

Hry a základní herní strategie

Aleš Horák

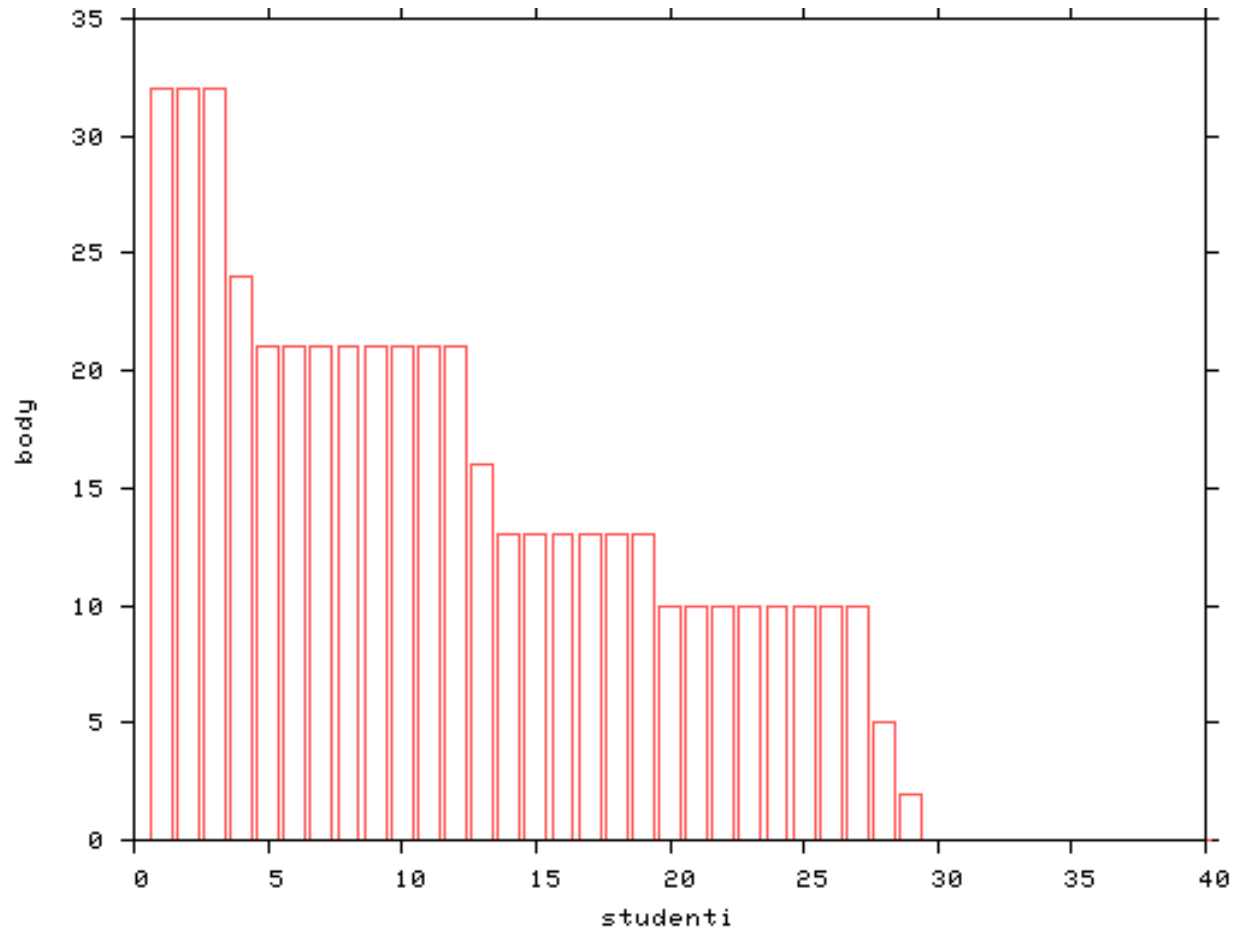
E-mail: `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

- Statistické výsledky průběžné písemky
- Hry vs. Prohledávání stavového prostoru
- Algoritmus Minimax
- Algoritmus Alfa-Beta prořezávání
- Nedeterministické hry
- Hry s nepřesnými znalostmi

STATISTICKÉ VÝSLEDKY PRŮBĚŽNÉ PÍSEMKY



průběžná písemka PB016

39 studentů

Body	Počet studentů
32	3
24	1
21	8
16	1
13	6
10	8
5	1
2	1
0	10

HRY × PROHLEDÁVÁNÍ STAVOVÉHO PROSTORU

Multiagentní prostředí:

- agent musí brát v úvahu **akce jiných agentů** → jak ovlivní jeho vlastní prospěch
- vliv ostatních agentů – **prvek náhody**
- **kooperativní** × **soupeřící** multiagentní prostředí (MP)

Hry:

- matematická **teorie her** (odvětví ekonomie) – kooperativní i soupeřící MP, kde vliv všech agentů je **významný**
- **hra v UI** = obv. deterministické MP, 2 střídající se agenti, výsledek hry je vzájemně opačný nebo shoda

Algoritmy soupeřícího prohledávání (*adversarial search*):

- oponent dělá **dopředu neurčitelné** tahy → řešením je **strategie**, která počítá se všemi možnými tahy protivníka
- **časový limit** ⇒ zřejmě nenajdeme optimální řešení → hledáme **lokálně optimální** řešení

HRY A UI – HISTORIE

- Babbage, 1846 – počítač porovnává přínos různých herních tahů
- von Neumann, 1944 – algoritmy perfektní hry
- Zuse, Wiener, Shannon, 1945–50 – přibližné vyhodnocování
- Turing, 1951 – první šachový program (jen na papíře)
- Samuel, 1952–57 – strojové učení pro zpřesnění vyhodnocování
- McCarthy, 1956 – prořezávání pro možnost hlubšího prohledávání

HRY A UI – HISTORIE

- Babbage, 1846 – počítač porovnává přínos různých herních tahů
- von Neumann, 1944 – algoritmy perfektní hry
- Zuse, Wiener, Shannon, 1945–50 – přibližné vyhodnocování
- Turing, 1951 – první šachový program (jen na papíře)
- Samuel, 1952–57 – strojové učení pro zpřesnění vyhodnocování
- McCarthy, 1956 – prořezávání pro možnost hlubšího prohledávání

řešení her je zajímavým předmětem studia ← je **obtížné**:

průměrný faktor větvení v šachách $b = 35$

pro 50 tahů 2 hráčů ... prohledávací strom $\approx 35^{100} \approx 10^{154}$ uzlů ($\approx 10^{40}$ stavů)

HRY A UI – AKTUÁLNÍ VÝSLEDKY

- ❑ **dáma** – 1994 program *Chinook* porazil světovou šampionku Marion Tinsley. Používá úplnou databázi tahů pro ≤ 8 figur (443 748 401 247 pozic).
- ❑ **šachy** – 1997 porazil stroj *Deep Blue* světového šampiona Gary Kasparova $3\frac{1}{2}$ – $2\frac{1}{2}$. Stroj počítá 200 mil pozic/s, sofistikované vyhodnocování a nezveřejněné metody pro prozkoumávání některých tahů až do hloubky 40 tahů.
- ❑ **Othello** – světoví šampioni odmítají hrát s počítači, protože stroje jsou příliš dobré
- ❑ **Go** – do roku 2008 světoví šampioni odmítali hrát s počítači, protože stroje jsou příliš slabé. V Go je $b > 300$, takže počítače mohou používat téměř pouze znalostní bázi vzorových her.
V roce 2009 – první programy dosahují pokročilejší amatérské úrovně (zejména na desce 9×9 , nižší úroveň i na 19×19).

TYPY HER

	<i>deterministické</i>	<i>s náhodou</i>
<i>perfektní znalosti</i>	šachy, dáma, Go, Othello	backgammon, monopoly
<i>nepřesné znalosti</i>		bridge, poker, scrabble

HLEDÁNÍ OPTIMÁLNÍHO TAHU

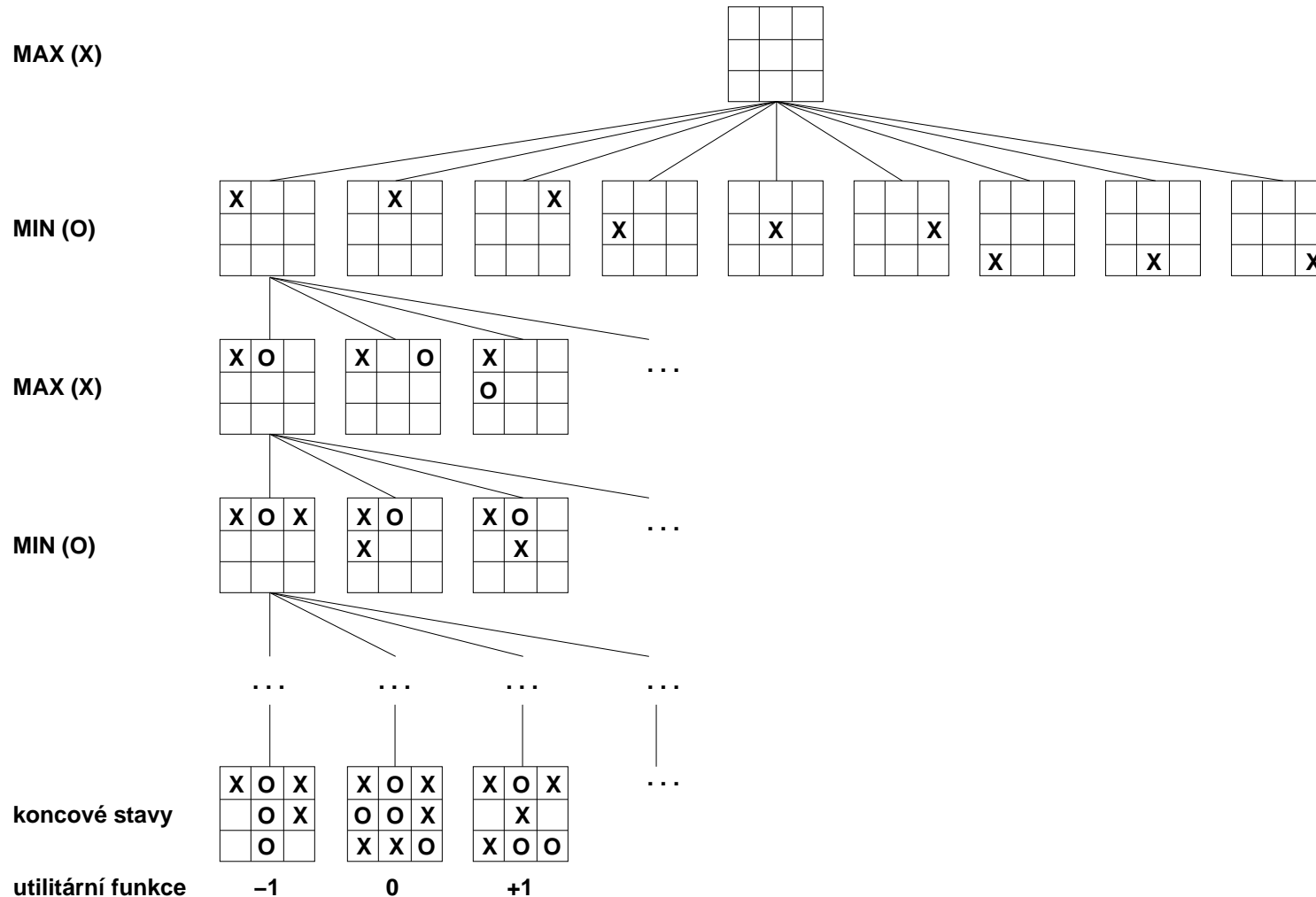
2 hráči – **MAX** a **MIN**, MAX je první na tahu a pak se střídají až do konce hry

hra = prohledávací problém:

- ❑ **počáteční stav** – počáteční herní situace + kdo je na tahu
- ❑ **přechodová funkce** – vrací dvojice (legální tah, výsledný stav)
- ❑ **ukončovací podmínka** – určuje, kdy hra končí, označuje **koncové stavy**
- ❑ **utilitární funkce** – numerické ohodnocení koncových stavů

HLEDÁNÍ OPTIMÁLNÍHO TAHU pokrač.

počáteční stav a přechodová funkce definují **herní strom**:



ALGORITMUS MINIMAX

MAX (\triangle) musí *prohledat* herní strom pro zjištění nejlepšího tahu proti MIN (∇)

→ zjistit nejlepší **hodnotu minimax** – zajišťuje *nejlepší výsledek* proti *nejlepšímu protivníkovi*

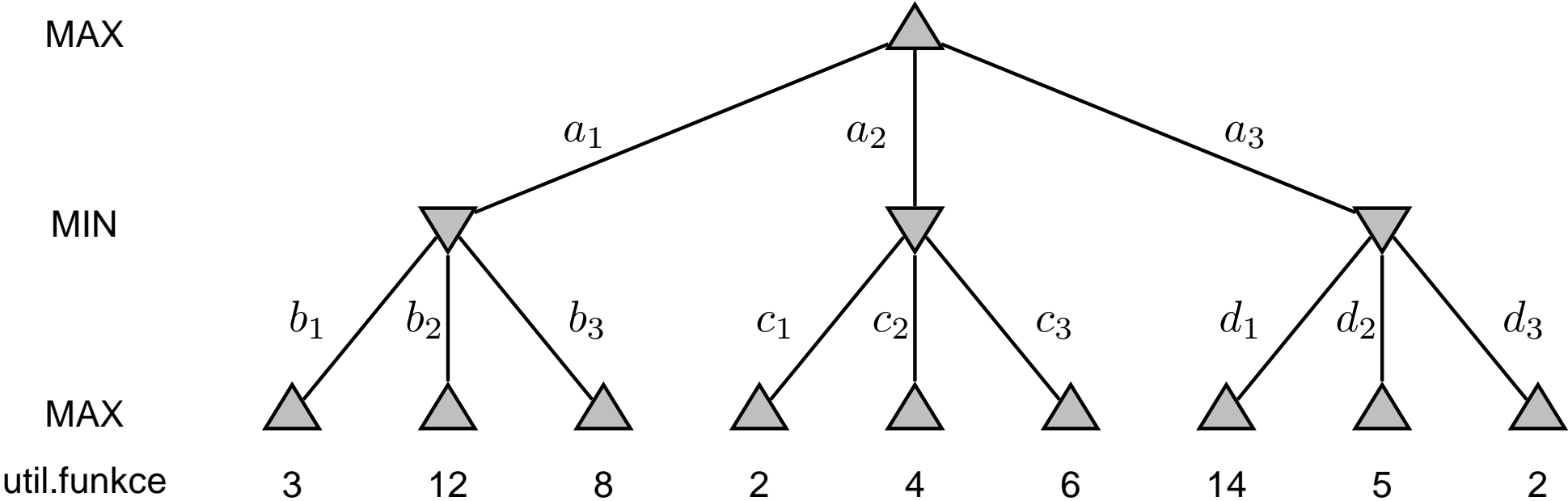
$$\text{Hodnota minimax}(n) = \begin{cases} \text{utility}(n) & \text{pro koncový stav } n \\ \max_{s \in \text{moves}(n)} \text{Hodnota minimax}(s) & \text{pro MAX uzel } n \\ \min_{s \in \text{moves}(n)} \text{Hodnota minimax}(s) & \text{pro MIN uzel } n \end{cases}$$

ALGORITMUS MINIMAX pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)

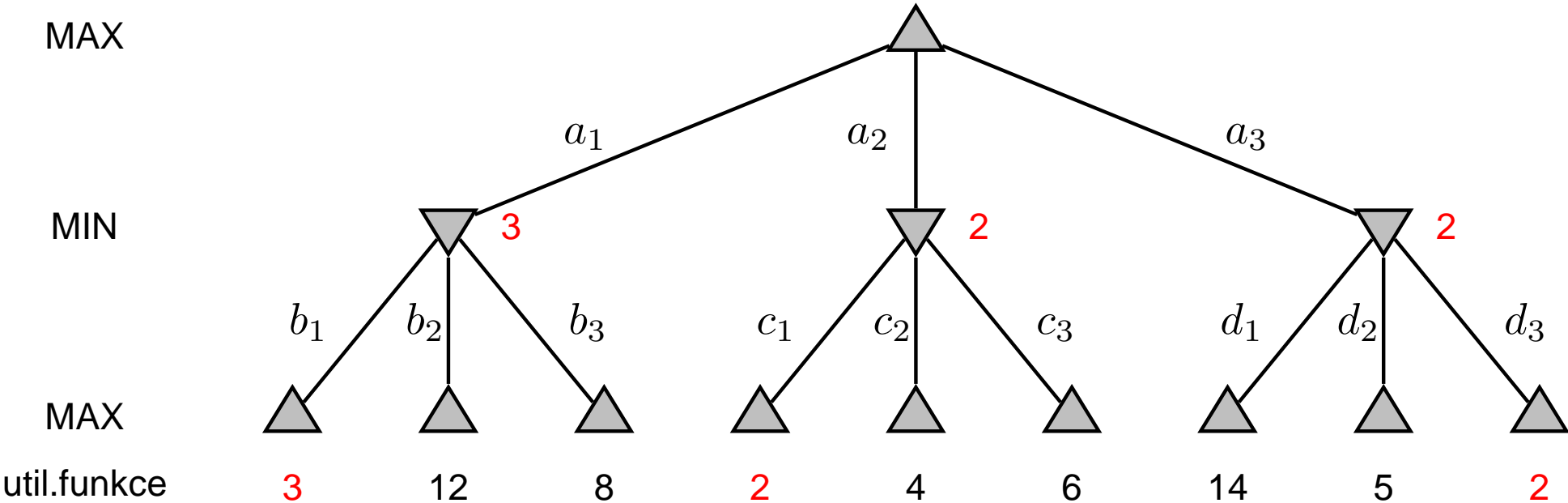
ALGORITMUS MINIMAX pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



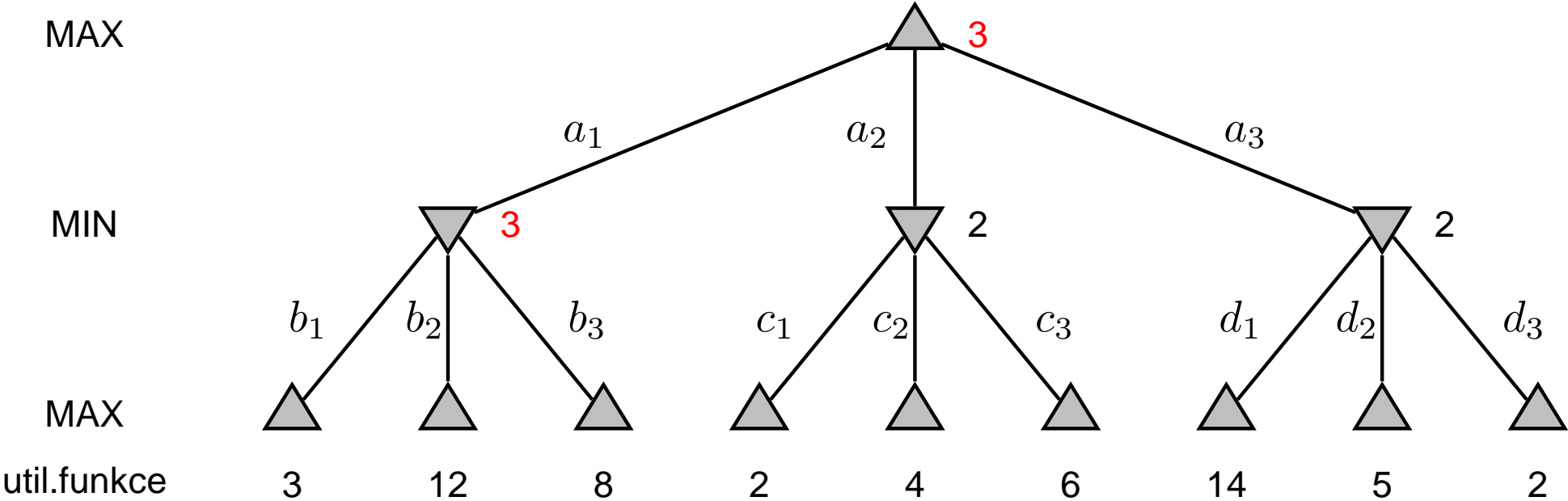
ALGORITMUS MINIMAX pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



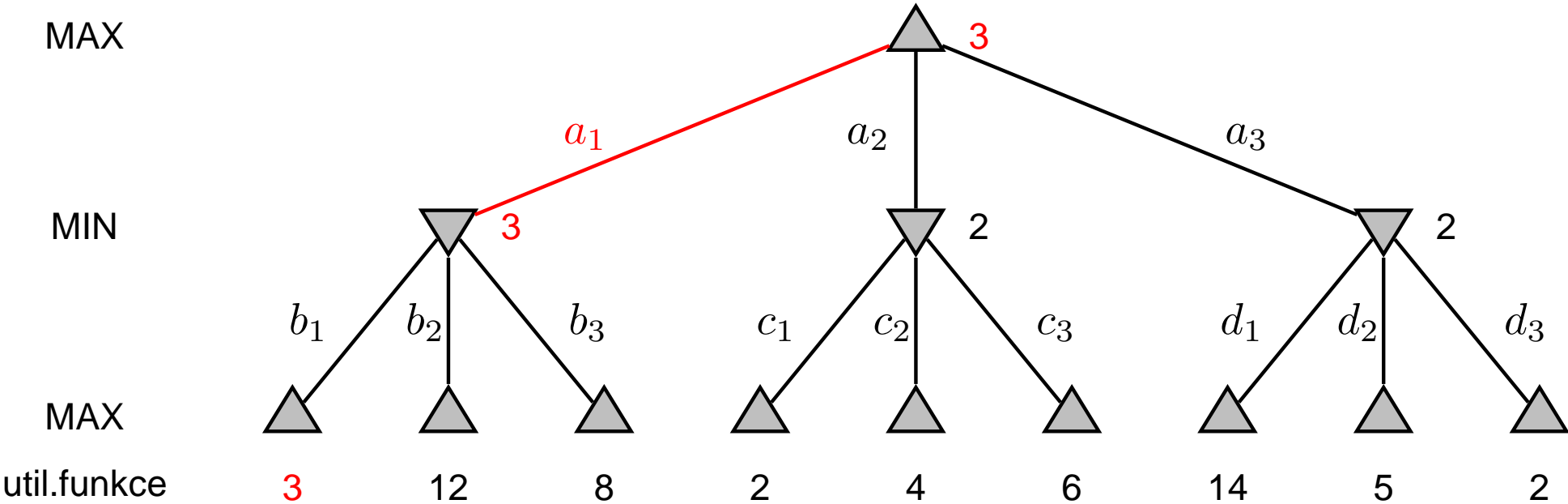
ALGORITMUS MINIMAX pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



ALGORITMUS MINIMAX pokrač.

příklad – hra jen na jedno kolo = 2 tahy (půlkola)



ALGORITMUS MINIMAX pokrač.

```

% minimax( Pos, BestSucc, Val ):
%   Pos je rozložení figur , Val je minimaxová hodnota tohoto rozložení ;
%   nejlepší tah z Pos vede do rozložení BestSucc
minimax( Pos, BestSucc, Val ) :-
    moves( Pos, PosList, !,                % PosList je seznam legálních tahů z Pos
    best( PosList, BestSucc, Val )
    ;
    staticval ( Pos, Val).                % Pos nemá následníky: ohodnotíme staticky

best( [ Pos ], Pos, Val ) :-
    minimax( Pos, _, Val ), !.
best( [ Pos1 | PosList ], BestPos, BestVal ) :-
    minimax( Pos1, _, Val1 ),
    best( PosList, Pos2, Val2 ),
    betterof ( Pos1, Val1, Pos2, Val2, BestPos, BestVal ).
betterof ( Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos0, Val0 ) :- % Pos0 je lepší než Pos1
    min_to_move( Pos0),                          % MIN na tahu v Pos0
    Val0 > Val1, !                                % MAX chce nejvyšší hodnotu
    ;
    max_to_move( Pos0),                           % MAX na tahu v Pos0
    Val0 < Val1, !                                % MIN chce nejmenší hodnotu
    betterof ( Pos0, Val0, Pos1, Val1, Pos1, Val1 ). % jinak je Pos1 lepší než Pos0
    
```


ALGORITMUS MINIMAX – VLASTNOSTI

úplnost

optimálnost

časová složitost

prostorová složitost

ALGORITMUS MINIMAX – VLASTNOSTI

úplnost úplný pouze pro **konečné** stromy

optimálnost

časová složitost

prostorová složitost

ALGORITMUS MINIMAX – VLASTNOSTI

úplnost

úplný pouze pro **konečné** stromy

optimálnost

je optimální proti optimálnímu oponentovi

časová složitost

prostorová složitost

ALGORITMUS MINIMAX – VLASTNOSTI

úplnost

úplný pouze pro **konečné** stromy

optimálnost

je optimální proti optimálnímu oponentovi

časová složitost

$O(b^m)$

prostorová složitost

ALGORITMUS MINIMAX – VLASTNOSTI

<i>úplnost</i>	úplný pouze pro konečné stromy
<i>optimálnost</i>	je optimální proti optimálnímu oponentovi
<i>časová složitost</i>	$O(b^m)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bm)$, prohledávání do hloubky

ALGORITMUS MINIMAX – VLASTNOSTI

<i>úplnost</i>	úplný pouze pro konečné stromy
<i>optimálnost</i>	je optimální proti optimálnímu oponentovi
<i>časová složitost</i>	$O(b^m)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bm)$, prohledávání do hloubky

šachy ... $b \approx 35, m \approx 100 \Rightarrow$ přesné řešení není možné

např. $b^m = 10^6, b = 35 \Rightarrow m \approx 4$

4-tahy \approx člověk-nováček

8-tahů \approx člověk-mistr, typické PC

12-tahů \approx Deep Blue, Kasparov

ALGORITMUS ALFA-BETA PROŘEZÁVÁNÍ

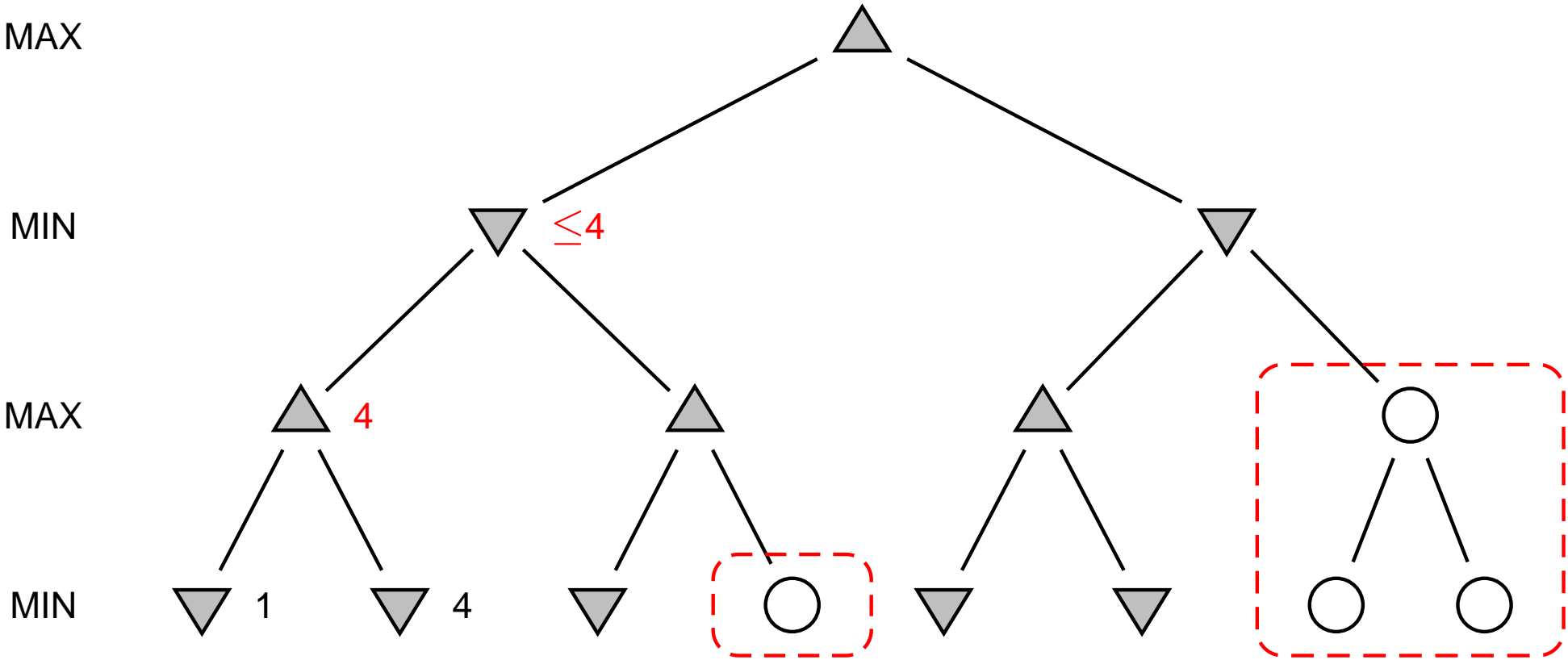
Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu

ALGORITMUS ALFA-BETA PROŘEZÁVÁNÍ

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

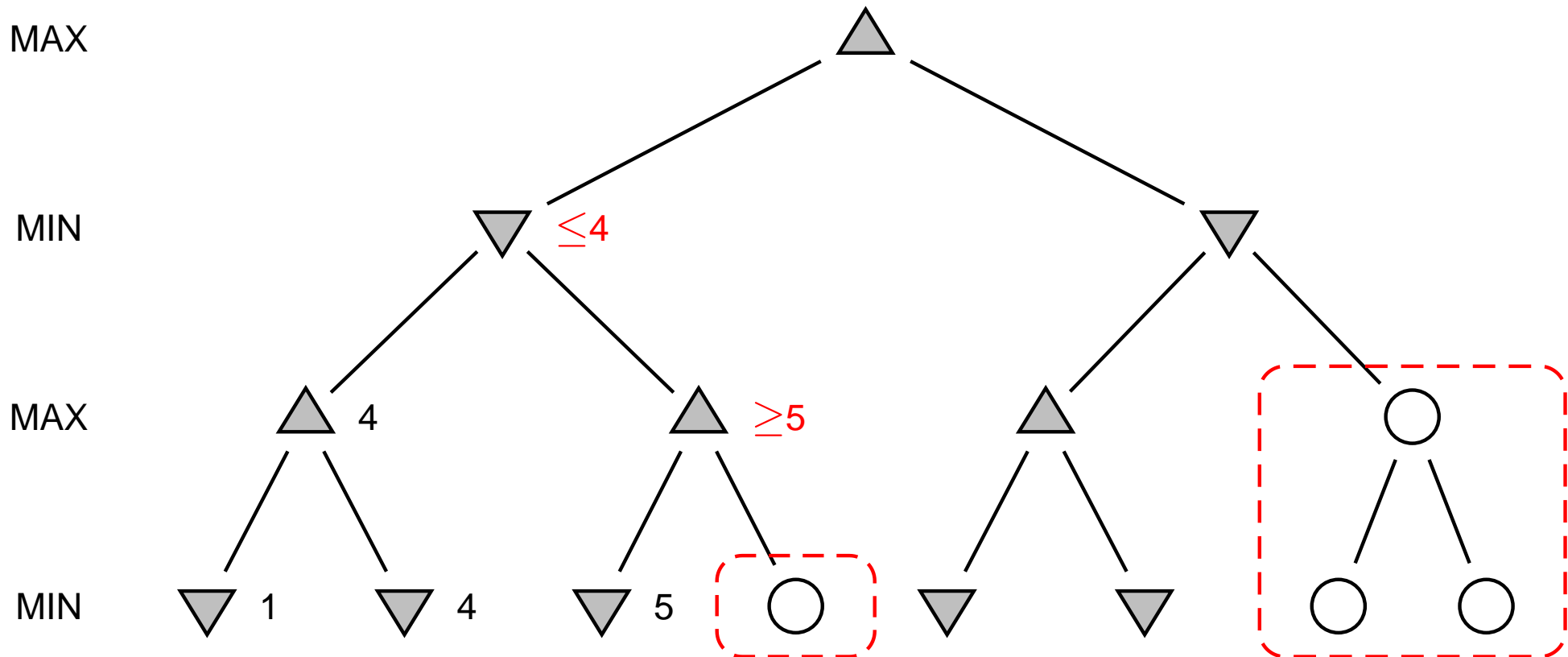
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



ALGORITMUS ALFA-BETA PROŘEZÁVÁNÍ

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

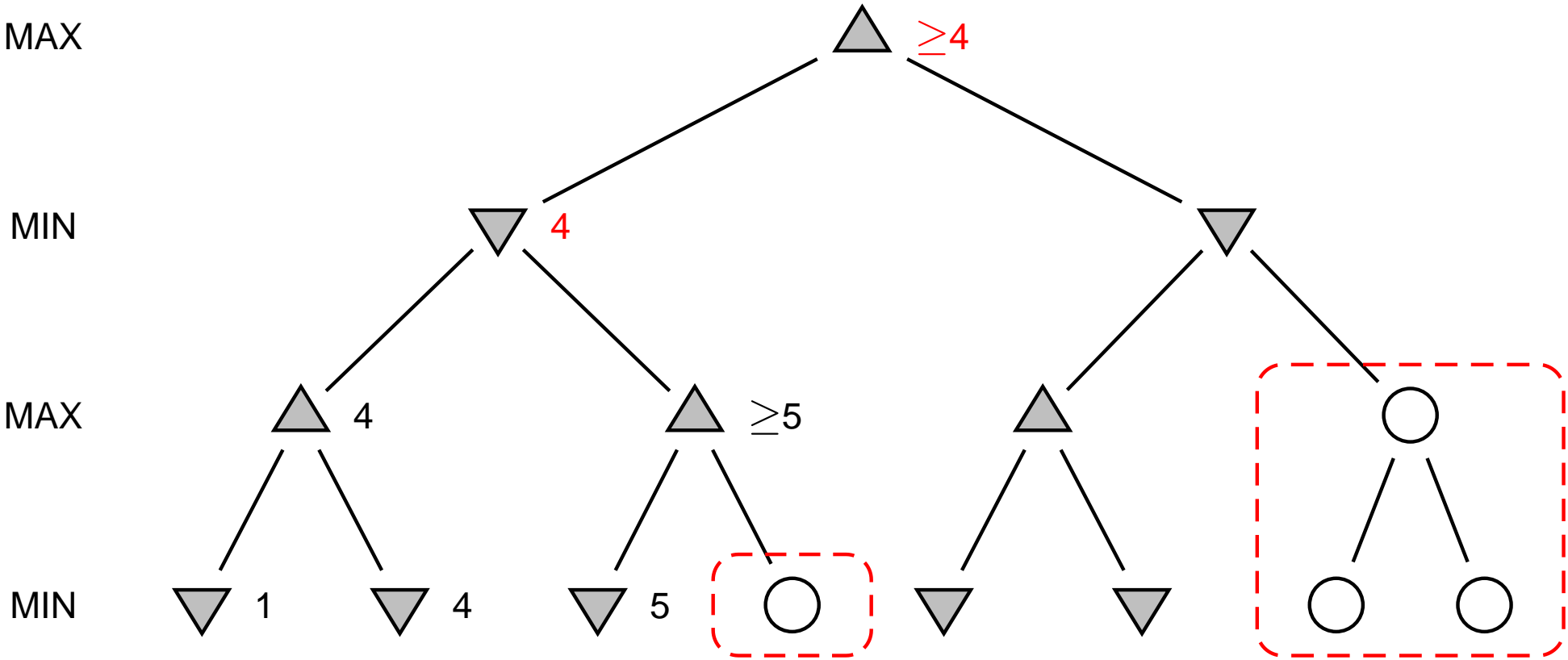
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některý uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



ALGORITMUS ALFA-BETA PROŘEZÁVÁNÍ

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

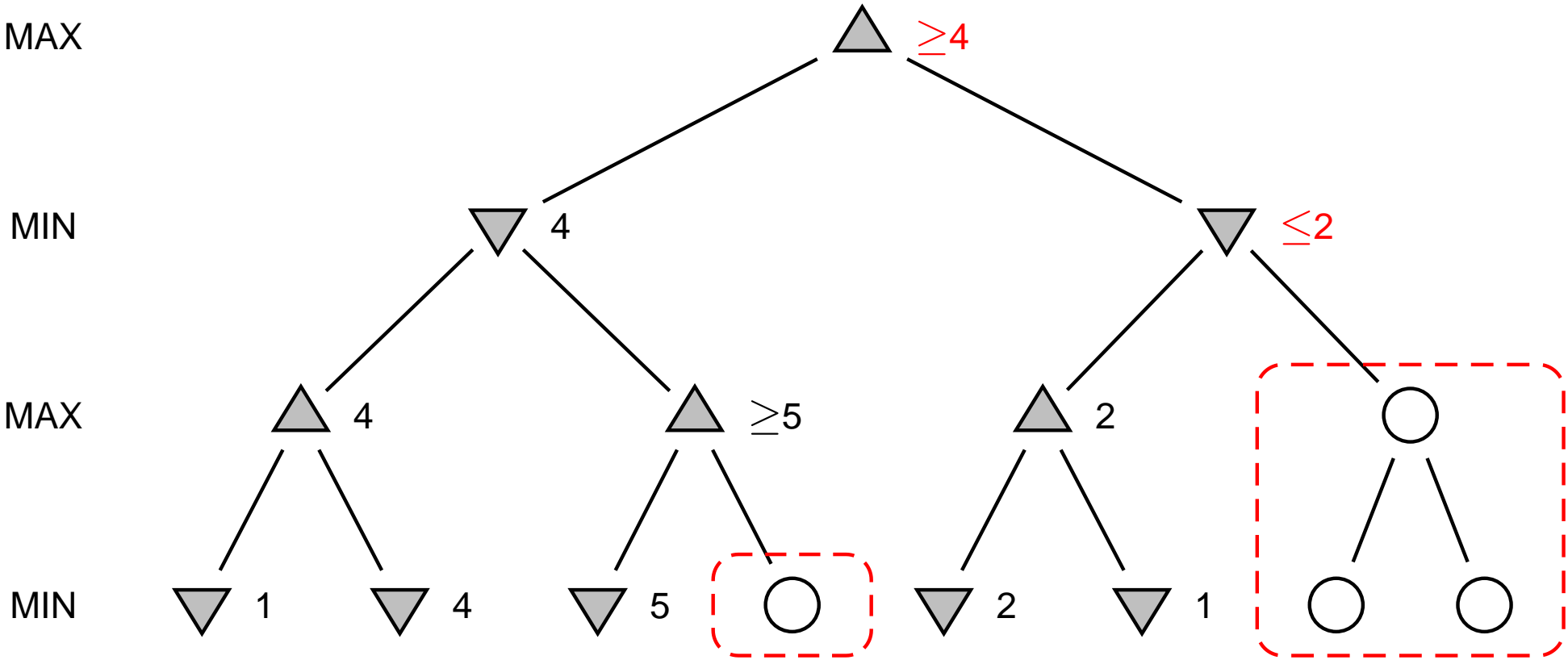
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některých uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



ALGORITMUS ALFA-BETA PROŘEZÁVÁNÍ

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

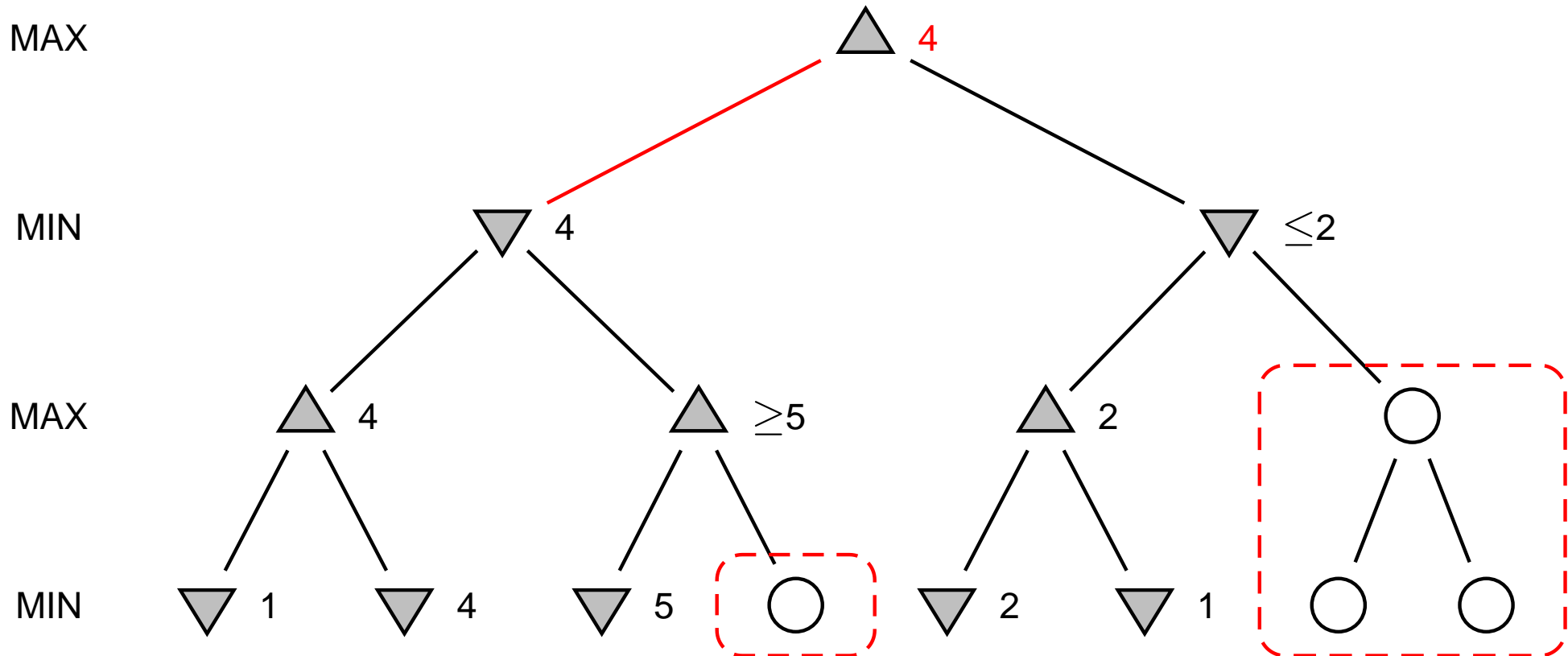
Alfa-Beta **odřízne** expanzi některých uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



ALGORITMUS ALFA-BETA PROŘEZÁVÁNÍ

Příklad stromu, který zpracuje predikát **minmax**

Alfa-Beta **odřízne** expanzi některých uzlů \Rightarrow Alfa-Beta procedura je **efektivnější** variantou minimaxu



ALGORITMUS ALFA-BETA – VLASTNOSTI

- prořezávání **neovlivní** výsledek \Rightarrow je **stejný** jako u minimaxu
- dobré **uspořádání** přechodů (možných tahů) ovlivní **efektivitu** prořezávání
- v případě “nejlepšího” uspořádání **časová složitost** = $O(b^{m/2})$
 - \Rightarrow **zdvojí** hloubku prohledávání
 - \Rightarrow může snadno dosáhnout hloubky 8 v šachu, což už je použitelná úroveň

ALGORITMUS ALFA-BETA – VLASTNOSTI

- prořezávání **neovlivní** výsledek \Rightarrow je **stejný** jako u minimaxu
- dobré **uspořádání** přechodů (možných tahů) ovlivní **efektivitu** prořezávání
- v případě “nejlepšího” uspořádání **časová složitost** = $O(b^{m/2})$
 - \Rightarrow **zdvojí** hloubku prohledávání
 - \Rightarrow může snadno dosáhnout hloubky 8 v šachu, což už je použitelná úroveň

označení $\alpha - \beta$:

- α ... doposud nejlepší hodnota pro MAXe
- β ... doposud nejlepší hodnota pro MINa
- $\langle \alpha, \beta \rangle$... interval ohodnocovací funkce v průběhu výpočtu (na začátku $\langle -\infty, \infty \rangle$)

→ minimax ... $V(P)$ $\alpha - \beta$... $V(P, \alpha, \beta)$

když $V(P) \leq \alpha$ $V(P, \alpha, \beta) = \alpha$

když $\alpha < V(P) < \beta$ $V(P, \alpha, \beta) = V(P)$

když $V(P) \geq \beta$ $V(P, \alpha, \beta) = \beta$

ALGORITMUS ALFA-BETA PROŘEZÁVÁNÍ

```

alphabeta( Pos, Alpha, Beta, GoodPos, Val) :- moves( Pos, PosList), !,
    boundedbest( PosList, Alpha, Beta, GoodPos, Val);
    staticval ( Pos, Val).                % statické ohodnocení Pos
    
```

```

boundedbest( [Pos | PosList], Alpha, Beta, GoodPos, GoodVal) :-
    alphabeta( Pos, Alpha, Beta, _, Val),
    goodenough( PosList, Alpha, Beta, Pos, Val, GoodPos, GoodVal).
    
```

```

goodenough( [], _, _, Pos, Val, Pos, Val) :- !.    % nejsou další kandidáti
goodenough( _, Alpha, Beta, Pos, Val, Pos, Val) :-
    min_to_move( Pos), Val > Beta, !                % MAX dosáhl horní hranici
    ; max_to_move( Pos), Val < Alpha, !.           % MIN dosáhl dolní hranici
    
```

```

goodenough( PosList, Alpha, Beta, Pos, Val, GoodPos, GoodVal) :-
    newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, NewAlpha, NewBeta), % uprav hranice
    boundedbest( PosList, NewAlpha, NewBeta, Pos1, Val1),
    betterof( Pos, Val, Pos1, Val1, GoodPos, GoodVal).
    
```

```

newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, Val, Beta) :-
    min_to_move( Pos), Val > Alpha, !.             % MAX zvýšil dolní hranici
newbounds( Alpha, Beta, Pos, Val, Alpha, Val) :-
    max_to_move( Pos), Val < Beta, !.             % MIN snížil horní hranici
newbounds( Alpha, Beta, _, _, Alpha, Beta).      % jinak hranice nezměněny
    
```

```

betterof( Pos, Val, Pos1, Val1, Pos, Val) :- min_to_move( Pos), Val > Val1, !
    ; max_to_move( Pos), Val < Val1, !.           % Pos je lepší než Pos1
betterof( _, _, Pos1, Val1, Pos1, Val1).        % jinak je lepší Pos1
    
```

ČASOVÉ OMEZENÍ

předpokládejme, že máme 100 sekund + prozkoumáme 10^4 uzlů/s $\Rightarrow 10^6$ uzlů na 1 tah

řešení:

- ❑ **ohodnocovací funkce** odhad přínosu pozice
- ❑ **ořezávací test** (*cutoff test*) – např. hloubka nebo hodnota ohodnocovací funkce

MOŽNOSTI VYLEPŠENÍ MINIMAXU

minimax_cutoff je stejný jako **minimax** kromě:

1. koncový test → *ořezávací test*
2. užitární funkce → *ohodnocovací funkce*

MOŽNOSTI VYLEPŠENÍ MINIMAXU

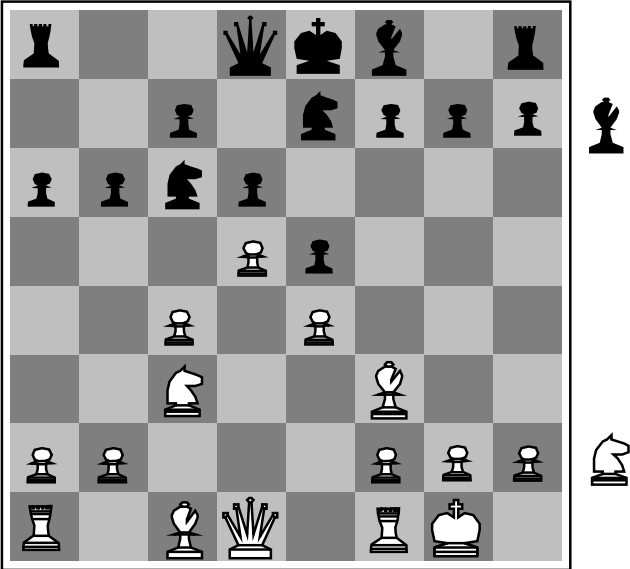
minimax_cutoff je stejný jako **minimax** kromě:

1. koncový test → *ořezávací test*
2. užitá funkce → *ohodnocovací funkce*

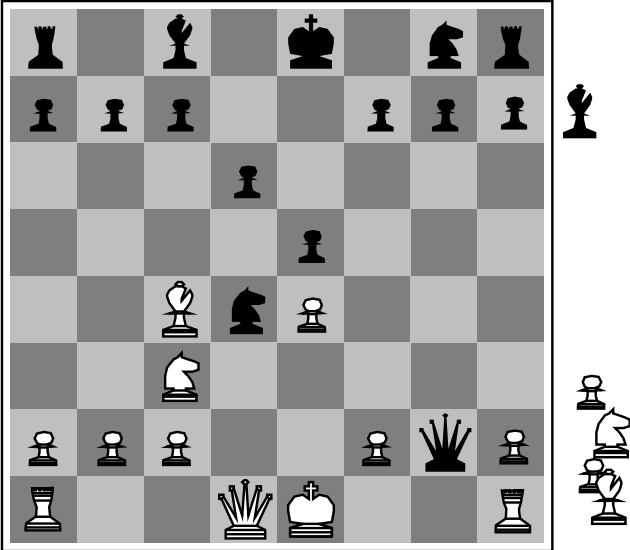
další možnosti vylepšení:

- vyhodnocovat pouze **klidné stavy** (quiescent search)
- při vyhodnocování počítat s efektem **horizontu** – zvraty mimo prohledanou oblast
- **dopředné ořezávání** – některé stavy se ihned zahazují
bezpečné např. pro symetrické tahy nebo pro tahy hluboko ve stromu

OHODNOCOVACÍ FUNKCE

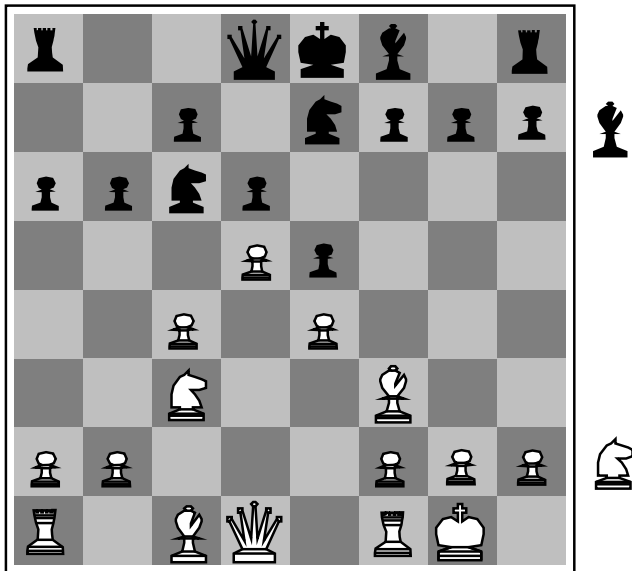


Černý na tahu
 Bílý ma o něco lepší pozici



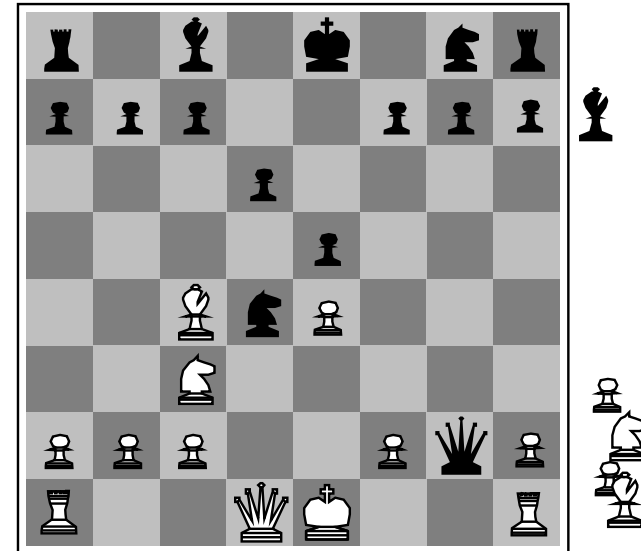
Bílý na tahu
 Černý vítězí

OHODNOCOVACÍ FUNKCE



Černý na tahu

Bílý ma o něco lepší pozici



Bílý na tahu

Černý vítězí

Pro šachy typicky **lineární** vážený součet **rysů**

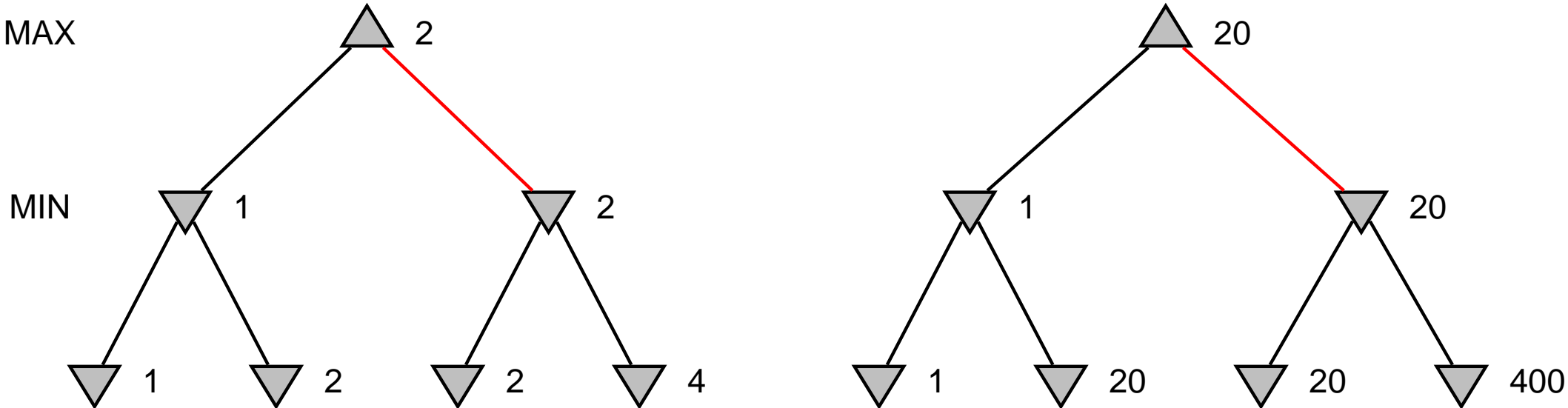
$$Eval(s) = w_1 f_1(s) + w_2 f_2(s) + \dots + w_n f_n(s) = \sum_{i=1}^n w_i f_i(s)$$

např. $w_1 = 9$

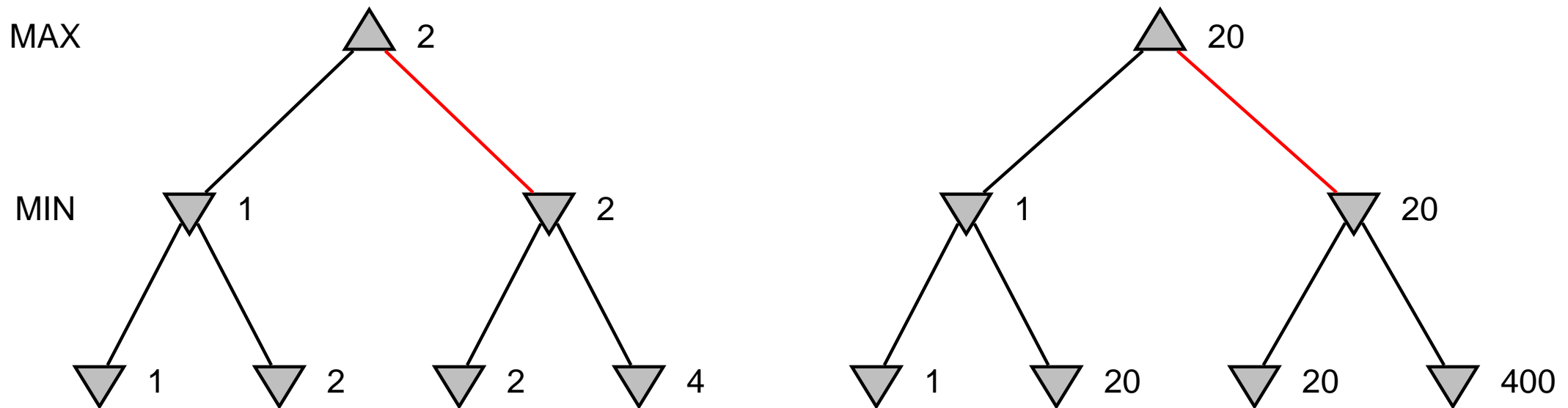
$f_1(s) = (\text{počet bílých královen}) - (\text{počet černých královen})$

...

OHODNOCOVACÍ FUNKCE – ODCHYLKY



OHODNOCOVACÍ FUNKCE – ODCHYLKY



chová se **stejně** pro libovolnou **monotónní** transformaci funkce $Eval$

záleží pouze na uspořádání → ohodnocení v deterministické hře funguje jako **ordinální funkce**

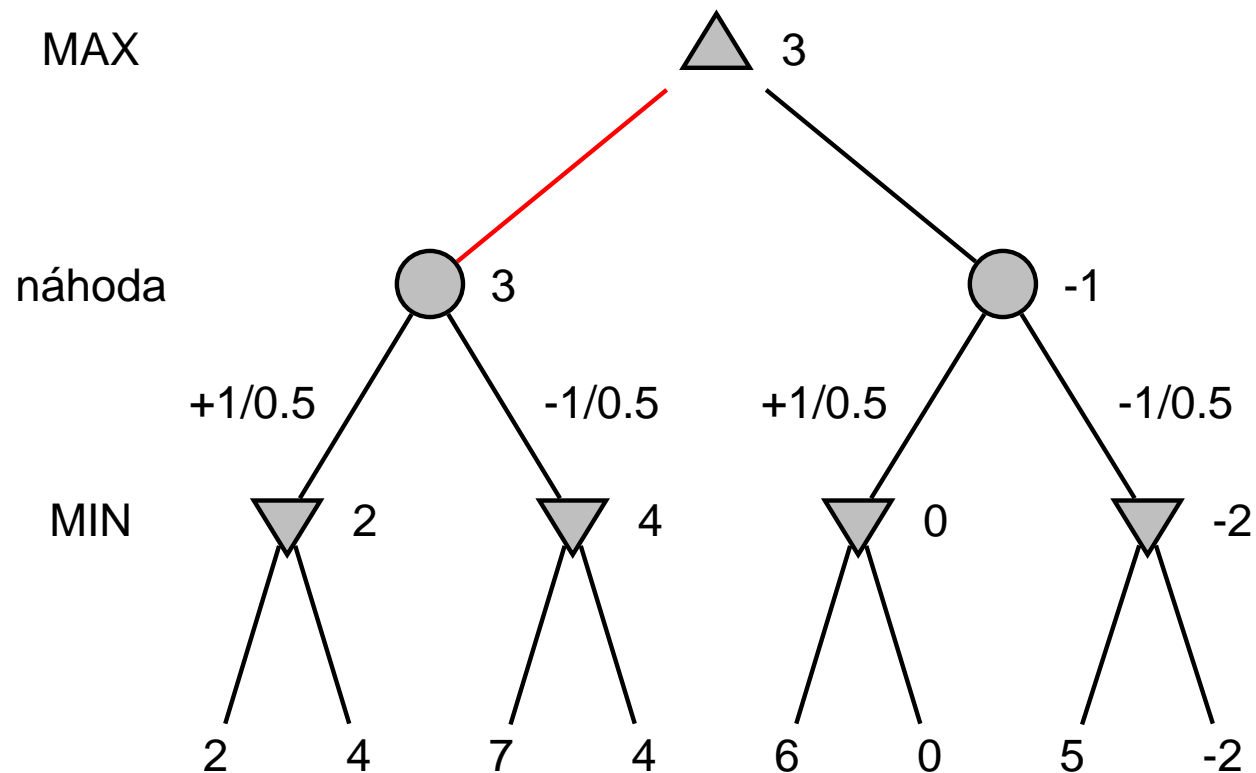
NEDETERMINISTICKÉ HRY

náhoda ← hod kostkou, hod mincí, míchání karet

NEDETERMINISTICKÉ HRY

náhoda ← hod kostkou, hod mincí, míchání karet

příklad – 1 tah s házením mincí:



ALGORITMUS MINIMAX PRO NEDETERMINISTICKÉ HRY

expect_minimax ... počítá perfektní hru s přihlédnutím k náhodě

rozdíl je pouze v započítání uzlů *náhoda*:

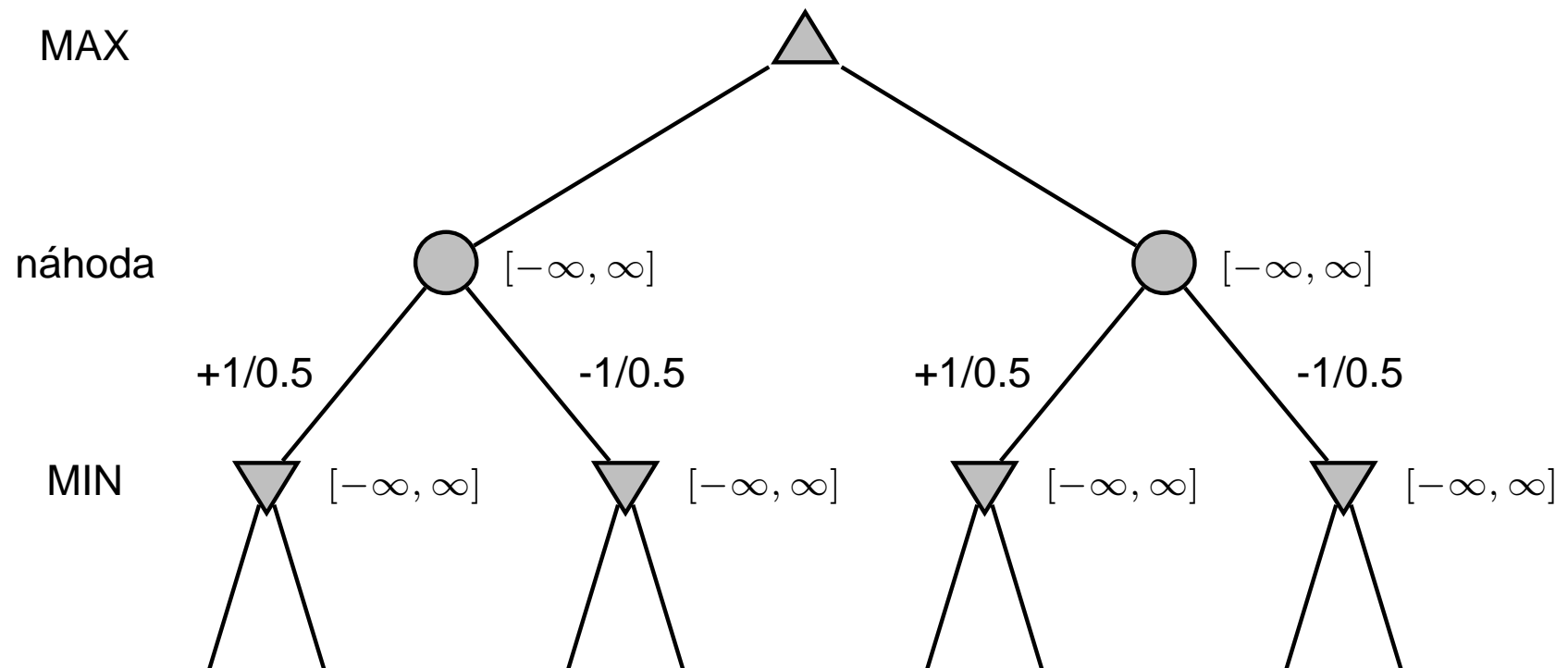
$$\text{expect_minimax}(n) = \begin{cases} \text{utility}(n) & \text{pro koncový stav } n \\ \max_{s \in \text{moves}(n)} \text{expect_minimax}(s) & \text{pro MAX uzel } n \\ \min_{s \in \text{moves}(n)} \text{expect_minimax}(s) & \text{pro MIN uzel } n \\ \sum_{s \in \text{moves}(n)} P(s) \cdot \text{expect_minimax}(s) & \text{pro uzel náhody } n \end{cases}$$

PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání

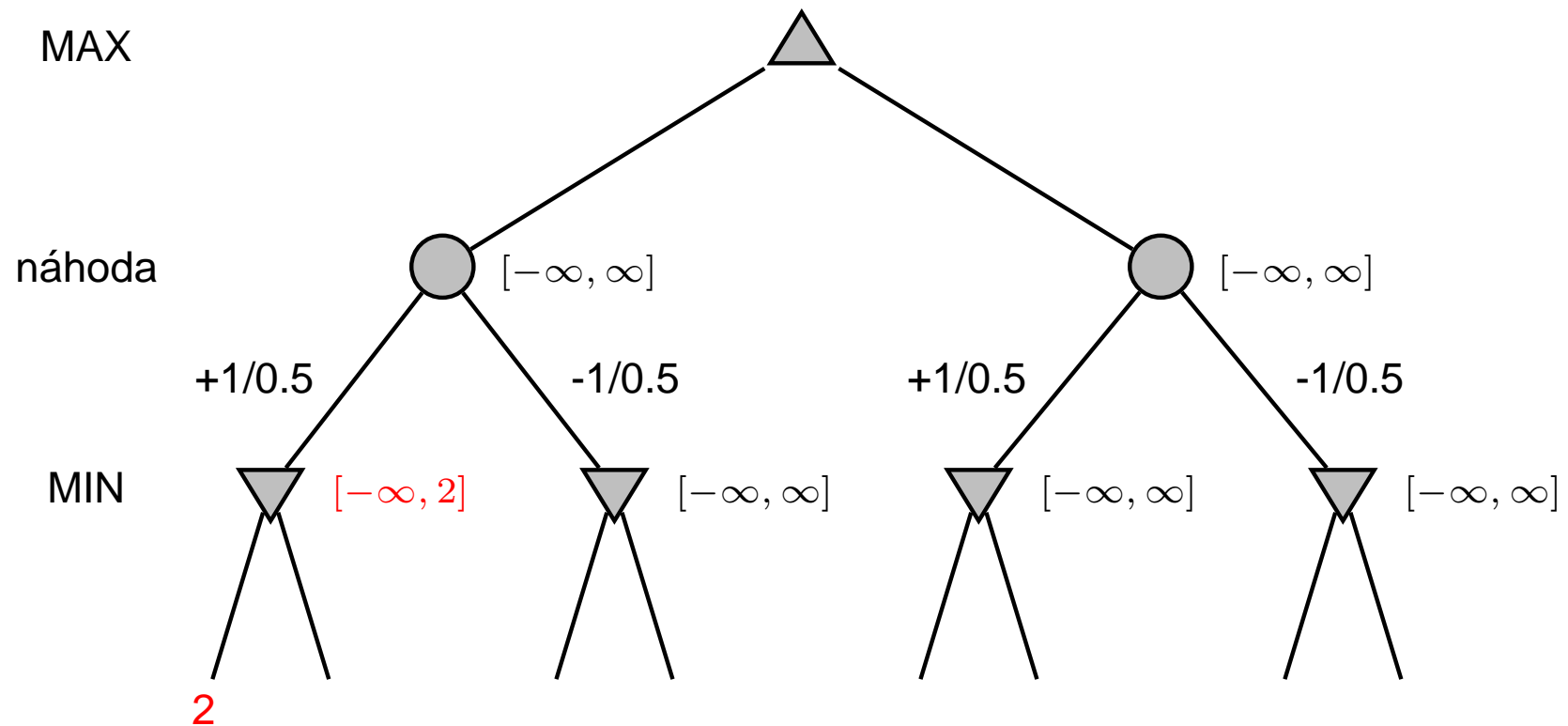
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



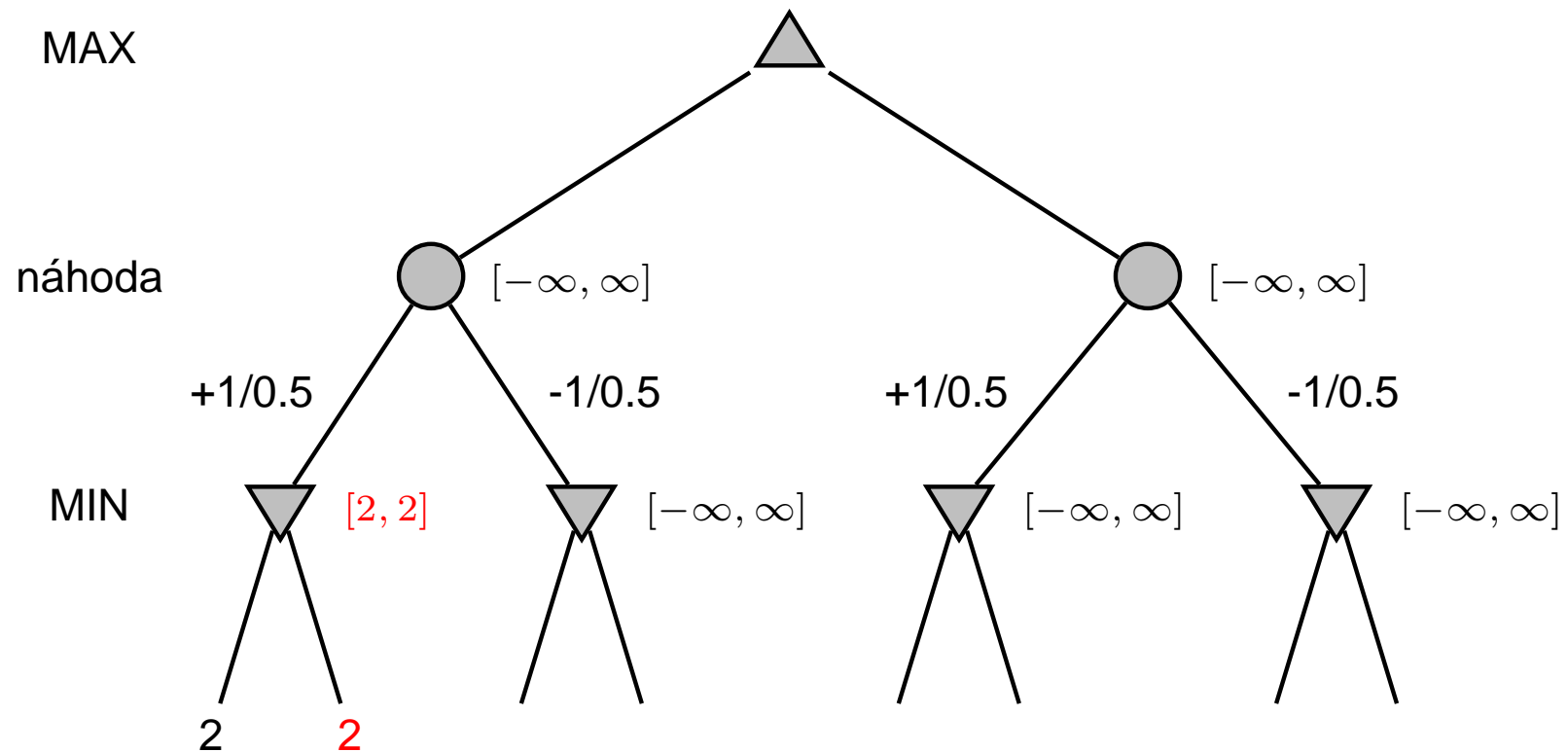
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



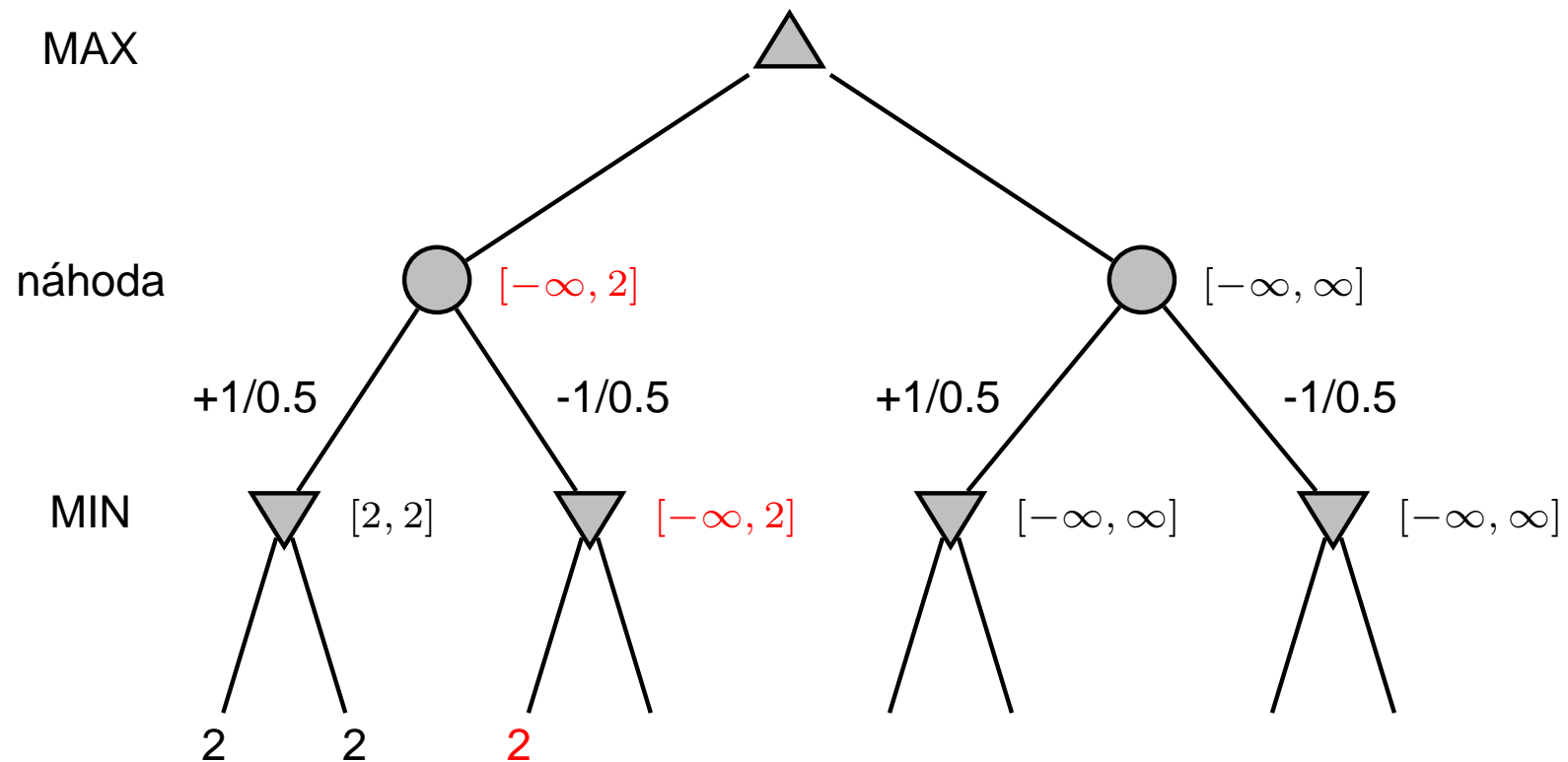
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



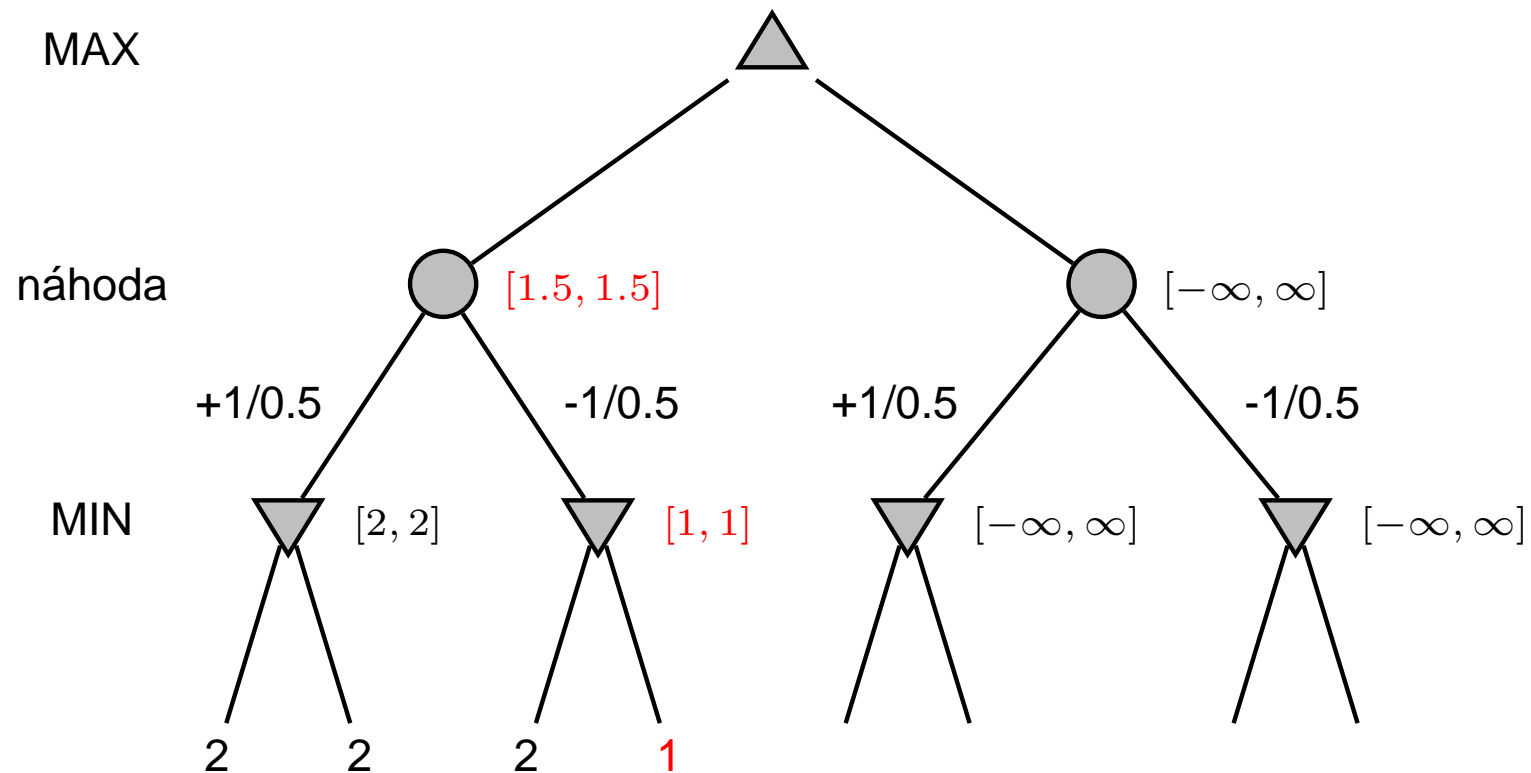
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



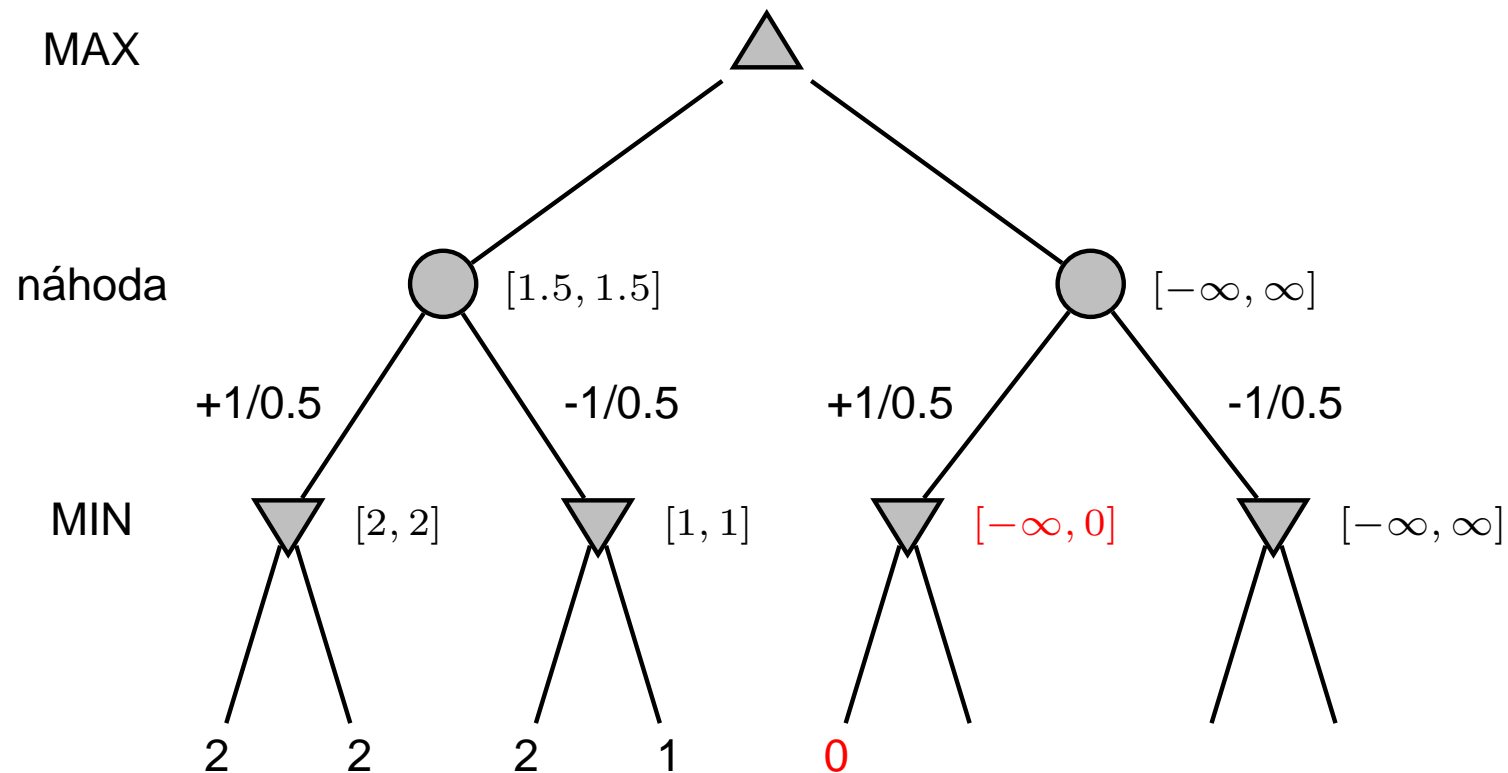
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



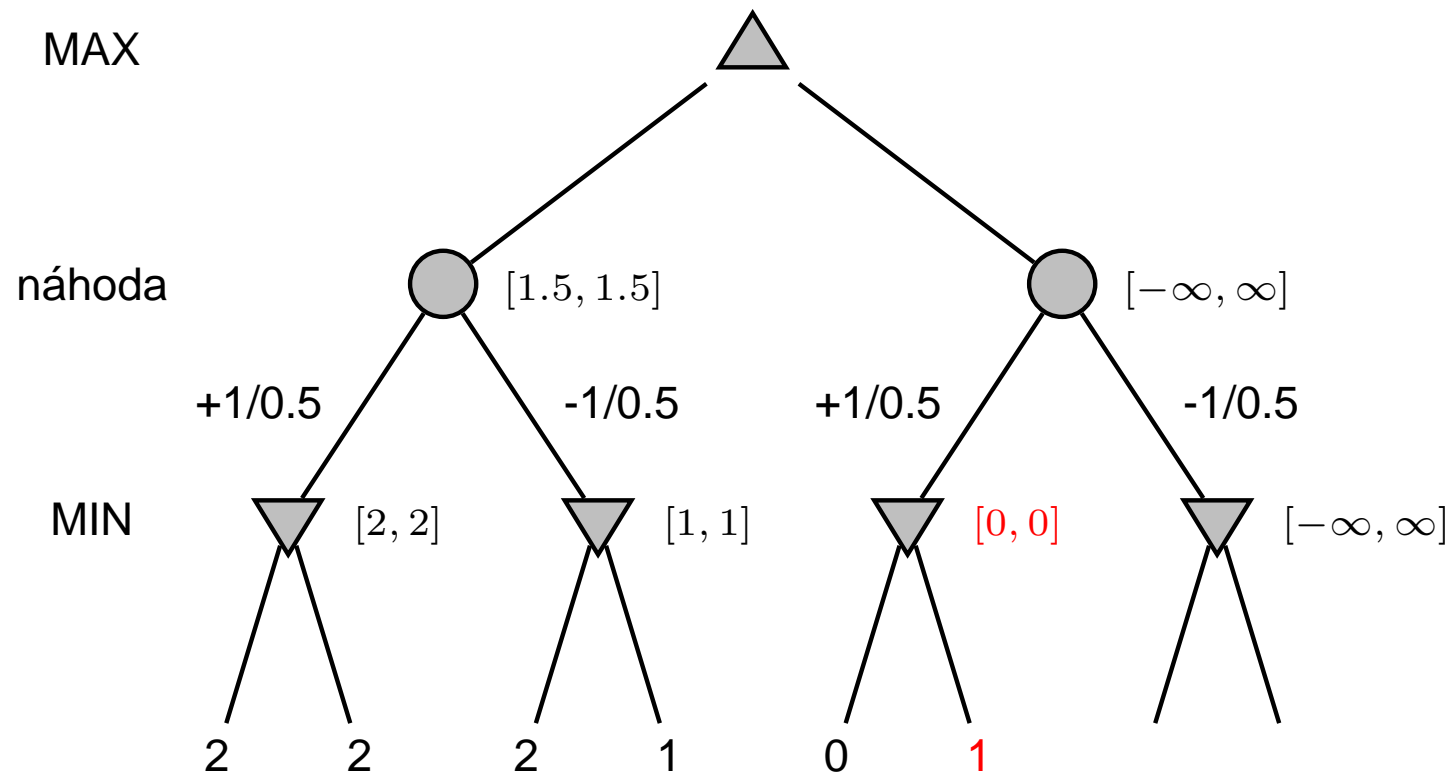
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



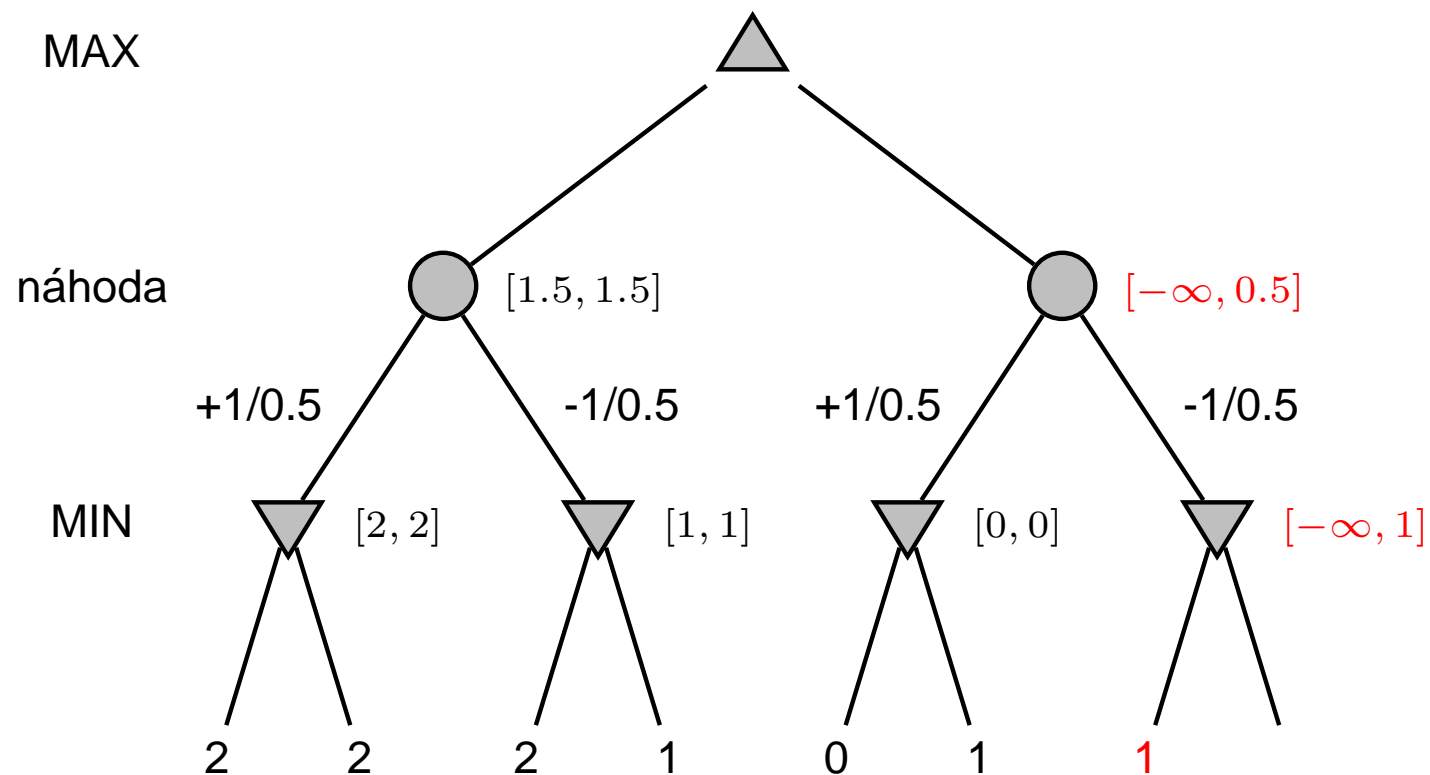
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



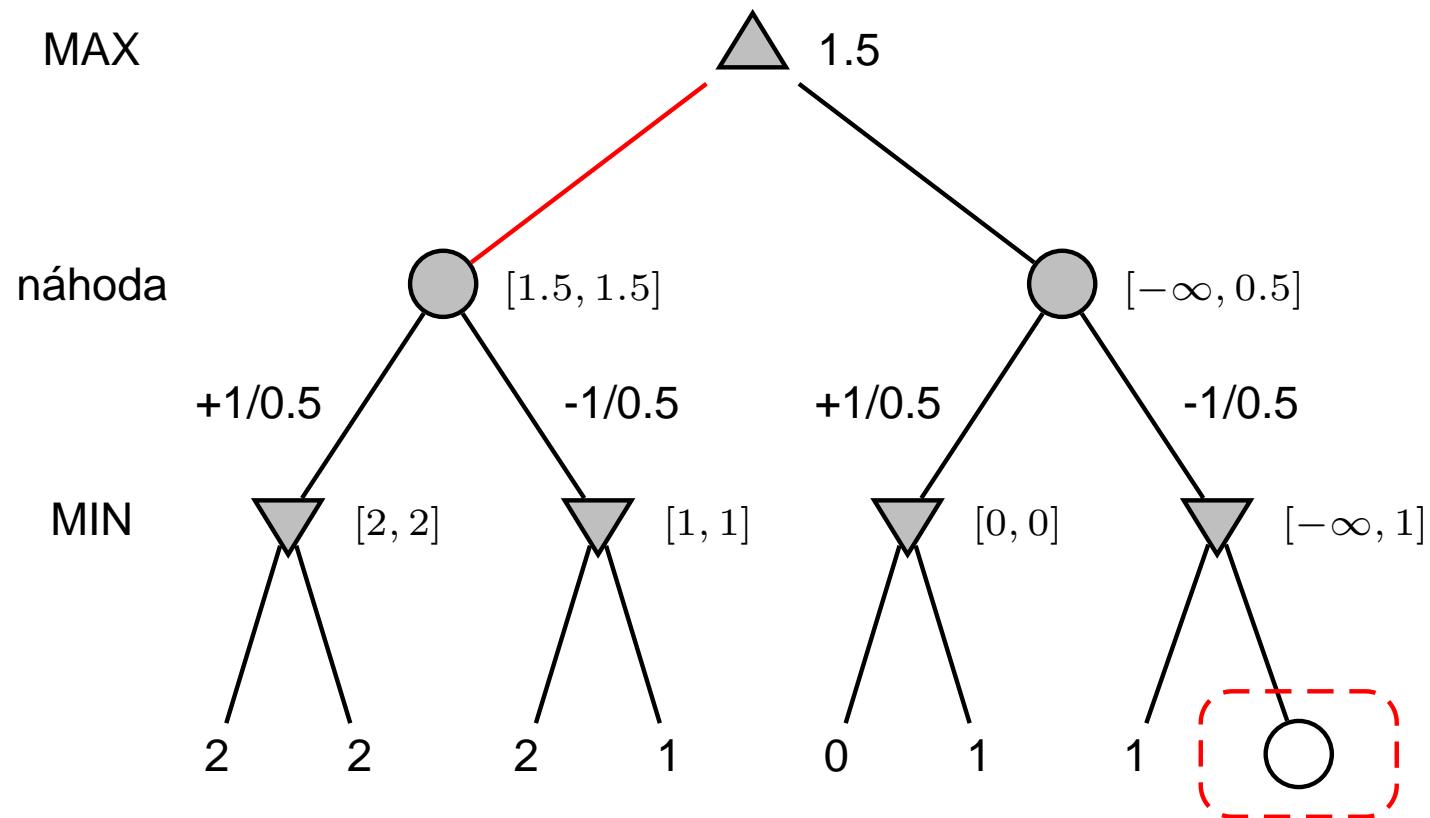
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání



PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH

je možné použít upravené Alfa-Beta prořezávání

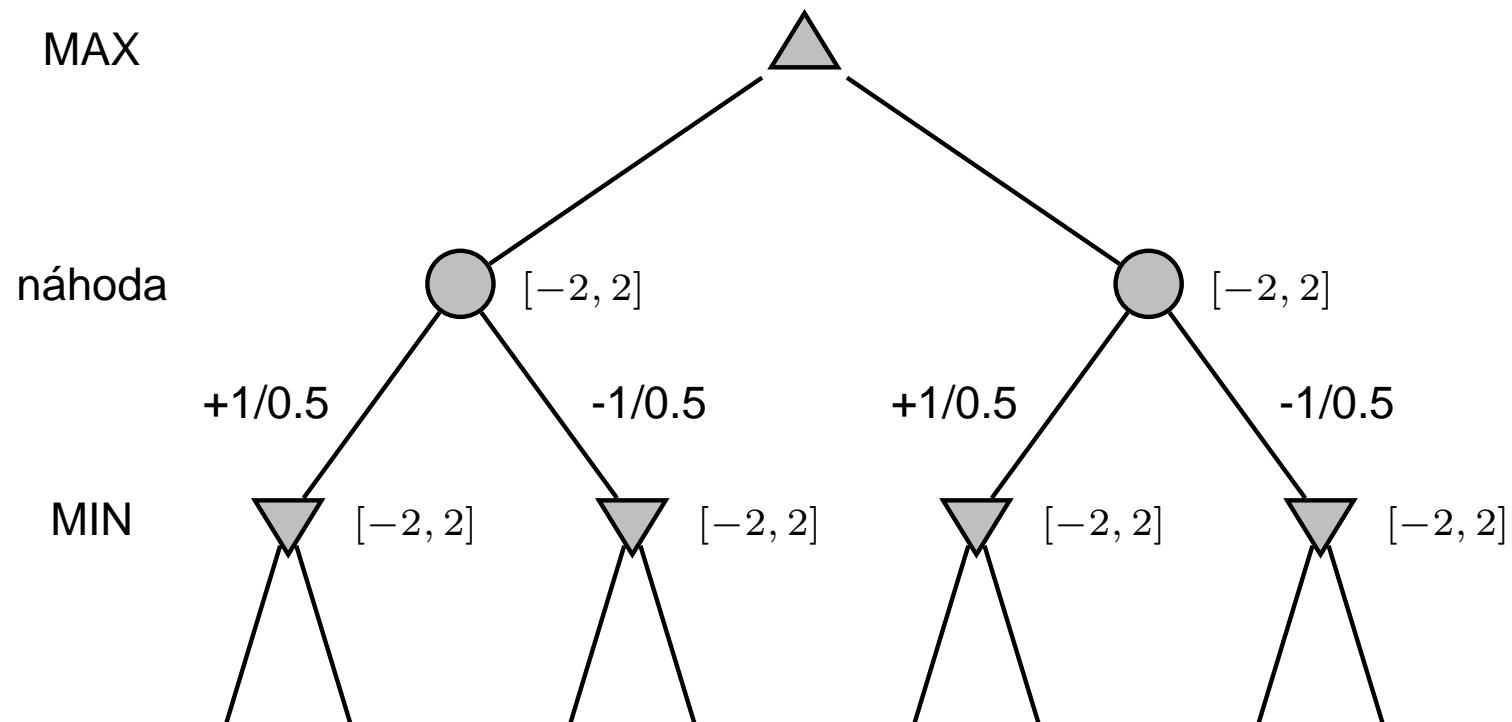


PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů → ořezávání je **větší**

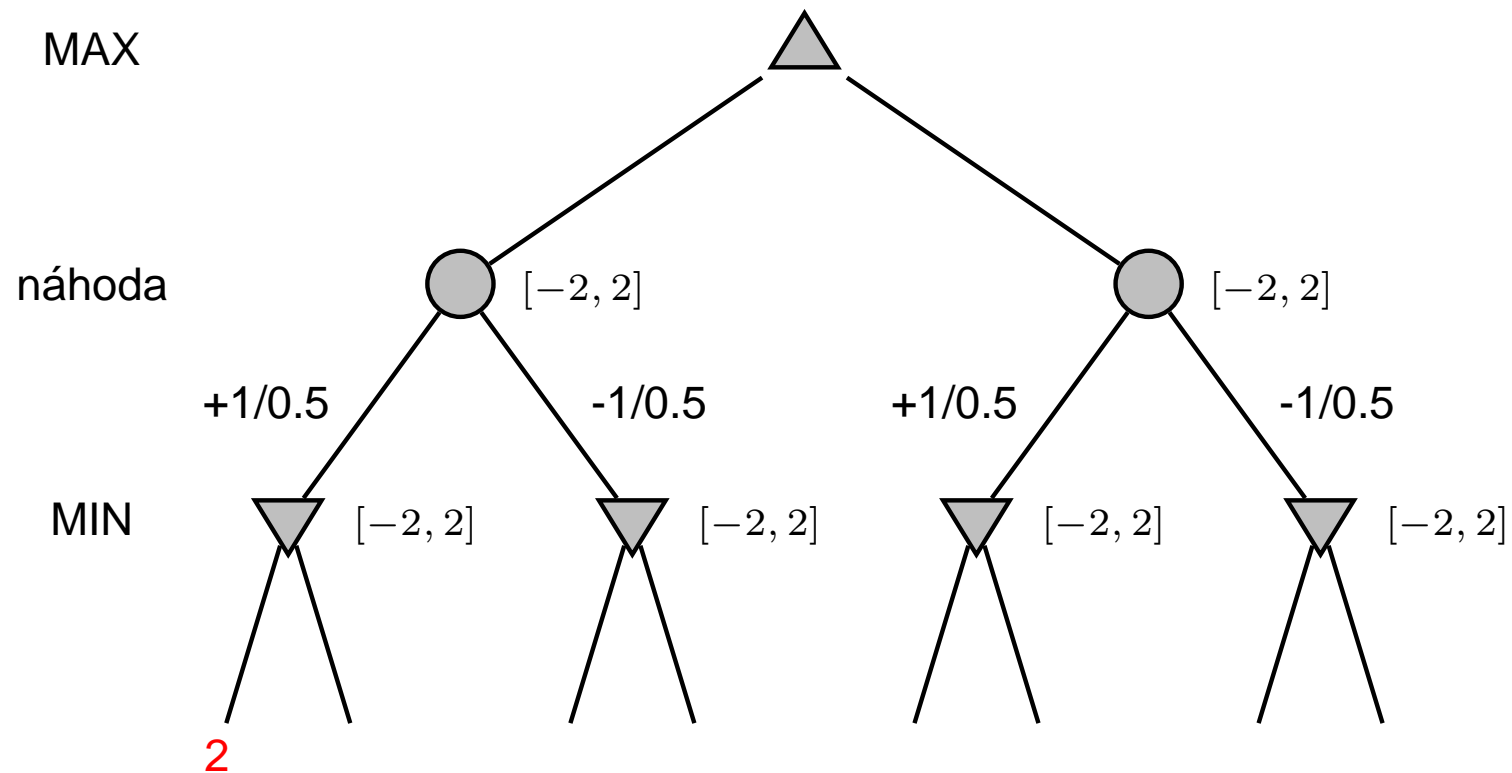
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů → ořezávání je **větší**



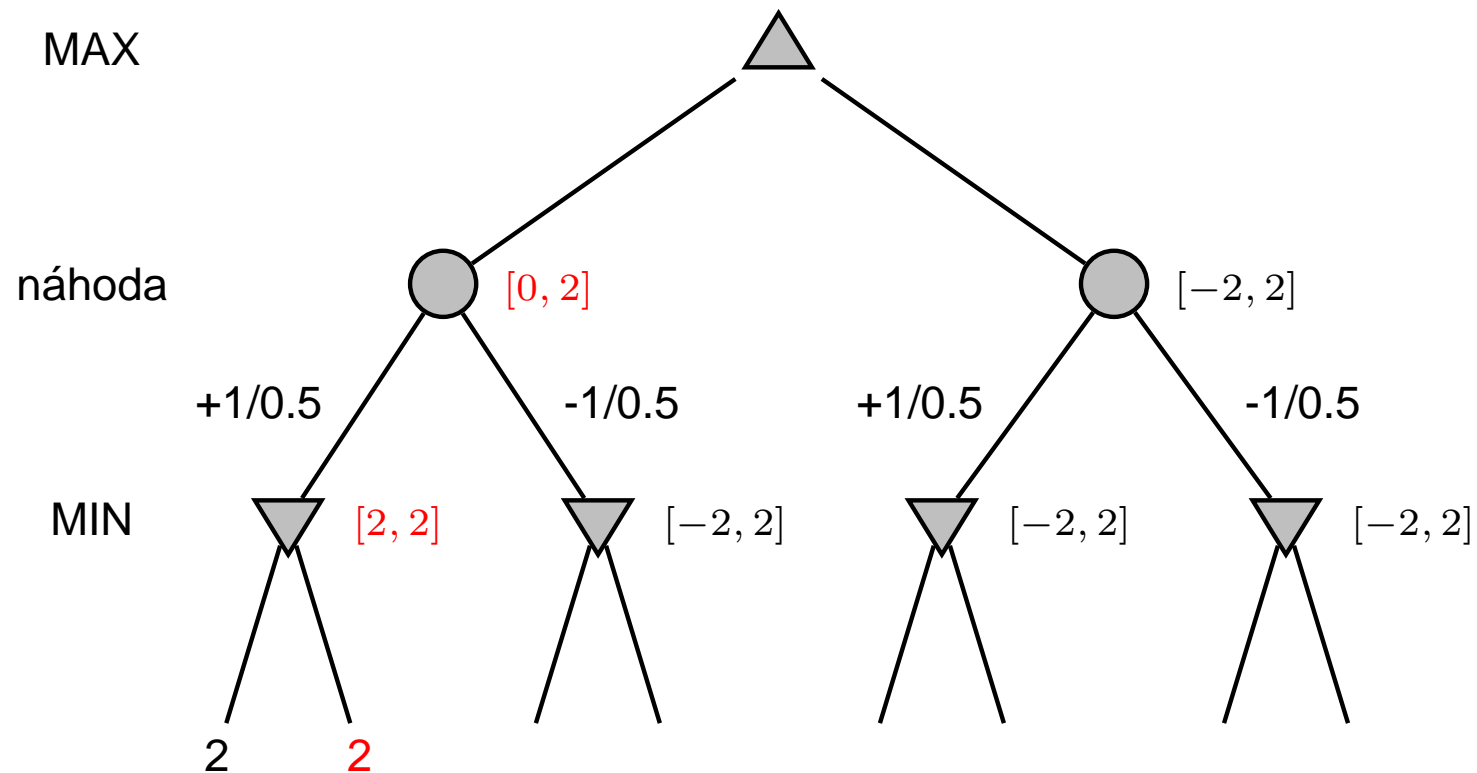
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů → ořezávání je **větší**



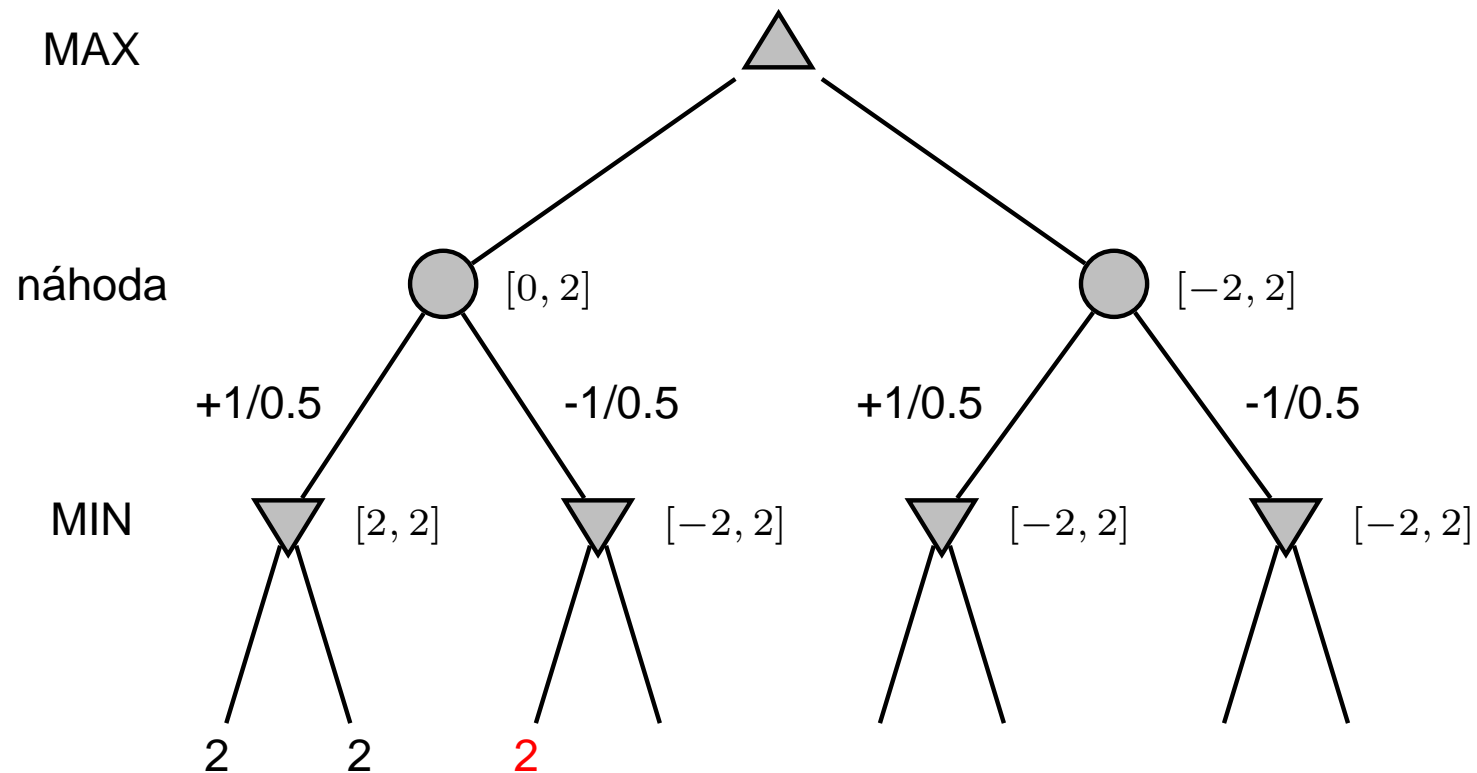
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů → ořezávání je **větší**



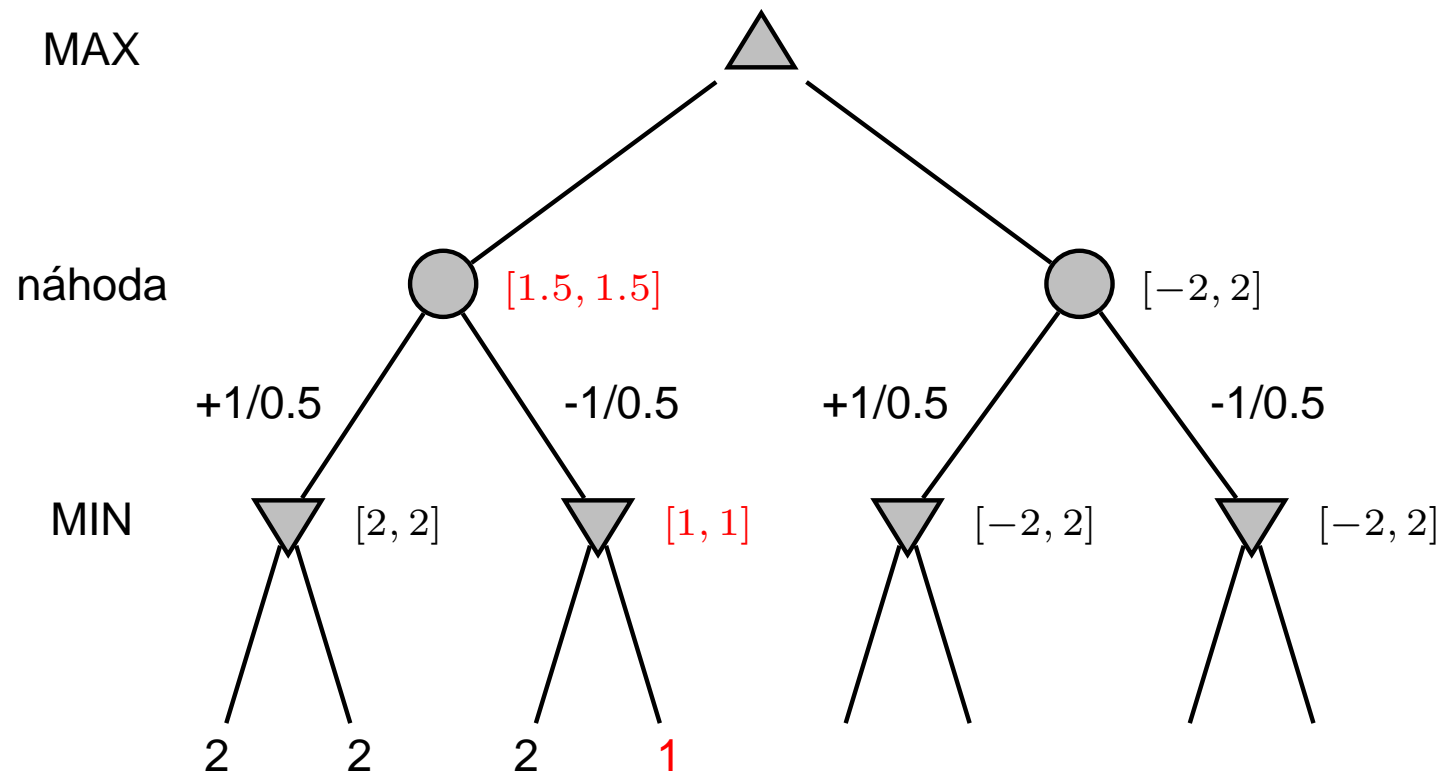
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů → ořezávání je **větší**



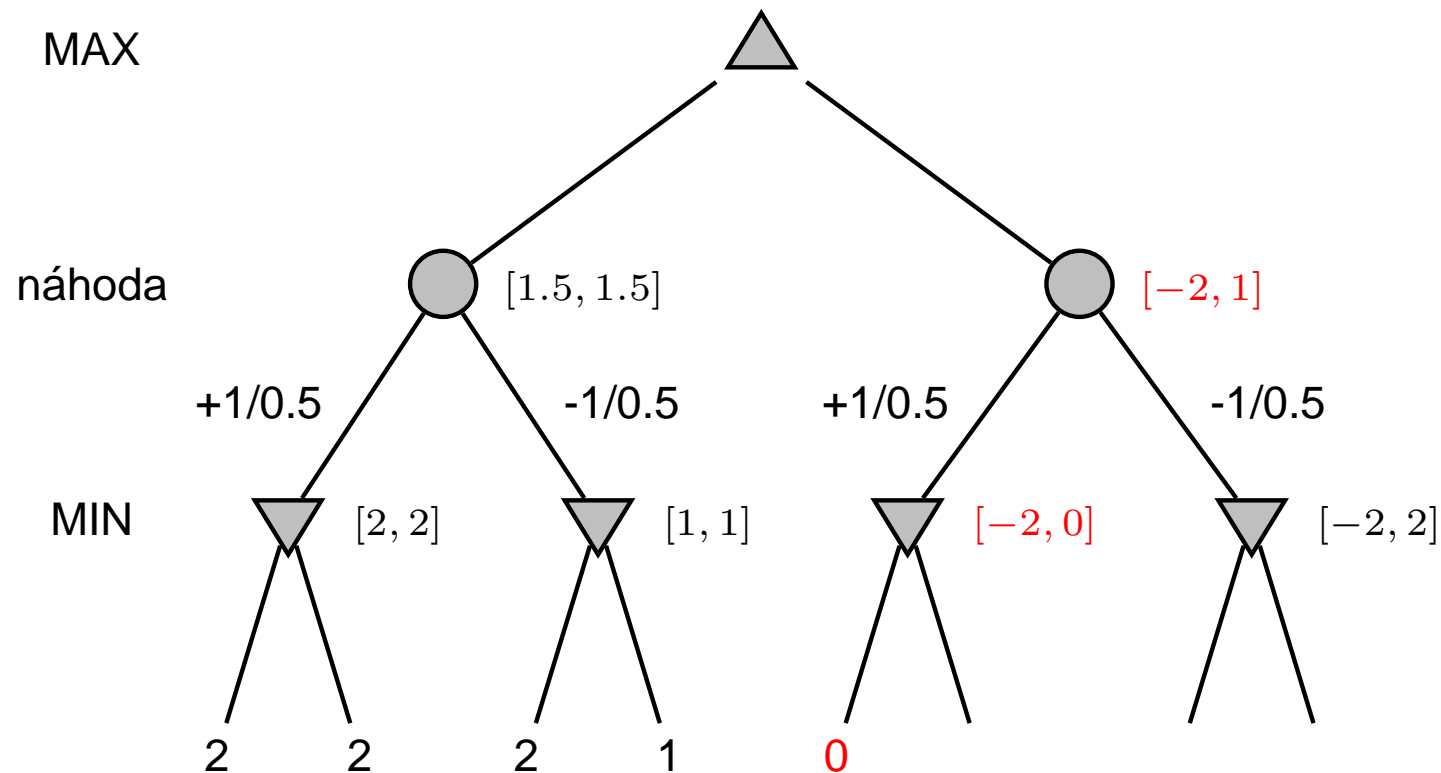
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů → ořezávání je **větší**



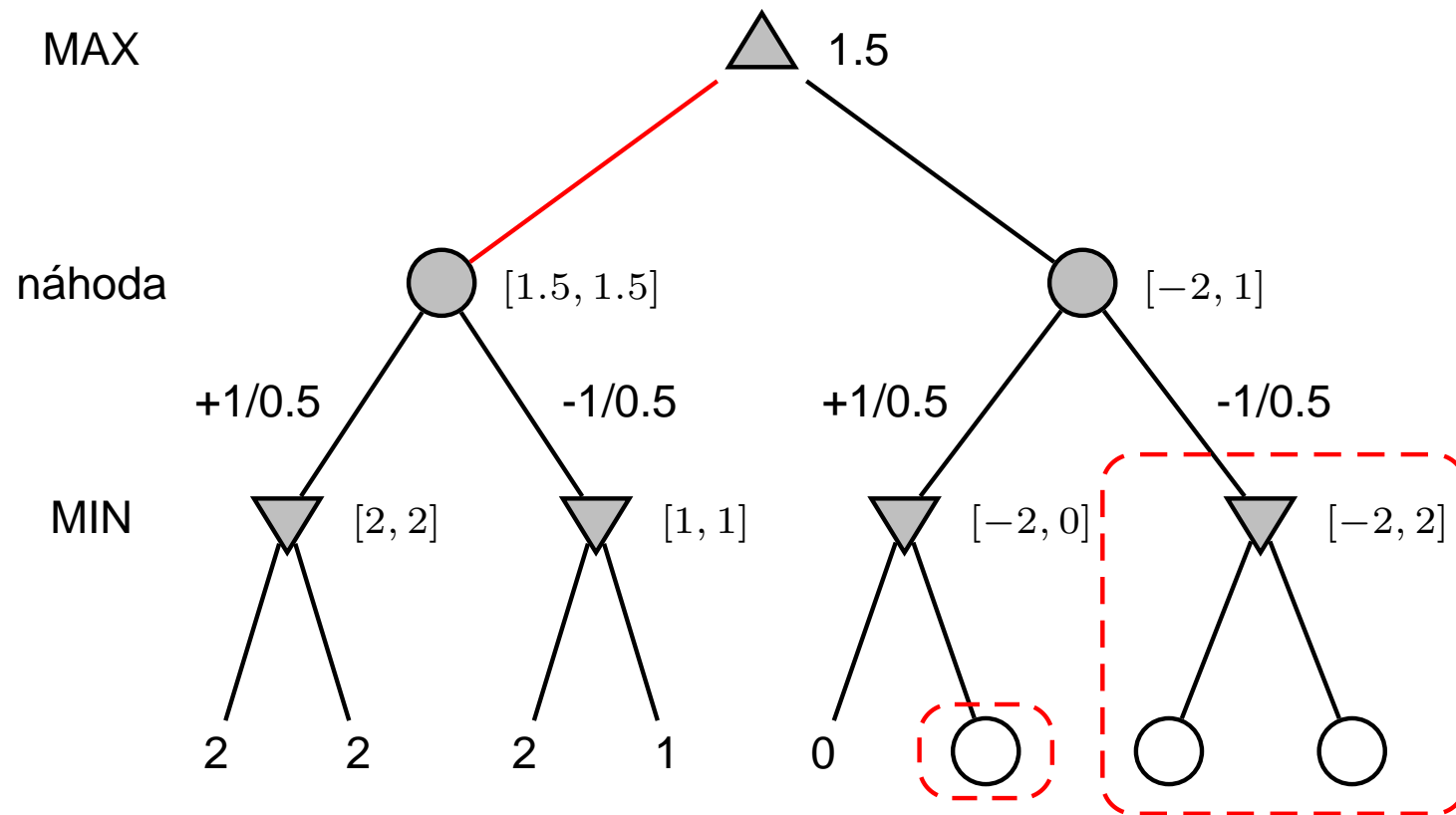
PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů → ořezávání je **větší**



PROŘEZÁVÁNÍ V NEDETERMINISTICKÝCH HRÁCH pokrač.

pokud je možno dopředu stanovit **limity** na ohodnocení listů → ořezávání je **větší**



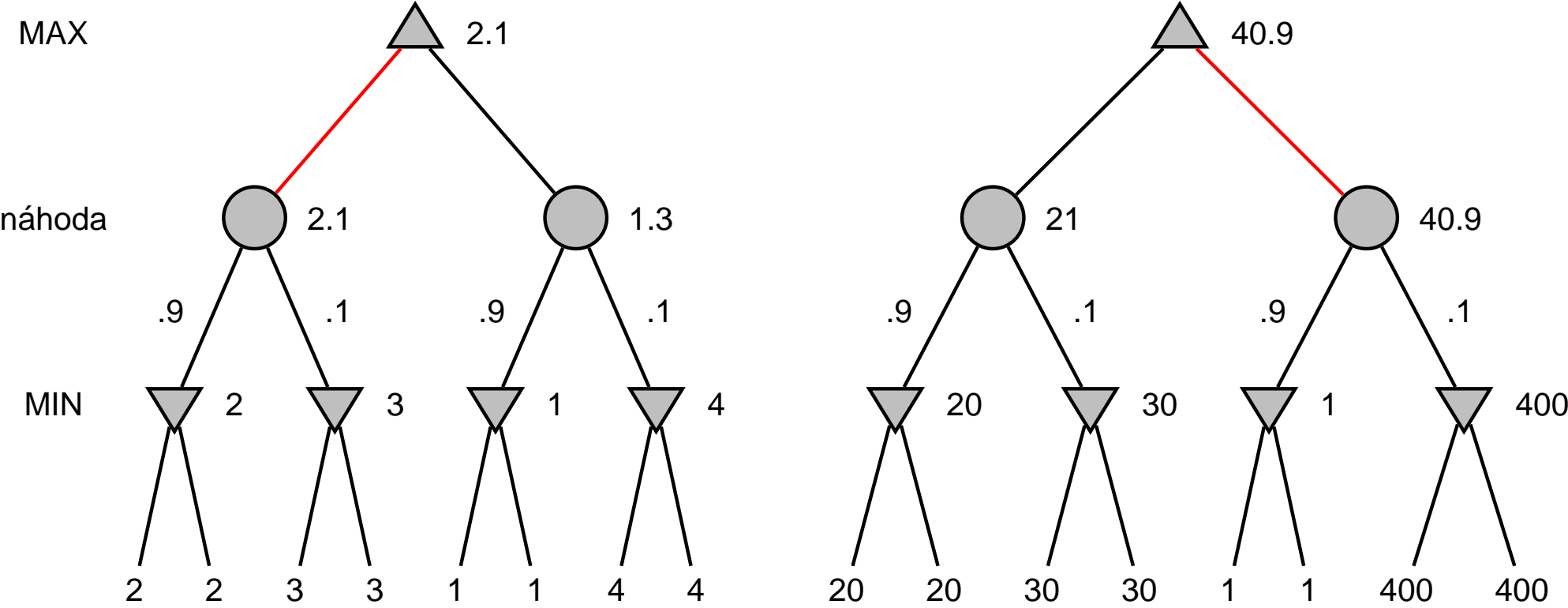
NEDETERMINISTICKÉ HRY V PRAXI

- hody kostkou zvyšují b → se dvěma kostkami 21 možných výsledků
- backgammon – 20 legálních tahů:

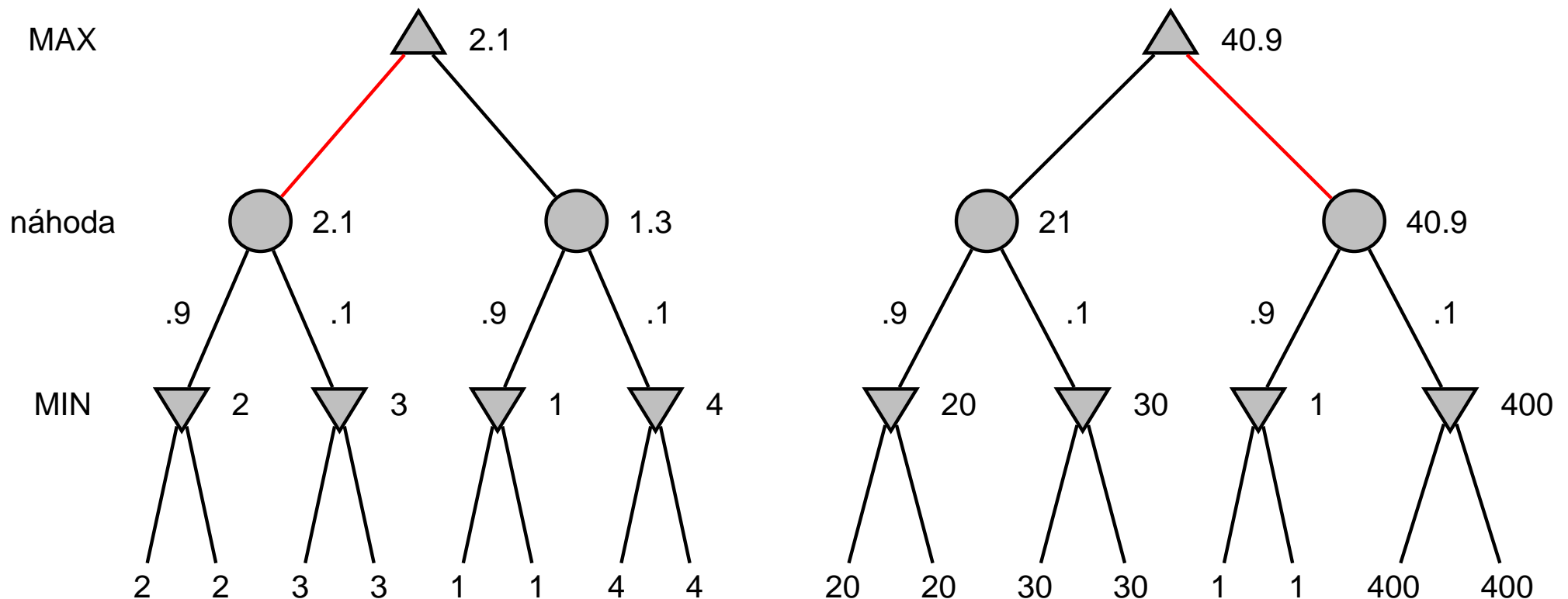
$$\text{hloubka 4} = 20 \times (21 \times 20)^3 \approx 1.2 \times 10^9$$

- jak se zvyšuje hloubka → pravděpodobnost dosažení zvoleného uzlu klesá
⇒ význam prohledávání se snižuje
- alfa-beta prořezávání je mnohem méně efektivní
- program *TDGammon* používá prohledávání do hloubky 2 + velice dobrou *Eval* funkci
≈ dosahuje úrovně světového šampionátu

ODCHYLKA V OHODNOCENÍ NEDETERMINISTICKÝCH HER



ODCHYLKA V OHODNOCENÍ NEDETERMINISTICKÝCH HER



chování je zachováno pouze pro **pozitivní lineární** transformaci funkce $Eval$

$Eval$ u nedeterministických her by tedy měla proporcionálně odpovídat očekávanému výnosu

HRY S NEPŘESNÝMI ZNALOSTMI

- např. **karetní hry** → **neznáme** počáteční **namíchání karet** oponenta
 - obvykle můžeme spočítat **pravděpodobnost** každého možného rozdání
 - zjednodušeně – jako jeden velký hod kostkou na začátku
 - prohledáváme ovšem ne *reálný stavový prostor*, ale **domnělý stavový prostor**
 - program *Jack* vyhrál počítačový šampionát v bridgi v roce 2009:
 1. generuje 100 rozdání karet konzistentních s daným podáním
 2. vybírá akci, která je v průměru nejlepší
- V roce 2006 porazil Jack na soutěži 3 ze 7 top holandských hráčských párů.