklad – realita s 2 objekty a 2 vlastnostmi (9 možných světů):

být hubený	být tlustý			
	{Laurel, Hardy}	{Laurel}	{Hardy}	$\emptyset$
{Laurel, Hardy}	×	×	×	$w_1$
{Laurel}	×	×	$w_2$	$w_3$
{Hardy}	×	$w_4$	×	$w_5$
$\emptyset$	$w_6$	$w_7$	$w_8$	$w_9$

## PRINCIP INTENZÍ V TILU

být hubený ... objekt typu  $(ol)_{\tau\omega}$ , funkce z možných světů a času do tříd individuí

$w$  ... proměnná typu  $\omega$ , možný svět

$t$  ... proměnná typu  $\tau$ , časový okamžik

---

[**být hubený**  $w t$ ] ... konstruuje  $(ol)$ -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě  $w$  a čase  $t$  vlastnost být hubený (značíme **být hubený** <sub>$wt$</sub> )



## PRINCIP INTENZÍ V TILU

být hubený ... objekt typu  $(ol)_{\tau\omega}$ , funkce z možných světů a času do tříd individuí

$w$  ... proměnná typu  $\omega$ , možný svět

$t$  ... proměnná typu  $\tau$ , časový okamžik

---

[**být hubený**  $w t$ ] ... konstruuje  $(ol)$ -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě  $w$  a čase  $t$  vlastnost být hubený (značíme **být hubený** $_{wt}$ )

pokud aplikujeme jen  $w$  –  
získáme **chronologii**

Americký prezident $_{w_{act}}$  (zkr.  $\mathbf{P}_{w_{act}}$ ) ...  $l_{\tau}$   $\mathbf{P}_{w_{act}t_0} \dots l$ :



## PRINCIP INTENZÍ V TILU

být hubený ... objekt typu  $(ol)_{\tau\omega}$ , funkce z možných světů a času do tříd individuí  
 $w$  ... proměnná typu  $\omega$ , možný svět  
 $t$  ... proměnná typu  $\tau$ , časový okamžik

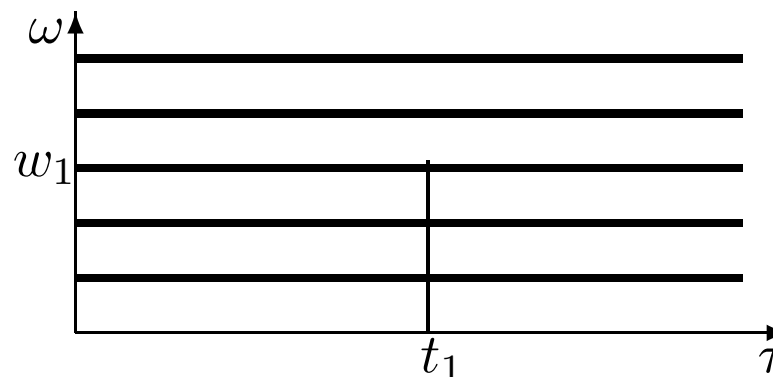
**[být hubený  $w t$ ]** ... konstruuje  $(ol)$ -objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě  $w$  a čase  $t$  vlastnost být hubený (značíme **být hubený** $_{wt}$ )

pokud aplikujeme jen  $w$  –  
 získáme **chronologii**

Americký prezident $_{w_{act}}$  (zkr.  $P_{w_{act}}$ ) ...  $l_{\tau}$   $P_{w_{act}t_0} \dots l$ :



**intenzionální sestup** – identifikace extenze  
 pomocí intenze, světa  $w_1$  a času  $t_1$



## NEJČASTĚJŠÍ TYPY

<i>extenze</i>			<i>intenze</i>		
individua	...	$\iota$	individuové role	...	$\iota_{\mathcal{T}\omega}$
třídy	...	$(o\iota)$	vlastnosti	...	$(o\iota)_{\mathcal{T}\omega}$
relace	...	$(o\alpha\beta)$	vztahy	...	$(o\alpha\beta)_{\mathcal{T}\omega}$
pravdivostní hodnoty	...	$o$	propozice	...	$o_{\mathcal{T}\omega}, \pi$
funkce	...	$(\alpha\beta)$	empirické funkce	...	$(\alpha\beta)_{\mathcal{T}\omega}$
čísla	...	$\tau$	veličiny	...	$\tau_{\mathcal{T}\omega}$

## KONSTRUKCE

### konstrukce v TILu:

- **proměnná** typu  $\alpha$ , v závislosti na **valuaci** konstruuje  $\alpha$ -objekt

$x \dots l$

- **trivializace** objektu  $A$  typu  $\alpha$ , konstruuje právě objekt  $A$

${}^0A \dots \alpha \quad \mathbf{A} \dots \alpha$

- **aplikace** konstrukce  $X \dots (\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$  na konstrukce  $Y_1, \dots, Y_n$  typů  $\beta_1, \dots, \beta_n$ , konstruuje objekt typu  $\alpha$

$[XY_1 \dots Y_n] \dots \alpha$

- **abstrakce** konstrukce  $Y \dots \alpha$  na proměnných  $x_1, \dots, x_n$  typů  $\beta_1, \dots, \beta_n$ , konstruuje objekt/funkci typu  $(\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$

$\lambda x_1 \dots x_n [Y] \dots (\alpha\beta_1 \dots \beta_n)$

## PŘÍKLADY ANALÝZY PODSTATNÝCH JMEN

pes, člověk

 $x \dots \iota: \mathbf{pes}_{wt}x, \text{pes}/(ol)_{\tau\omega}$ 

individuum z dané třídy individuí

prezident

prezident/ $\iota_{\tau\omega}$ 

individuová role

volitelnost

volitelnost/ $(ol_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ 

vlastnost individuové role

výška

výška/ $(\tau\iota)_{\tau\omega}$ 

empirická funkce

výrok, tvrzení

 $p \dots *n: \mathbf{výrok}_{wt}p, \text{výrok}/(o*n)_{\tau\omega}$ 

konstrukce propozice z dané třídy

konstrukcí propozic

válka, smích, zvonění

válka/ $(o(o\pi))_{\omega}$ 

třída epizod – aktivita, která kore-

sponduje se slovesem

leden, podzim

leden/ $(o(o\tau))$ 

třída časových okamžiků — časové

intervaly

## PŘÍKLADY PŘÍNOSU TILU

→ propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \mathbf{ř} \mathbf{í} \mathbf{k} \mathbf{á} \mathbf{_{wt}} Petr^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \mathbf{v} \mathbf{ě} \mathbf{ř} \mathbf{í} \mathbf{_{wt}} Tom^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \mathbf{k} \mathbf{u} \mathbf{l} \mathbf{a} \mathbf{t} \mathbf{á} \mathbf{_{wt}} \mathbf{Z} \mathbf{e} \mathbf{m} \mathbf{ě} \right] \right] \right] \right] \right]$$

## PŘÍKLADY PŘÍNOSU TILU

### → propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř}íká_{wt} Petr^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v}ěří_{wt} Tom^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k}ulatá_{wt} Země \right] \right] \right] \right] \right]$$

### → existence neexistujícího

*Pes existuje. Jednorožec neexistuje.*

v PL1:  $\exists x(x = \text{pes})$        $\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$

## PŘÍKLADY PŘÍNOSU TILU

## → propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \mathbf{ř}íká_{wt} Petr^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \mathbf{v}ěří_{wt} Tom^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \mathbf{k}ulatá_{wt} Země \right] \right] \right] \right] \right]$$

## → existence neexistujícího

*Pes existuje. Jednorožec neexistuje.*

$$\text{v PL1:} \quad \exists x (x = \text{pes}) \quad \neg \exists x (x = \text{jednorožec})$$

$$(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x (x = \text{jednorožec}))$$



## PŘÍKLADY PŘÍNOSU TILU

## → propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{á} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

## → existence neexistujícího

*Pes existuje.*

*Jednorožec neexistuje.*

v PL1:  ~~$\exists x(x = \text{pes})$~~        ~~$\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$~~

$(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x(x = \text{jednorožec}))$

## PŘÍKLADY PŘÍNOSU TILU

## → propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{á} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Země} \right] \right] \right] \right] \right]$$

## → existence neexistujícího

*Pes existuje.*

*Jednorožec neexistuje.*

v PL1:  ~~$\exists x(x = \text{pes})$~~        ~~$\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$~~

$$(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x(x = \text{jednorožec}))$$

v TILu:

$$(*) \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0 \neg [ \text{E}x_{wt} \text{jednorožec} ] \right], \quad \text{E}x \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[ {}^0 \sum_{\iota} [ \lambda x [ p_{wt} x ] ] \right]$$

$$\text{E}x \dots (o(o\iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$$

(\*) ... “třída všech individuí s vlastností ‘být jednorožcem’ je v daném světě a čase prázdná.”

## PŘÍKLADY PŘÍNOSU TILU

## → propoziční postoje

*Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

$$\lambda w \lambda t \left[ \text{ř} \text{í} \text{k} \text{á}_{wt} \text{Petr}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{v} \text{ě} \text{ř} \text{í}_{wt} \text{Tom}^0 \left[ \lambda w \lambda t \left[ \text{k} \text{u} \text{l} \text{á} \text{t} \text{á}_{wt} \text{Zem} \text{ě} \right] \right] \right] \right] \right]$$

## → existence neexistujícího

*Pes existuje.*

*Jednorožec neexistuje.*

v PL1:  ~~$\exists x(x = \text{pes})$~~        ~~$\neg \exists x(x = \text{jednorožec})$~~

$$(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x(x = \text{jednorožec}))$$

v TILu:

$$(*) \quad \lambda w \lambda t \left[ {}^0 \neg [Ex_{wt} \text{jednorožec}] \right], \quad Ex \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \left[ {}^0 \sum_{\iota} [\lambda x [p_{wt} x]] \right]$$

$$Ex \dots (o(o\iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$$

(\*) ... “třída všech individuí s vlastností ‘být jednorožcem’ je v daném světě a čase prázdná.”

## → intenzionalita, vlastnosti vlastností, analýza epizod, analýza gramatického času, ...