

## Logický agent, výroková logika

Aleš Horák

E-mail: [hales@fi.muni.cz](mailto:hales@fi.muni.cz)

<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Logický agent
- Wumpusova jeskyně
- Logika
- Výroková logika
- Důkazové metody

## LOGICKÝ AGENT

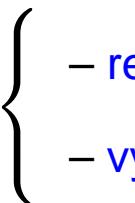
logický agent = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)

2 koncepty: 

- **reprezentace** znalostí (*knowledge representation*)
- **vyvozování** znalostí (*knowledge reasoning*) → **inference**

## LOGICKÝ AGENT

logický agent = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)

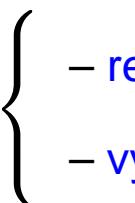
2 koncepty:  – **reprezentace** znalostí (*knowledge representation*)  
– **vyvozování** znalostí (*knowledge reasoning*) → **inference**

rozdíly od prohledávání stavového prostoru:

- **znanost** při prohledávání stavového prostoru → jen **zadané funkce** (přechodová funkce, cílový test,...)
- **znanosti** logického agenta → **obecná forma umožňující kombinace** těchto znaností

## LOGICKÝ AGENT

logický agent = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)

2 koncepty:  – **reprezentace** znalostí (*knowledge representation*)  
– **vyvozování** znalostí (*knowledge reasoning*) → **inference**

rozdíly od prohledávání stavového prostoru:

- **znanost** při prohledávání stavového prostoru → jen **zadané funkce** (přechodová funkce, cílový test,...)
- **znanosti** logického agenta → **obecná forma umožňující kombinace** těchto znaností

**obecné znanosti** – důležité v **částečně pozorovatelných** prostředích (*partially observable environments*)

**flexibilita** logického agenta: → schopnost řešit i **nové úkoly**  
→ možnost **učení** nových znaností  
→ **úprava** stávajících znaností podle stavu prostředí

## KOMPONENTY AGENTA, BÁZE ZNALOSTÍ

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)

← algoritmy nezávislé na doméně

báze znalostí (knowledge base)

← “informace” o doméně

## KOMPONENTY AGENTA, BÁZE ZNALOSTÍ

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)

← algoritmy nezávislé na doméně

báze znalostí (knowledge base)

← “informace” o doméně

báze znalostí (KB) = množina vět (tvrzení) vyjádřených v jazyce reprezentace znalostí

obsah báze znalostí:

- na začátku – tzv. znalosti pozadí (*background knowledge*)
- průběžně doplňované znalosti → úkol **tell(+KB,+Sentence)**

## KOMPONENTY AGENTA, BÁZE ZNALOSTÍ

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)

← algoritmy nezávislé na doméně

báze znalostí (knowledge base)

← "informace" o doméně

báze znalostí (KB) = množina **vět** (tvrzení) vyjádřených v **jazyce reprezentace znalostí**

**obsah** báze znalostí:

- na začátku – tzv. **znanosti pozadí** (*background knowledge*)
- průběžně doplňované znalosti → úkol **tell(+KB,+Sentence)**

**akce** logického agenta:

```
% kb_agent_action (+KB,+ATime,+Percept,-Action,-NewATime)
kb_agent_action(KB,ATime,Percept,Action,NewATime):-  
    make_percept_sentence(Percept,ATime,Sentence),  
    tell(KB,Sentence),  
    make_action_query(ATime,Query),  
    ask(KB,Query,Action),  
    make_action_sentence(Action,ATime,ASentence),  
    tell(KB,ASentence),  
    NewATime is ATime + 1.
```

% přidáme výsledky pozorování do KB

% zeptáme se na další postup

% přidáme informace o akci do KB

## NÁVRH LOGICKÉHO AGENTA

- agent musí umět:
- reprezentovat stavy, akce, ...
  - zpracovat nové vstupy z prostředí
  - aktualizovat svůj vnitřní popis světa
  - odvodit skryté informace o stavu světa
  - odvodit vlastní odpovídající akce

## NÁVRH LOGICKÉHO AGENTA

- agent musí umět:
- reprezentovat stavy, akce, ...
  - zpracovat nové vstupy z prostředí
  - aktualizovat svůj vnitřní popis světa
  - odvodit skryté informace o stavu světa
  - odvodit vlastní odpovídající akce

přístupy k tvorbě agenta (systému) – deklarativní × procedurální (kombinace obou)

## NÁVRH LOGICKÉHO AGENTA

- agent musí umět:
- reprezentovat stavy, akce, ...
  - zpracovat nové vstupy z prostředí
  - aktualizovat svůj vnitřní popis světa
  - odvodit skryté informace o stavu světa
  - odvodit vlastní odpovídající akce

přístupy k tvorbě agenta (systému) – deklarativní × procedurální (kombinace obou)

návrh agenta → víc pohledů:

- znalostní hledisko** – tvorba agenta → zadání znalostí pozadí, znalostí domény a cílového požadavku  
např. automatické taxi
  - znalost mapy, dopravních pravidel, ...
  - požadavek – dopravit zákazníka na FI MU Brno
- implementační hledisko** – jaké datové struktury KB obsahuje + algoritmy, které s nimi manipulují

---

✓ • Logický agent . . . . .	2
⇒ • Wumpusova jeskyně . . . . .	4
• Logika . . . . .	10
• Výroková logika . . . . .	16
• Důkazové metody . . . . .	23

## POPIS SVĚTA – PEAS

zadání světa rozumného agenta:

**míra výkonnosti** (*Performance measure*)

plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky

**prostředí** (*Environment*)

objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti

**akční prvky** (*Actuators*)

možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků

**senzory** (*Sensors*)

zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

## POPIS SVĚTA – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

**míra výkonnosti** (*Performance measure*)

plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky

**prostředí** (*Environment*)

objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti

**akční prvky** (*Actuators*)

možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků

**senzory** (*Sensors*)

zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované automatické taxi:

*míra výkonnosti*

*prostředí*

*akční prvky*

*senzory*

## POPIS SVĚTA – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

**míra výkonnosti** (*Performance measure*)

plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky

**prostředí** (*Environment*)

objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti

**akční prvky** (*Actuators*)

možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků

**senzory** (*Sensors*)

zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované automatické taxi:

*míra výkonnosti*      doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...

*prostředí*

*akční prvky*

*senzory*

## POPIS SVĚTA – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

- míra výkonnosti** (*Performance measure*)  
plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- prostředí** (*Environment*)  
objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- akční prvky** (*Actuators*)  
možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- senzory** (*Sensors*)  
zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované automatické taxi:

*míra výkonnosti*      doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...

*prostředí*                ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, ...

*akční prvky*

*senzory*

## POPIS SVĚTA – PEAS

zadání světa rozumného agenta:

**míra výkonnosti** (*Performance measure*)

plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky

**prostředí** (*Environment*)

objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti

**akční prvky** (*Actuators*)

možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků

**senzory** (*Sensors*)

zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované automatické taxi:

*míra výkonnosti*      doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...

*prostředí*                ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, ...

*akční prvky*                řízení, plyn, brzda, houkačka, blinkry, komunikátory, ...

*senzory*

## POPIS SVĚTA – PEAS

**zadání světa** rozumného agenta:

**míra výkonnosti** (*Performance measure*)

plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky

**prostředí** (*Environment*)

objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti

**akční prvky** (*Actuators*)

možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků

**senzory** (*Sensors*)

zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované automatické taxi:

*míra výkonnosti*      doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...

*prostředí*                ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, ...

*akční prvky*                řízení, plyn, brzda, houkačka, blinkry, komunikátory, ...

*senzory*                  kamera, tachometr, počítač kilometrů, senzory motoru, GPS, ...

## WUMPUSOVA JESKYNĚ

PEAS zadání Wumpusovy jeskyně:

**P – míra výkonnosti**

zlato +1000, smrt -1000, -1 za krok, -10 za užití šípu

**E – prostředí**

Místnosti vedle Wumpuse zapáchají

V místnosti vedle jámy je vánek

V místnosti je zlato  $\Leftrightarrow$  je v ní třpyt

Výstrel zabije Wumpuse, pokud jsi obrácený k němu

Výstrel vyčerpá jediný šíp, který máš

Zvednutím vezmeš zlato ve stejné místnosti

Položení odloží zlato v aktuální místnosti

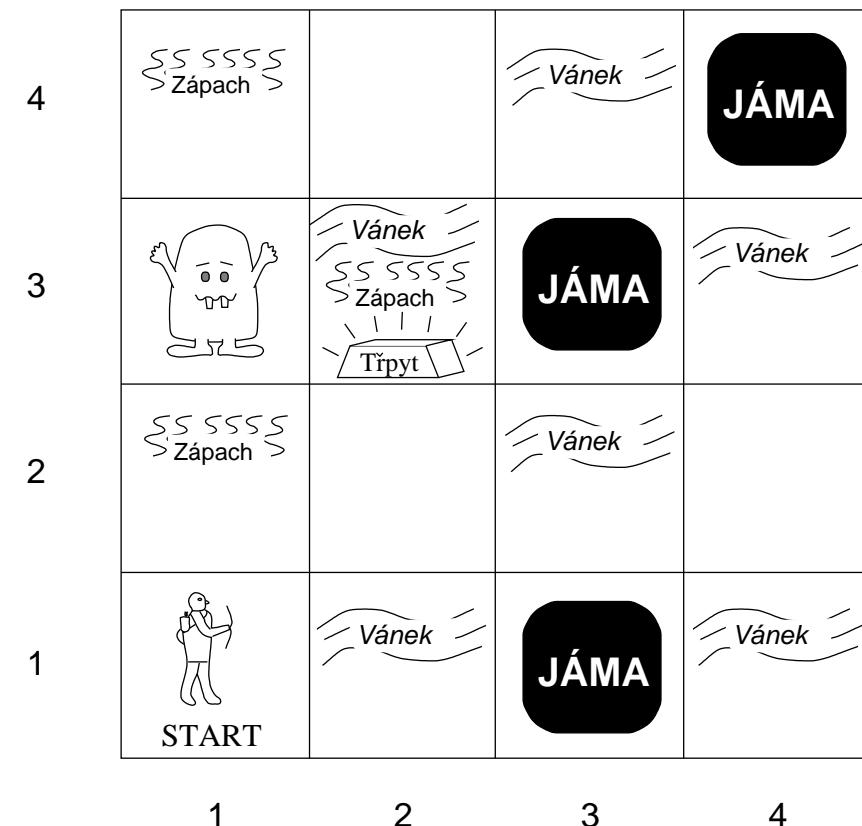
**A – akční prvky**

Otočení vlevo, Otočení vpravo, Krok dopředu,

Zvednutí, Položení, Výstrel

**S – senzory**

Vánek, Třpyt, Zápach, Náraz do zdi, Chropťení Wumpuse



## VLASTNOSTI PROBLÉMU WUMPUSOVY JESKYNĚ

*pozorovatelné*

*deterministické*

*episodické*

*statické*

*diskrétní*

*více agentů*

## VLASTNOSTI PROBLÉMU WUMPUSOVY JESKYNĚ

*pozorovatelné*      ne, jen lokální vnímání

*deterministické*

*episodické*

*statické*

*diskrétní*

*více agentů*

## VLASTNOSTI PROBLÉMU WUMPUSOVY JESKYNĚ

*pozorovatelné*      ne, jen lokální vnímání

*deterministické*      ano, přesně dané výsledky

*episodické*

*statické*

*diskrétní*

*více agentů*

## VLASTNOSTI PROBLÉMU WUMPUSOVY JESKYNĚ

- pozorovatelné*      ne, jen lokální vnímání
- deterministické*    ano, přesně dané výsledky
- episodické*          ne, sekvenční na úrovni akcí
- statické*
- diskrétní*
- více agentů*

## VLASTNOSTI PROBLÉMU WUMPUSOVY JESKYNĚ

*pozorovatelné*      ne, jen lokální vnímání

*deterministické*    ano, přesně dané výsledky

*episodické*          ne, sekvenční na úrovni akcí

*statické*            ano, Wumpus a jámy se nehýbou

*diskrétní*

*více agentů*

## VLASTNOSTI PROBLÉMU WUMPUSOVY JESKYNĚ

*pozorovatelné*      ne, jen lokální vnímání

*deterministické*    ano, přesně dané výsledky

*episodické*          ne, sekvenční na úrovni akcí

*statické*            ano, Wumpus a jámy se nehýbou

*diskrétní*            ano

*více agentů*

## VLASTNOSTI PROBLÉMU WUMPUSOVY JESKYNĚ

<i>pozorovatelné</i>	<b>ne</b> , jen lokální vnímání
<i>deterministické</i>	<b>ano</b> , přesně dané výsledky
<i>episodické</i>	<b>ne</b> , sekvenční na úrovni akcí
<i>statické</i>	<b>ano</b> , Wumpus a jámy se nehýbou
<i>diskrétní</i>	<b>ano</b>
<i>více agentů</i>	<b>ne</b> , Wumpus je spíše vlastnost prostředí

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ

OK			
OK	OK		

1

A	= Agent
V	= Vánek
T	= Třpyt
OK	= bezpečí
J	= Jáma
Z	= Zápach
X	= navštívěno
W	= Wampus

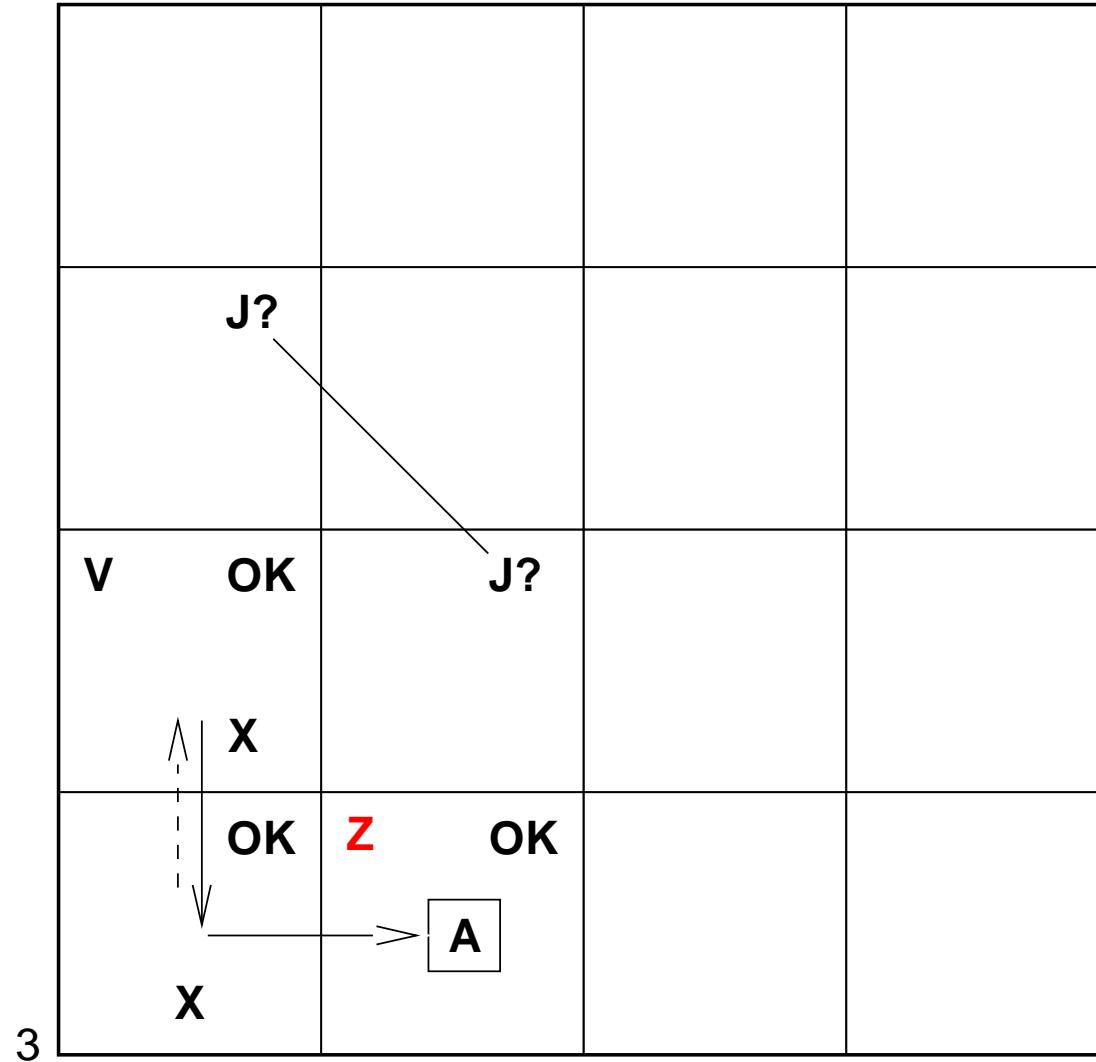
## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ

	J?		
V	OK	J?	
A			
	OK	OK	
X			

2

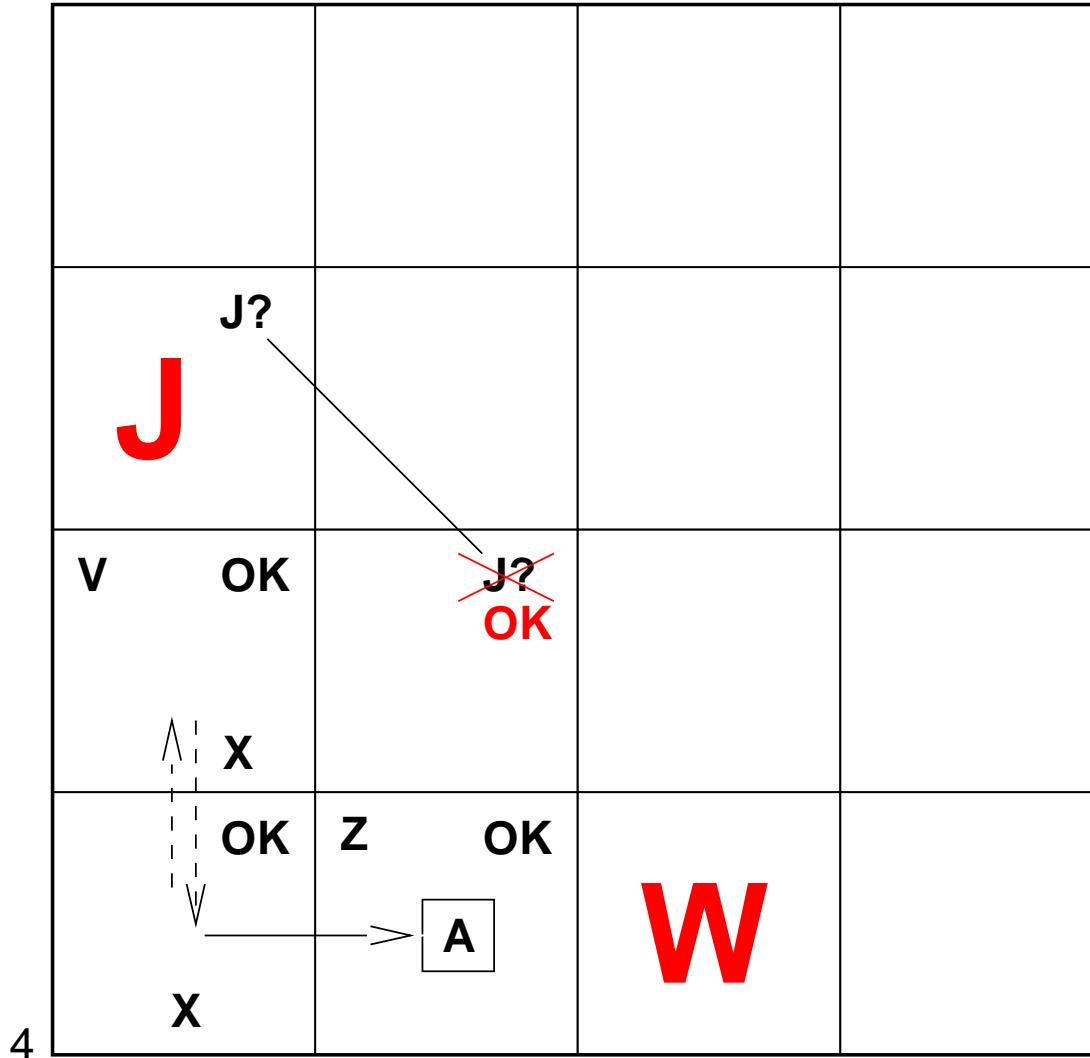
A	= Agent
V	= Vánek
T	= Třpyt
OK	= bezpečí
J	= Jáma
Z	= Zápach
X	= navštíveno
W	= Wampus

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ



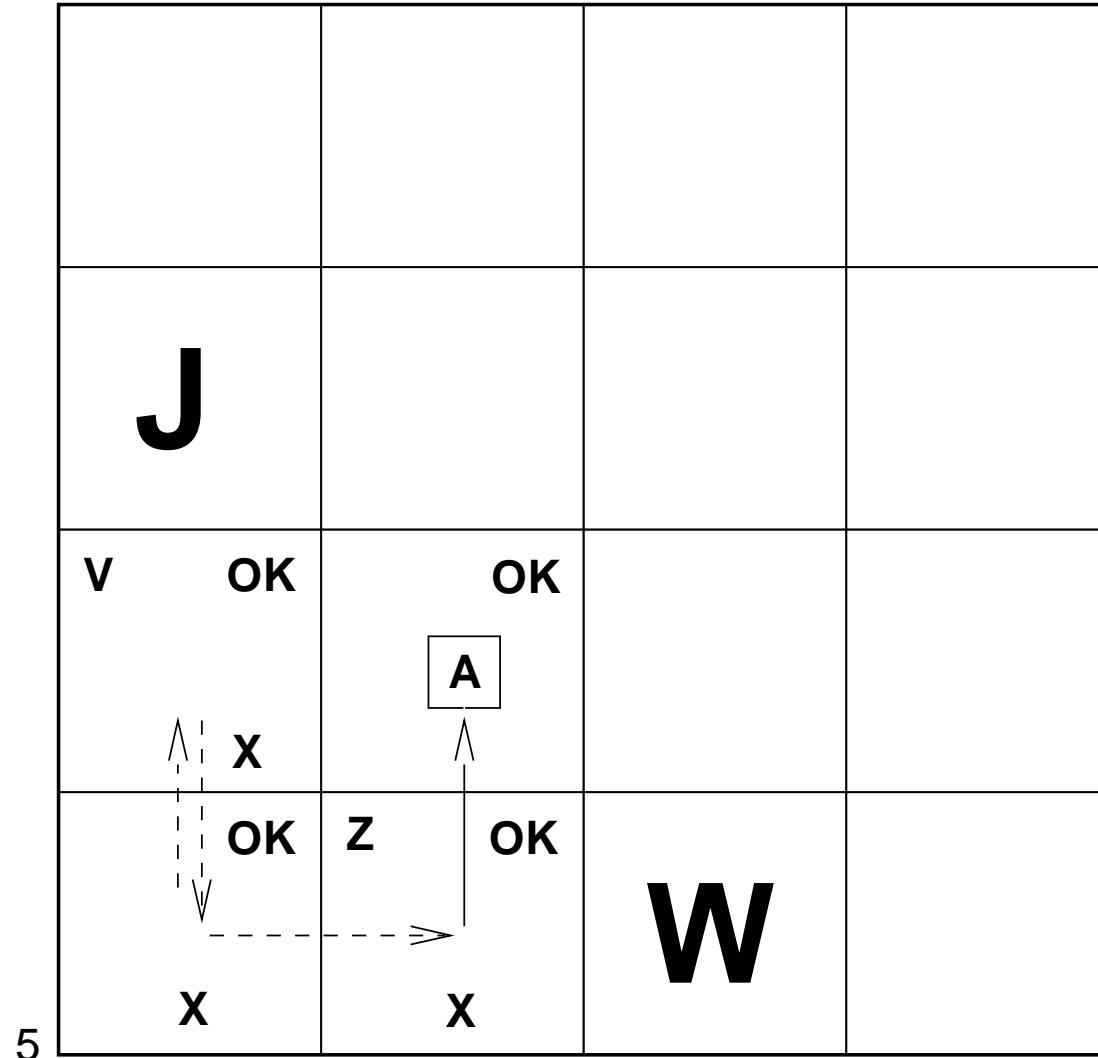
A	= Agent
V	= Vánek
T	= Třpyt
OK	= bezpečí
J	= Jáma
Z	= Zápach
X	= navštíveno
W	= Wampus

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ



A	= Agent
V	= Vánek
T	= Třpyt
OK	= bezpečí
J	= Jáma
Z	= Zápach
X	= navštívěno
W	= Wumpus

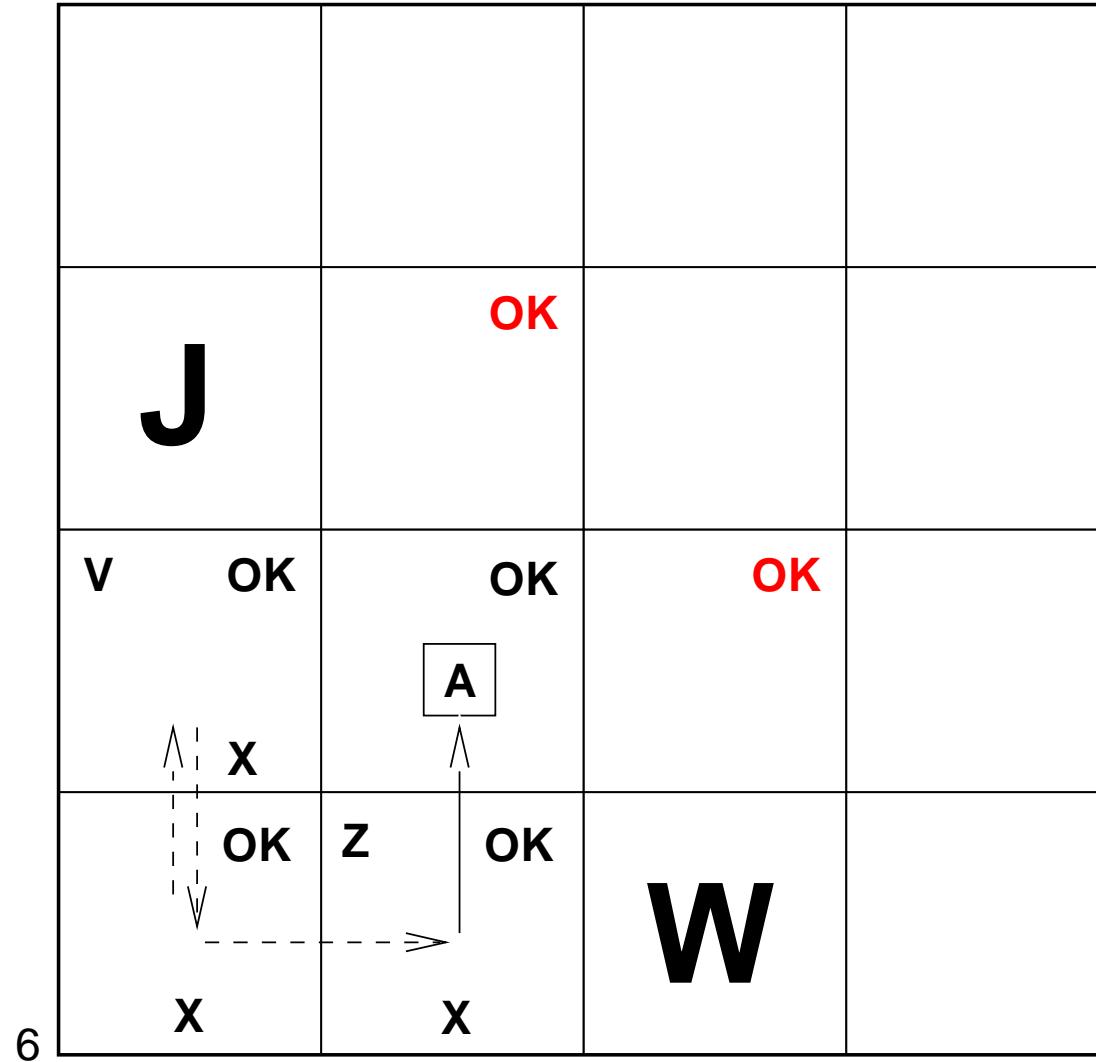
## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ



5

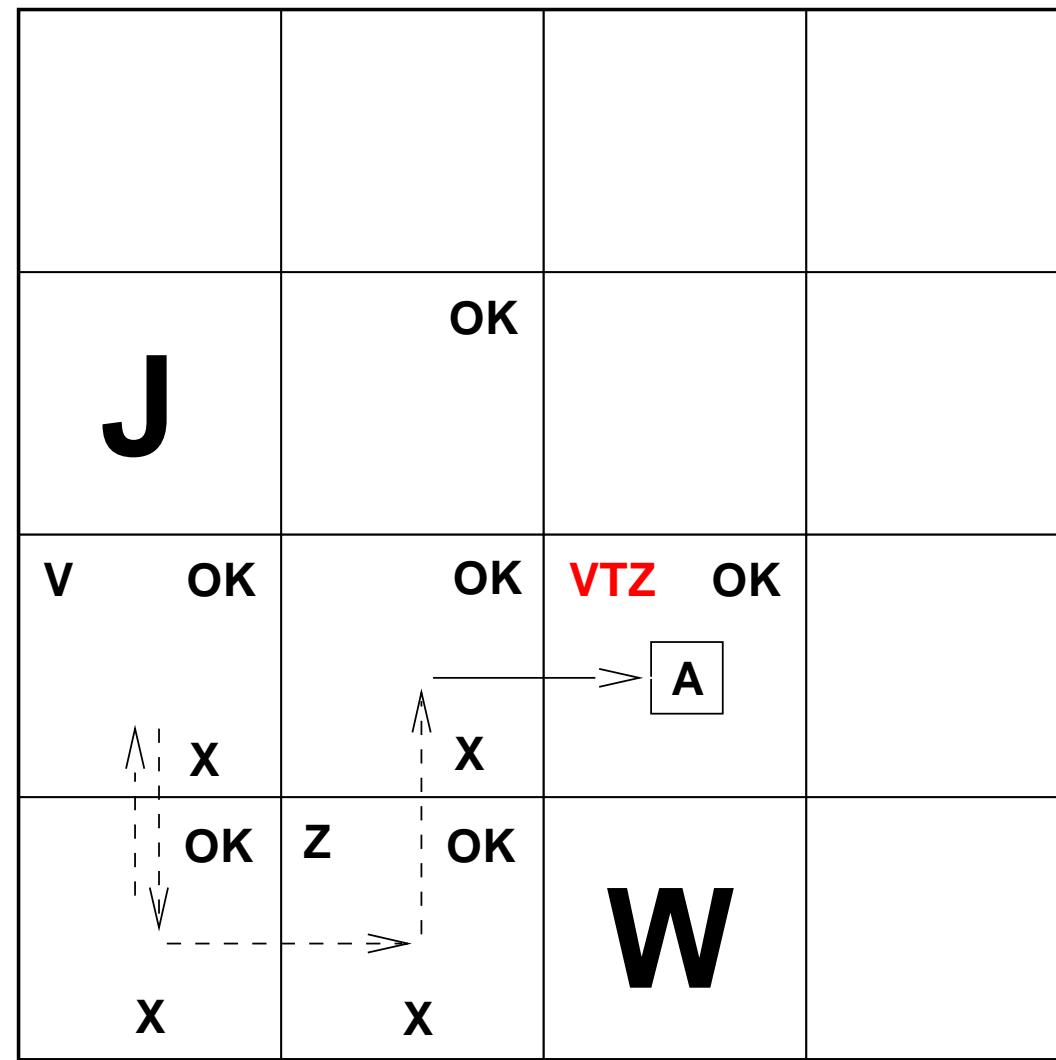
A	= Agent
V	= Vánek
T	= Třpyt
OK	= bezpečí
J	= Jáma
Z	= Zápach
X	= navštívěno
W	= Wampus

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ



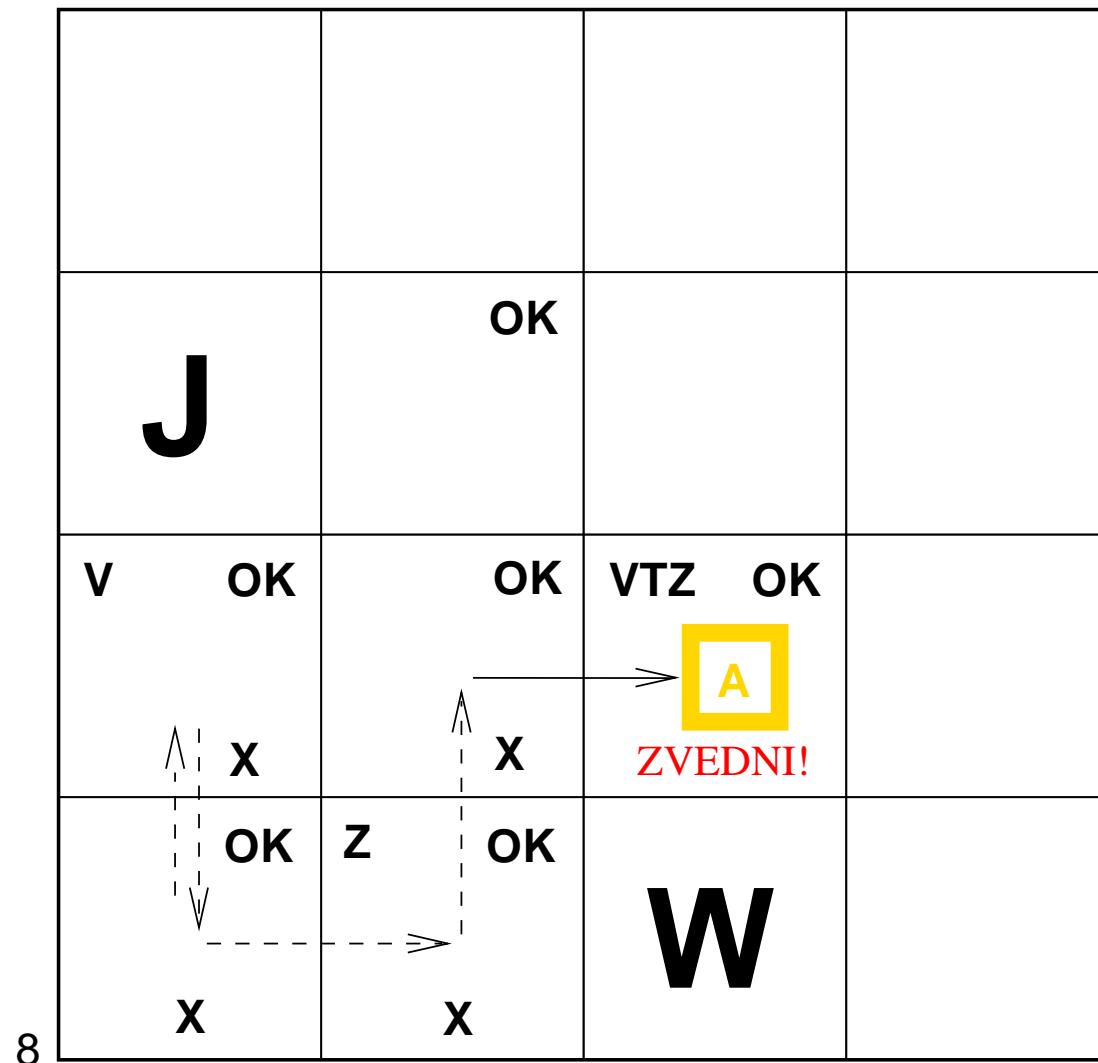
A	= Agent
V	= Vánek
T	= Třpyt
OK	= bezpečí
J	= Jáma
Z	= Zápach
X	= navštíveno
W	= Wampus

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ



A	= Agent
V	= Vánek
T	= Třpyt
OK	= bezpečí
J	= Jáma
Z	= Zápach
X	= navštíveno
W	= Wampus

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ



A	= Agent
V	= Vánek
T	= Třpyt
OK	= bezpečí
J	= Jáma
Z	= Zápach
X	= navštíveno
W	= Wumpus

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ – PROBLÉMY

základní vlastnost logického vyvozování:

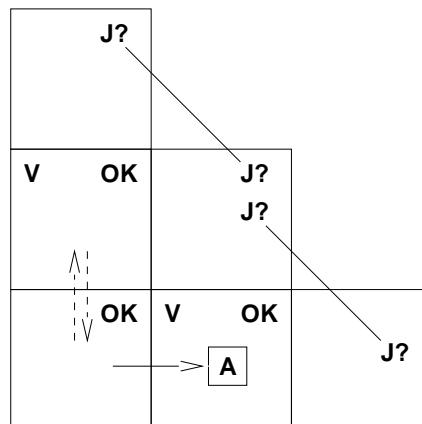
*Kdykoliv agent dospěje k závěru z daných informací → tento závěr je zaručeně správný, pokud jsou správné dodané informace.*

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ – PROBLÉMY

základní vlastnost logického vyvozování:

*Kdykoliv agent dospěje k závěru z daných informací → tento závěr je zaručeně správný, pokud jsou správné dodané informace.*

obtížné situace:



Vánek v (1, 2) i v (2, 1) ⇒ žádná bezpečná akce

Při předpokladu uniformní distribuce děr

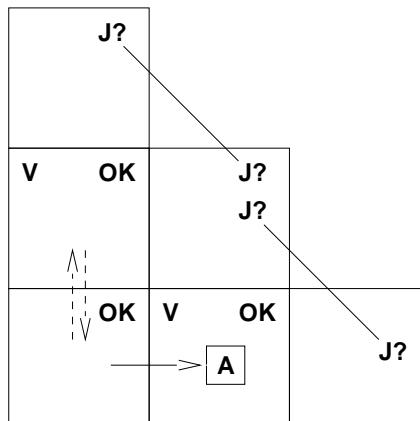
→ díra v (2, 2) má pravděpodobnost 0.86, na krajích 0.31

## PRŮZKUM WUMPUSOVY JESKYNĚ – PROBLÉMY

základní vlastnost logického vyvozování:

*Kdykoliv agent dospěje k závěru z daných informací → tento závěr je zaručeně správný, pokud jsou správné dodané informace.*

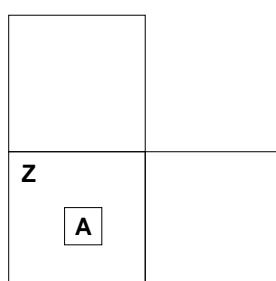
obtížné situace:



Vánek v (1, 2) i v (2, 1) ⇒ žádná bezpečná akce

Při předpokladu uniformní distribuce děr

→ díra v (2, 2) má pravděpodobnost 0.86, na krajích 0.31



Zápach v (1, 1) ⇒ nemůže se pohnout

je možné použít donucovací strategii (*strategy of coercion*):

1. Výstrel jedním ze směrů
2. byl tam Wumpus ⇒ je mrtvý (poznám podle Chroptění) ⇒ bezpečné
3. nebyl tam Wumpus (žádné Chroptění) ⇒ bezpečný směr

---

✓ • Logický agent . . . . .	2
✓ • Wumpusova jeskyně . . . . .	4
⇒ • Logika . . . . .	10
• Výroková logika . . . . .	16
• Důkazové metody . . . . .	23

## LOGIKA

**Logika** = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

## LOGIKA

**Logika** = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

## LOGIKA

**Logika** = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

→  $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;       $x2 + y >$  není věta

# LOGIKA

**Logika** = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;       $x2 + y >$  není věta
- $x + 2 \geq y$  je pravda     $\Leftrightarrow$     číslo  $x + 2$  není menší než číslo  $y$

# LOGIKA

**Logika** = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;       $x2 + y >$  není věta
- $x + 2 \geq y$  je pravda     $\Leftrightarrow$     číslo  $x + 2$  není menší než číslo  $y$
- $x + 2 \geq y$  je pravda ve světě, kde  $x = 7, y = 1$

# LOGIKA

**Logika** = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;       $x2 + y >$  není věta
- $x + 2 \geq y$  je pravda     $\Leftrightarrow$     číslo  $x + 2$  není menší než číslo  $y$
- $x + 2 \geq y$  je pravda ve světě, kde  $x = 7, y = 1$
- $x + 2 \geq y$  je nepravda ve světě, kde  $x = 0, y = 6$

# LOGIKA

**Logika** = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

**Syntaxe** definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

**Sémantika** definuje “*význam*” vět  $\Rightarrow$  definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- $x + 2 \geq y$  je dobře utvořená věta;       $x2 + y >$  není věta
- $x + 2 \geq y$  je pravda     $\Leftrightarrow$     číslo  $x + 2$  není menší než číslo  $y$
- $x + 2 \geq y$  je pravda ve světě, kde  $x = 7, y = 1$
- $x + 2 \geq y$  je nepravda ve světě, kde  $x = 0, y = 6$

zápis na papíře v libovolné syntaxi → v KB se jedná o **konfiguraci** (částí) agenta

vlastní **vyvozování** → generování a manipulace s těmito konfiguracemi

## DŮSLEDEK

Důsledek (vyplývání, *entailment*) – jedna věc logicky vyplývá z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí  $KB$  vyplývá věta  $\alpha$   $\Leftrightarrow$   $\alpha$  je pravdivá ve všech světech, kde je  $KB$  pravdivá

## DŮSLEDEK

**Důsledek** (vyplývání, *entailment*) – jedna věc logicky vyplývá z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí  $KB$  vyplývá věta  $\alpha \iff \alpha$  je pravdivá ve všech světech, kde je  $KB$  pravdivá  
např.:

→  $KB$  obsahuje věty – “Češi vyhráli”

– “Slováci vyhráli”

z  $KB$  pak vyplývá – “Buď Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli”

## DŮSLEDEK

**Důsledek** (vyplývání, *entailment*) – jedna věc logicky vyplývá z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí  $KB$  vyplývá věta  $\alpha \iff \alpha$  je pravdivá ve všech světech, kde je  $KB$  pravdivá  
např.:

→  $KB$  obsahuje věty – “Češi vyhráli”

– “Slováci vyhráli”

z  $KB$  pak vyplývá – “Buď Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli”

→ z  $x + y = 4$  vyplývá  $4 = x + y$

## DŮSLEDEK

Důsledek (vyplývání, *entailment*) – jedna věc logicky vyplývá z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí  $KB$  vyplývá věta  $\alpha \iff \alpha$  je pravdivá ve všech světech, kde je  $KB$  pravdivá  
např.:

→  $KB$  obsahuje věty – “Češi vyhráli”

– “Slováci vyhráli”

z  $KB$  pak vyplývá – “Buď Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli”

→ z  $x + y = 4$  vyplývá  $4 = x + y$

Důsledek je vztah mezi větami (*syntaxe*), který je založený na *sémantice*.

# MODEL

možný svět = **model** ... formálně strukturovaný (abstraktní) svět, umožňuje vyhodnocení pravdivosti

říkáme:      $m$  je model věty  $\alpha$     $\Leftrightarrow$     $\alpha$  je pravdivá v  $m$

# MODEL

možný svět = **model** ... formálně strukturovaný (abstraktní) svět, umožňuje vyhodnocení pravdivosti

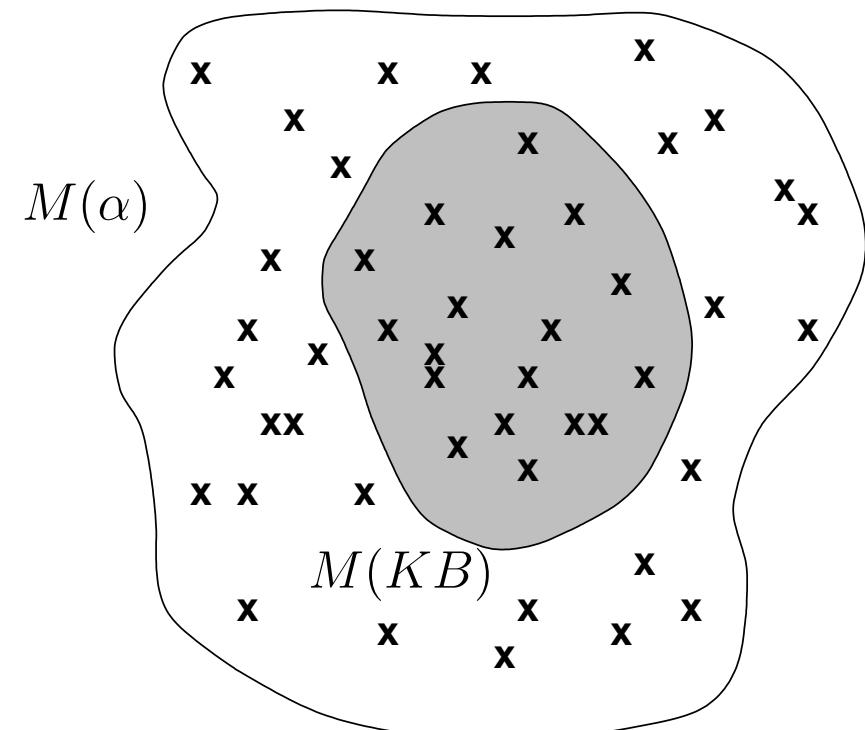
říkáme:  $m$  je model věty  $\alpha \Leftrightarrow \alpha$  je pravdivá v  $m$

$M(\alpha)$  ... množina všech modelů věty  $\alpha$

$KB \models \alpha \Leftrightarrow M(KB) \subseteq M(\alpha)$

např.:  $KB = \text{“Češi vyhráli”} \wedge \text{“Slováci vyhráli”}$

$\alpha = \text{“Češi vyhráli”}$



## VYPLÝVÁNÍ VE WUMPUSOVĚ JESKYNI

situace:

- v [1, 1] nedetekováno nic
- krok doprava, v [2, 1] Vánek

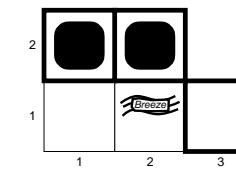
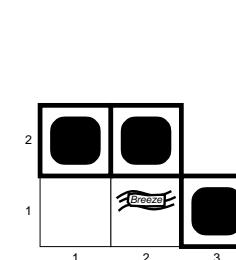
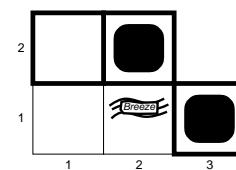
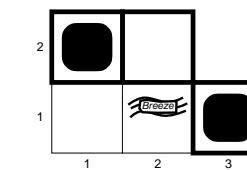
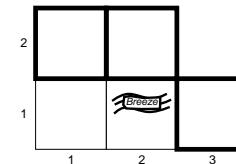
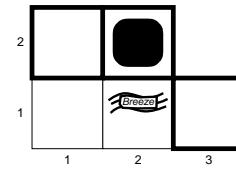
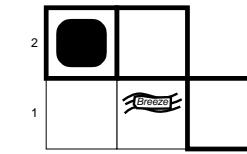
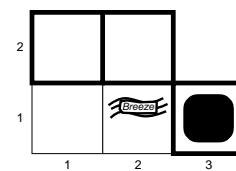
uvažujeme možné *modely* pro ‘?’  
(budou nás zajímat jen Jámy)

?	?		
	v ---> A	?	

3 pole s Booleovskými možnostmi  $\{T, F\}$   $\Rightarrow 2^3 = 8$  možných modelů

# MODELY VE WUMPUSOVĚ JESKYNI

uvažujeme všech 8 možných modelů:



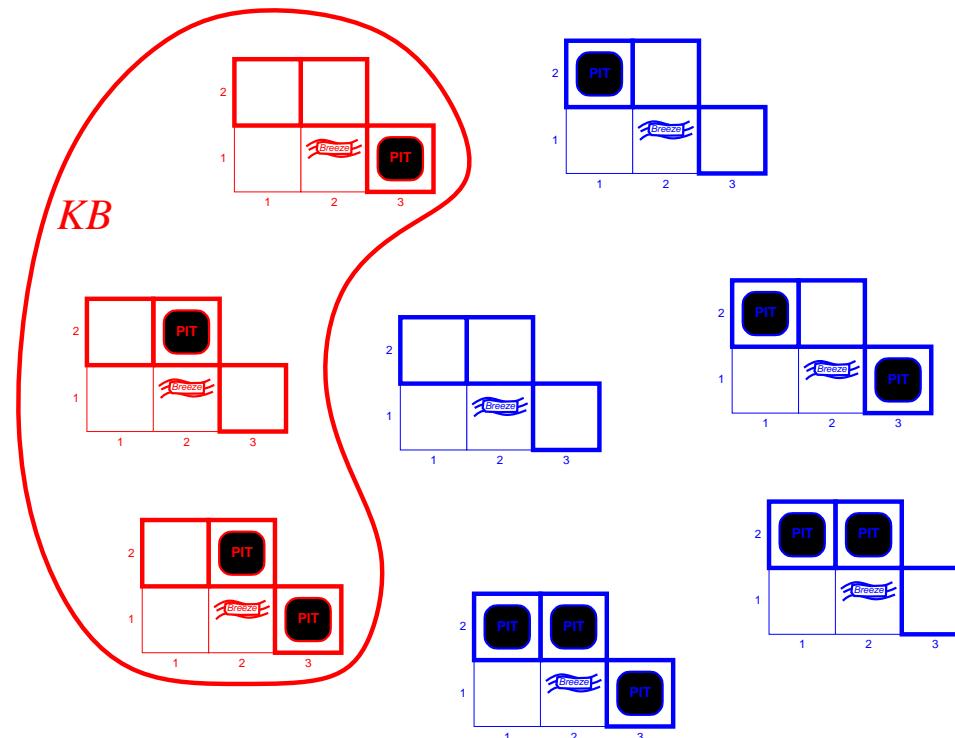
$KB$  = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1$  = “[1, 2] je bezpečné pole”

$\alpha_2$  = “[2, 2] je bezpečné pole”

# MODELY VE WUMPUSOVĚ JESKYNI

uvažujeme všech 8 možných modelů:



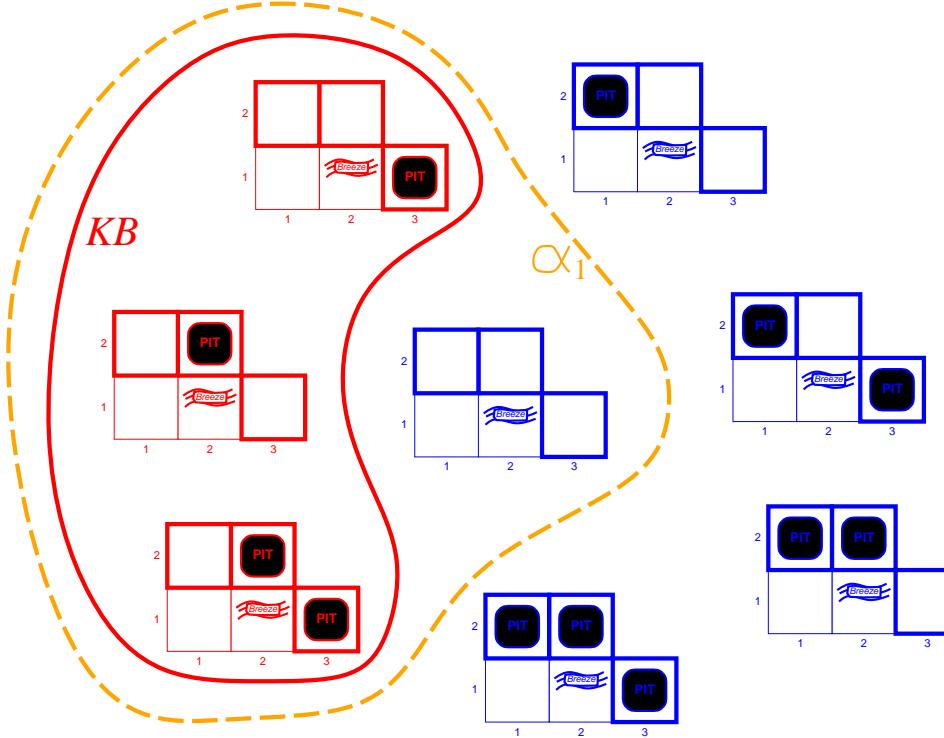
*KB* = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1$  = “[1, 2] je bezpečné pole”

$\alpha_2$  = “[2, 2] je bezpečné pole”

# MODELY VE WUMPUSOVĚ JESKYNI

uvažujeme všech 8 možných modelů:



$KB =$  pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

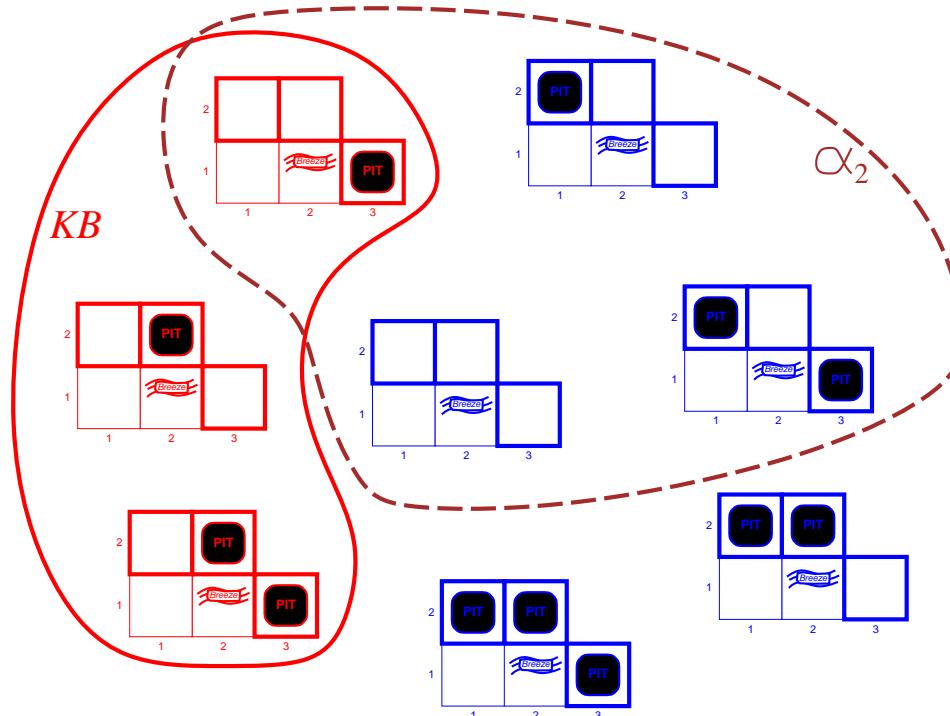
$\alpha_1 = "[1, 2]$  je bezpečné pole"

$\alpha_2 = "[2, 2]$  je bezpečné pole"

$KB \models \alpha_1$ , dokážeme pomocí kontroly modelů (*model checking*)

# MODELY VE WUMPUSOVĚ JESKYNI

uvažujeme všech 8 možných modelů:



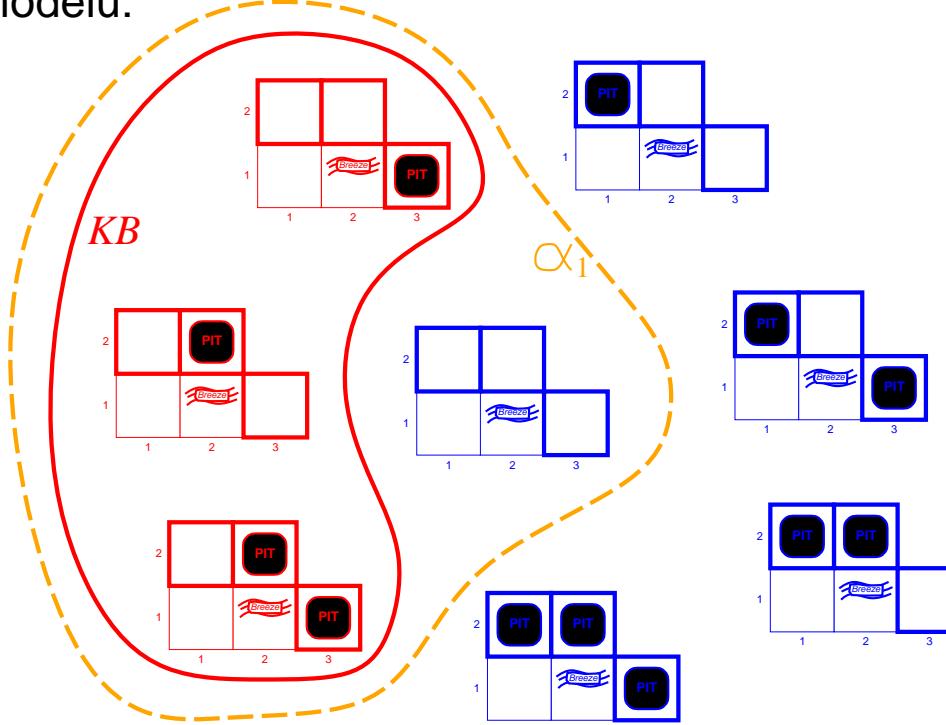
$KB =$  pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1 = "[1, 2] \text{ je bezpečné pole}"$

$\alpha_2 = "[2, 2] \text{ je bezpečné pole}" \quad KB \not\models \alpha_2 \iff \exists \text{ modely: } KB \text{ je pravdivá} \wedge \alpha_2 \text{ je nepravdivá}$

# MODELY VE WUMPUSOVĚ JESKYNI

uvažujeme všech 8 možných modelů:



$KB =$  pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1 = "[1, 2] \text{ je bezpečné pole}" \quad KB \models \alpha_1$

$\alpha_2 = "[2, 2] \text{ je bezpečné pole}" \quad KB \not\models \alpha_2$

kontrola modelů → jednoduchý způsob logické inference

## INFERENCE

Vyvozování požadovaných důsledků – **inference**

$KB \vdash_i \alpha \dots$  věta  $\alpha$  může být **vyvozena** z  $KB$  pomocí (procedury)  $i$       ( $i$  odvodí  $\alpha$  z  $KB$ )

všechny možné důsledky  $KB$  jsou “kupka sena”;  $\alpha$  je jehla  
vyplývání = jehla v kupce sena; inference = její nalezení

**Bezespornost:**     $i$  je bezesporná       $\Leftrightarrow$        $\forall KB \vdash_i \alpha \Rightarrow KB \models \alpha$

**Úplnost:**             $i$  je úplná       $\Leftrightarrow$        $\forall KB \models \alpha \Rightarrow KB \vdash_i \alpha$

Vztah k *reálnému světu*:

Pokud je  $KB$  **pravdivá v reálném světě**  $\Rightarrow \forall$  věta  $\alpha$  vyvozená z  $KB$  pomocí **bezesporné inference** je také pravdivá ve skutečném světě

Jestliže máme sémantiku “pravdivou” v reálném světě  $\rightarrow$  můžeme vyvozovat závěry o skutečném světě pomocí logiky

---

✓ • Logický agent . . . . .	2
✓ • Wumpusova jeskyně . . . . .	4
✓ • Logika . . . . .	10
⇒ • Výroková logika . . . . .	16
• Důkazové metody . . . . .	23

## VÝROKOVÁ LOGIKA

Výroková logika – nejjednodušší logika, ilustruje základní myšlenky

- **výrokové symboly**  $P_1, P_2, \dots$  jsou věty
- **negace** –  $S$  je věta  $\Rightarrow \neg S$  je věta
- **konjunkce** –  $S_1$  a  $S_2$  jsou věty  $\Rightarrow S_1 \wedge S_2$  je věta
- **disjunkce** –  $S_1$  a  $S_2$  jsou věty  $\Rightarrow S_1 \vee S_2$  je věta
- **implikace** –  $S_1$  a  $S_2$  jsou věty  $\Rightarrow S_1 \Rightarrow S_2$  je věta
- **ekvivalence** –  $S_1$  a  $S_2$  jsou věty  $\Rightarrow S_1 \Leftrightarrow S_2$  je věta

## SÉMANTIKA VÝROKOVÉ LOGIKY

- každý model musí určit pravdivostní hodnoty výrokových symbolů  
např.:  $m_1 = \{P_1 = \text{false}, P_2 = \text{false}, P_3 = \text{true}\}$

## SÉMANTIKA VÝROKOVÉ LOGIKY

→ každý model musí určit pravdivostní hodnoty výrokových symbolů

např.:  $m_1 = \{P_1 = \text{false}, P_2 = \text{false}, P_3 = \text{true}\}$

→ pravidla pro vyhodnocení pravdivosti u složených výroků pro model  $m$ :

$\neg S$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S$	je <i>false</i>			
$S_1 \wedge S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \vee S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>false</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
tj.	je <i>false</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>false</i>
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	a	$S_2 \Rightarrow S_1$	je <i>true</i>

## SÉMANTIKA VÝROKOVÉ LOGIKY

→ každý model musí určit pravdivostní hodnoty výrokových symbolů

např.:  $m_1 = \{P_1 = \text{false}, P_2 = \text{false}, P_3 = \text{true}\}$

→ pravidla pro vyhodnocení pravdivosti u složených výroků pro model  $m$ :

$\neg S$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S$	je <i>false</i>			
$S_1 \wedge S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \vee S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>false</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
tj.	je <i>false</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>false</i>
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	a	$S_2 \Rightarrow S_1$	je <i>true</i>

→ rekurzivním procesem vyhodnotíme lib. větu:

$$\neg P_1 \wedge (P_2 \vee P_3) = \text{true} \wedge (\text{false} \vee \text{true}) = \text{true} \wedge \text{true} = \text{true}$$

# SÉMANTIKA VÝROKOVÉ LOGIKY

→ každý model musí určit pravdivostní hodnoty výrokových symbolů

např.:  $m_1 = \{P_1 = \text{false}, P_2 = \text{false}, P_3 = \text{true}\}$

→ pravidla pro vyhodnocení pravdivosti u složených výroků pro model  $m$ :

$\neg S$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S$	je <i>false</i>			
$S_1 \wedge S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \vee S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>false</i>	nebo	$S_2$	je <i>true</i>
tj.	je <i>false</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1$	je <i>true</i>	a	$S_2$	je <i>false</i>
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je <i>true</i>	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je <i>true</i>	a	$S_2 \Rightarrow S_1$	je <i>true</i>

→ rekurzivním procesem vyhodnotíme lib. větu:

$$\neg P_1 \wedge (P_2 \vee P_3) = \text{true} \wedge (\text{false} \vee \text{true}) = \text{true} \wedge \text{true} = \text{true}$$

pravdivostní tabulka:

$P$	$Q$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>

## LOGICKÁ EKVIVALENCE

Dva výroky jsou **logicky ekvivalentní** právě tehdy, když jsou pravdivé ve stejných modelech:

$$\alpha \equiv \beta \Leftrightarrow \alpha \models \beta \text{ a } \beta \models \alpha$$

$(\alpha \wedge \beta)$	$\equiv$	$(\beta \wedge \alpha)$	komutativita $\wedge$
$(\alpha \vee \beta)$	$\equiv$	$(\beta \vee \alpha)$	komutativita $\vee$
$((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma)$	$\equiv$	$(\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$	asociativita $\wedge$
$((\alpha \vee \beta) \vee \gamma)$	$\equiv$	$(\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$	asociativita $\vee$
$\neg(\neg \alpha)$	$\equiv$	$\alpha$	eliminace dvojí negace
$(\alpha \Rightarrow \beta)$	$\equiv$	$(\neg \beta \Rightarrow \neg \alpha)$	kontrapozice
$(\alpha \Rightarrow \beta)$	$\equiv$	$(\neg \alpha \vee \beta)$	eliminace implikace
$(\alpha \Leftrightarrow \beta)$	$\equiv$	$((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$	eliminace ekvivalence
$\neg(\alpha \wedge \beta)$	$\equiv$	$(\neg \alpha \vee \neg \beta)$	de Morgan
$\neg(\alpha \vee \beta)$	$\equiv$	$(\neg \alpha \wedge \neg \beta)$	de Morgan
$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma))$	$\equiv$	$((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$	distributivita $\wedge$ nad $\vee$
$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma))$	$\equiv$	$((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$	distributivita $\vee$ nad $\wedge$

## PLATNOST A SPLNITELNOST

→ Výrok je **platný**  $\Leftrightarrow$  je pravdivý ve **všech** modelech

např.:  $true$ ,  $A \vee \neg A$ ,  $A \Rightarrow A$ ,  $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Platnost je spojena s inferencí pomocí **věty o dedukci**:

$KB \models \alpha \Leftrightarrow (KB \Rightarrow \alpha)$  je platný výrok

## PLATNOST A SPLNITELNOST

→ Výrok je **platný**  $\Leftrightarrow$  je pravdivý ve **všech** modelech

např.:  $true$ ,  $A \vee \neg A$ ,  $A \Rightarrow A$ ,  $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Platnost je spojena s inferencí pomocí **věty o dedukci**:

$KB \models \alpha \Leftrightarrow (KB \Rightarrow \alpha)$  je platný výrok

→ Výrok je **splnitelný**  $\Leftrightarrow$  je pravdivý v **některých** modelech

např.:  $A \vee B$ ,  $C$

Výrok je **nesplnitelný**  $\Leftrightarrow$  je nepravdivý ve **všech** modelech

např.:  $A \wedge \neg A$

Splnitelnost je spojena s inferencí pomocí **důkazu α sporem (reductio ad absurdum)**:

$KB \models \alpha \Leftrightarrow (KB \wedge \neg \alpha)$  je nesplnitelný

## TVRZENÍ PRO WUMPUSOVU JESKYNI

Definujeme výrokové symboly  $J_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow V[i,j]$  je Jáma.  
a  $V_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow V[i,j]$  je Vánek.

# TVRZENÍ PRO WUMPUSOVU JESKYNI

Definujeme výrokové symboly  $J_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow \forall [i,j]$  je Jáma.  
 a  $V_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow \forall [i,j]$  je Vánek.

báze znalostí  $KB$ :

- pravidlo pro  $[1, 1]$ :  $R_1: \neg J_{1,1}$
- pozorování:  $R_2: \neg V_{1,1}$   
 $R_3: V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:  
 “Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech”

$$R'_4: V_{1,1} \Leftarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$

$$R'_5: V_{2,1} \Leftarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

?	?		
	v -----> A		?

# TVRZENÍ PRO WUMPUSOVU JESKYNI

Definujeme výrokové symboly  $J_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow \forall [i,j]$  je Jáma.  
 a  $V_{i,j}$  je pravda  $\Leftrightarrow \forall [i,j]$  je Vánek.

báze znalostí  $KB$ :

- pravidlo pro  $[1, 1]$ :  $R_1: \neg J_{1,1}$
- pozorování:  $R_2: \neg V_{1,1}$   
 $R_3: V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:  
 "Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech"

$$\begin{aligned} R'_4: V_{1,1} &\Leftarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1}) \\ R'_5: V_{2,1} &\Leftarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1}) \end{aligned}$$

"V poli je Vánek právě tehdy, když je ve vedlejším poli Jáma."

$$\begin{aligned} R_4: V_{1,1} &\Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1}) \\ R_5: V_{2,1} &\Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1}) \end{aligned}$$

- $KB = R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$

?	?		
	v -----> A		?

# PRAVDIVOSTNÍ TABULKA PRO INFERENCI

$V_{1,1}$	$V_{2,1}$	$J_{1,1}$	$J_{1,2}$	$J_{2,1}$	$J_{2,2}$	$J_{3,1}$	$KB$	$\alpha_1$
<i>false</i>	<i>true</i>							
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>
$\vdots$	$\vdots$							
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<u><i>true</i></u>	<u><i>true</i></u>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<u><i>true</i></u>	<u><i>true</i></u>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<u><i>true</i></u>	<u><i>true</i></u>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>
$\vdots$	$\vdots$							
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>						

$KB$  = pravidla Wumpusovy jeskyně + pozorování

$\alpha_1$  = “[1, 2] je bezpečné pole”

## INFERENCE KONTROLOU MODELŮ<sup>◦</sup>

Kontrola všech **modelů do hloubky** je bezesporňá a úplná (pro konečný počet výrokových symbolů)

```
% tt_entails (+KB,+Alpha)
tt_entails (KB,Alpha):- proposition_symbols(Symbols,[KB,Alpha]),
    tt_check_all (KB,Alpha,Symbols,[]).

% tt_check_all (+KB,+Alpha,+Symbols,+Model)
tt_check_all (KB,Alpha,[],Model):- pl_true(KB,Model),!,pl_true(Alpha,Model).
tt_check_all (KB,Alpha,[],Model):- !,fail.
tt_check_all (KB,Alpha,[P|Symbols],Model):-
    tt_check_all (KB,Alpha,Symbols,[P-true|Model]),
    tt_check_all (KB,Alpha,Symbols,[P-false|Model]).
```

$O(2^n)$  pro  $n$  symbolů, NP-úplný problém

---

✓ • Logický agent . . . . .	2
✓ • Wumpusova jeskyně . . . . .	4
✓ • Logika . . . . .	10
✓ • Výroková logika . . . . .	16
⇒ • Důkazové metody . . . . .	23

## DŮKAZOVÉ METODY

### □ kontrola modelů

- procházení pravdivostní tabulky (vždycky exponenciální v  $n$ )
- vylepšené prohledávání s navracením (*improved backtracking*), např.  
Davis–Putnam–Logemann–Loveland
- heuristické prohledávání prostoru modelů (bezesporné, ale neúplné)

## DŮKAZOVÉ METODY

### □ kontrola modelů

- procházení pravdivostní tabulky (vždycky exponenciální v  $n$ )
- vylepšené prohledávání s navracením (*improved backtracking*), např.  
Davis–Putnam–Logemann–Loveland
- heuristické prohledávání prostoru modelů (bezesporné, ale neúplné)

### □ aplikace inferenčních pravidel

- legitimní (bezesporné) generování nových výroků ze starých
- **důkaz** = sekvence aplikací inferenčních pravidel
  - je možné použít inferenční pravidla jako operátory ve standardních prohledávacích algoritmech
- typicky vyžaduje překlad vět do **normální formy**

## DOPŘEDNÉ A ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ

Hornovy klauzule:  $KB = \text{konjunkce Hornových klauzulí}$

Hornova klauzule =  $\begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ (\text{konjunkce symbolů}) \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$

např.:  $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

## DOPŘEDNÉ A ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ

Hornovy klauzule:  $KB = \text{konjunkce Hornových klauzulí}$

Hornova klauzule =  $\begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ (\text{konjunkce symbolů}) \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$

např.:  $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

pravidlo **Modus Ponens** – pro  $KB$  z Hornových klauzulí je úplné

$$\frac{\alpha_1, \dots, \alpha_n, \quad \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

pravidla pro logickou ekvivalenci se taky dají použít pro inferenci

## DOPŘEDNÉ A ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ

Hornovy klauzule:  $KB = \text{konjunkce Hornových klauzulí}$

Hornova klauzule =  $\begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ (\text{konjunkce symbolů}) \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$

např.:  $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

pravidlo **Modus Ponens** – pro  $KB$  z Hornových klauzulí je úplné

$$\frac{\alpha_1, \dots, \alpha_n, \quad \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

pravidla pro logickou ekvivalenci se taky dají použít pro inferenci

inference Hornových klauzulí → algoritmus **dopředného** nebo **zpětného řetězení**

oba tyto algoritmy jsou přirozené a mají **lineární** časovou složitost

## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ

Idea: aplikuj pravidlo, jehož premisy jsou splněné v  $KB$   
přidej jeho důsledek do  $KB$   
pokračuj do doby, než je nalezena odpověď

## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ

Idea: aplikuj pravidlo, jehož premisy jsou splněné v  $KB$

přidej jeho důsledek do  $KB$

pokračuj do doby, než je nalezena odpověď

$KB:$

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

$$B \wedge L \Rightarrow M$$

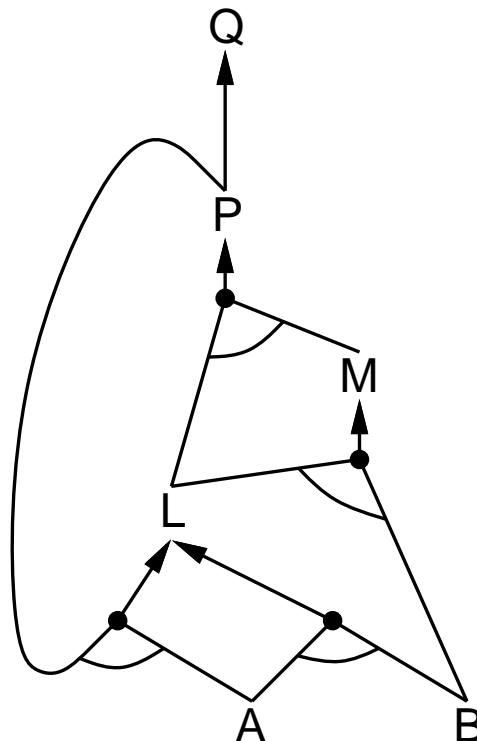
$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$

AND-OR graf  $KB:$



## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

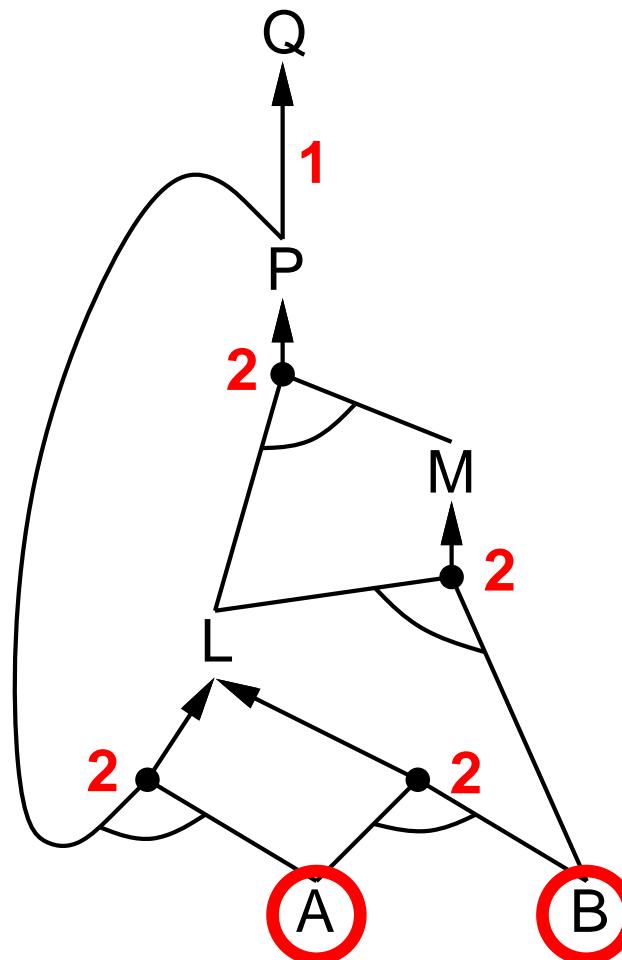
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

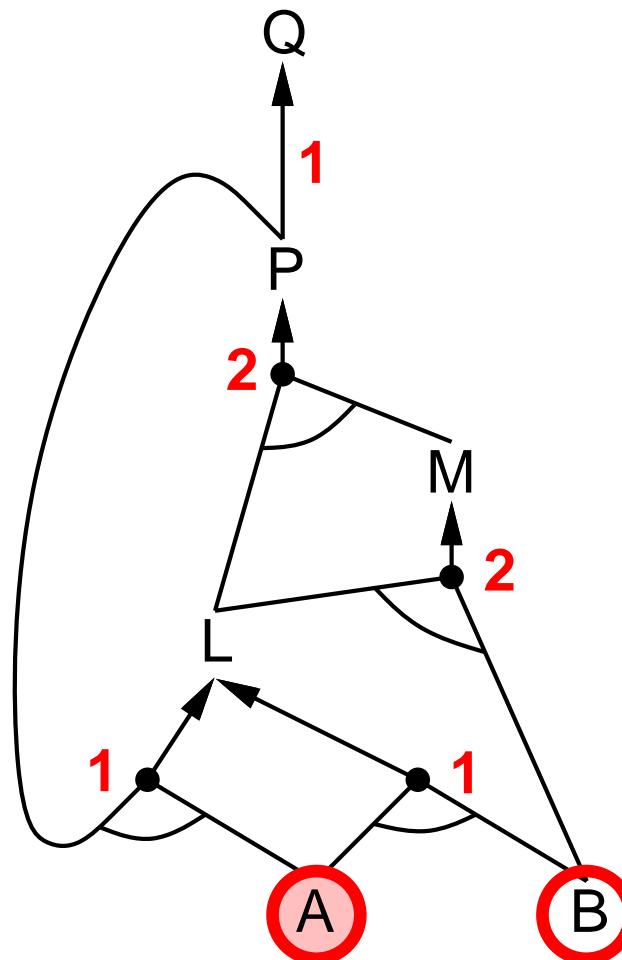
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

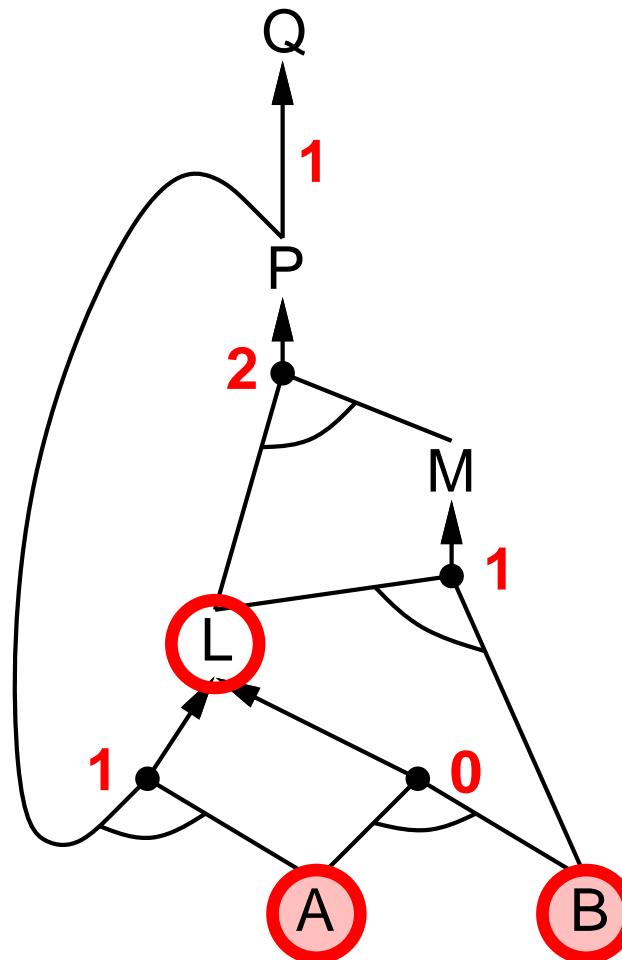
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

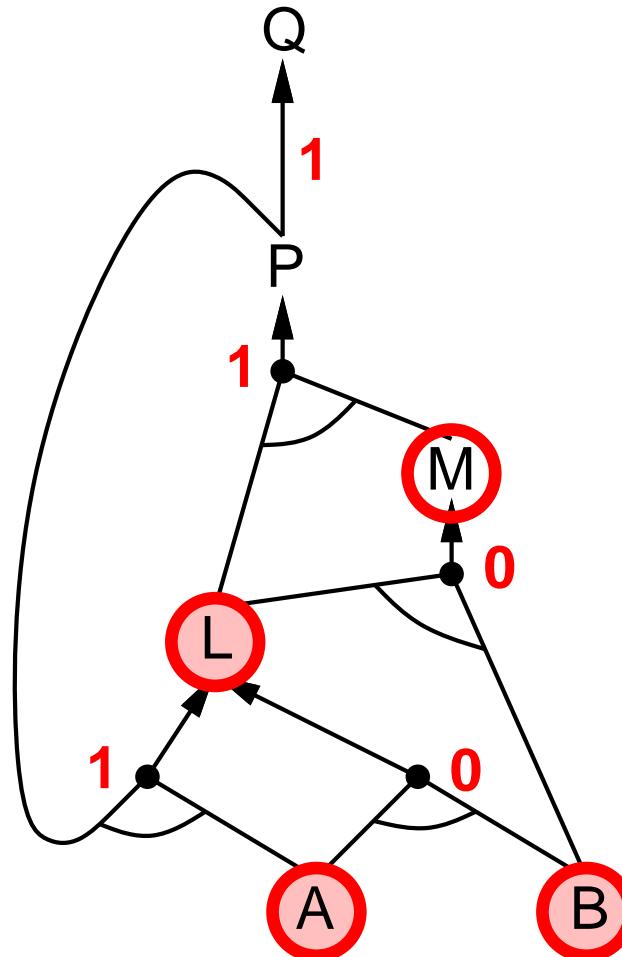
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

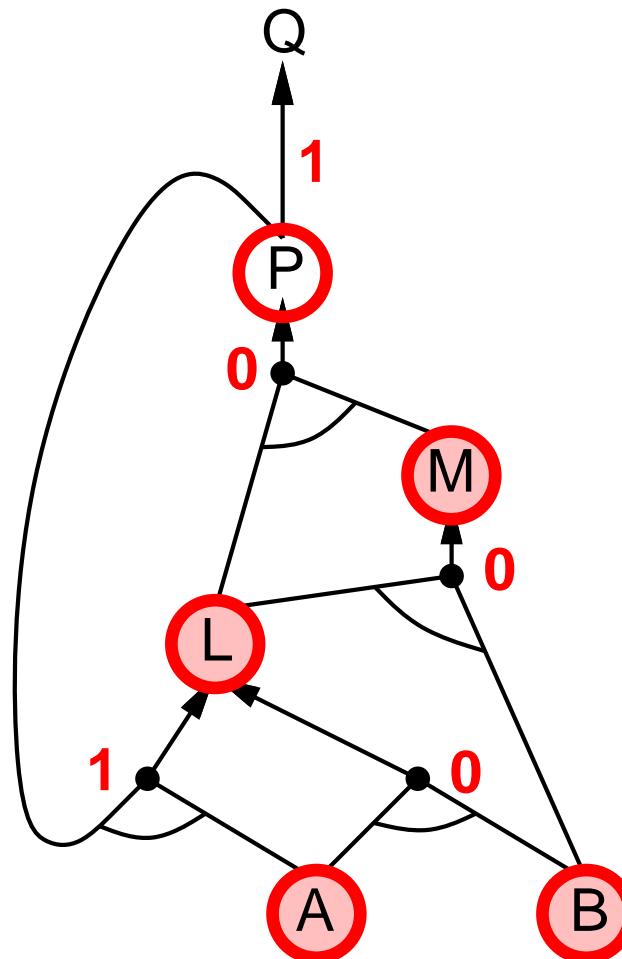
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

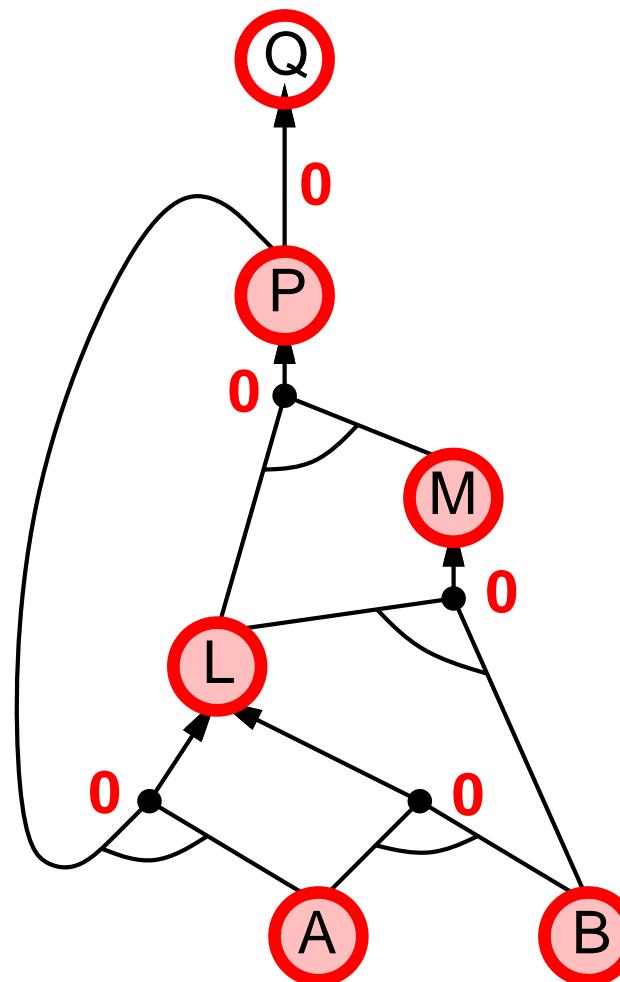
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

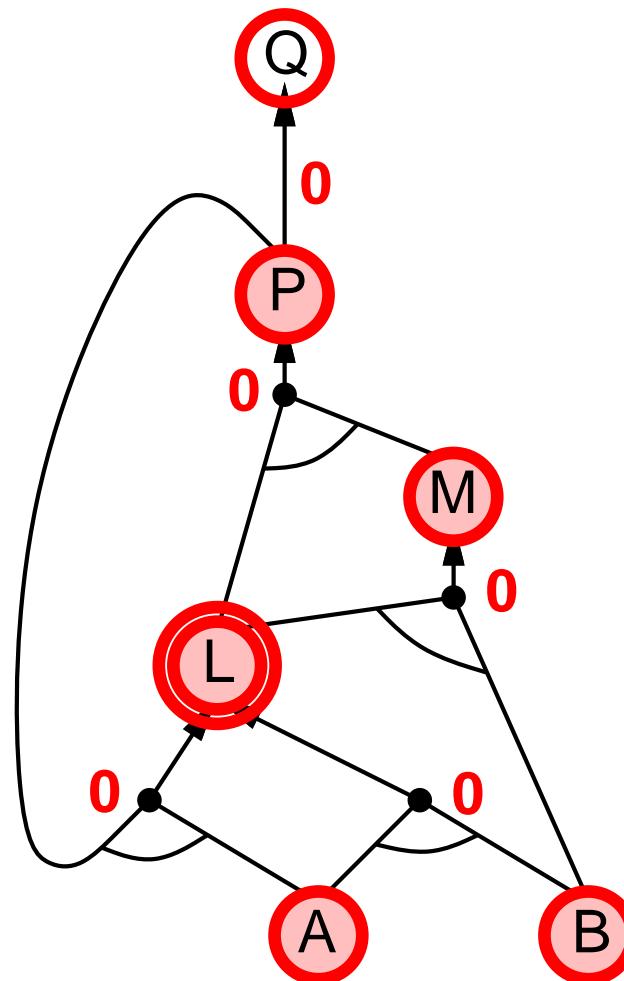
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## DOPŘEDNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

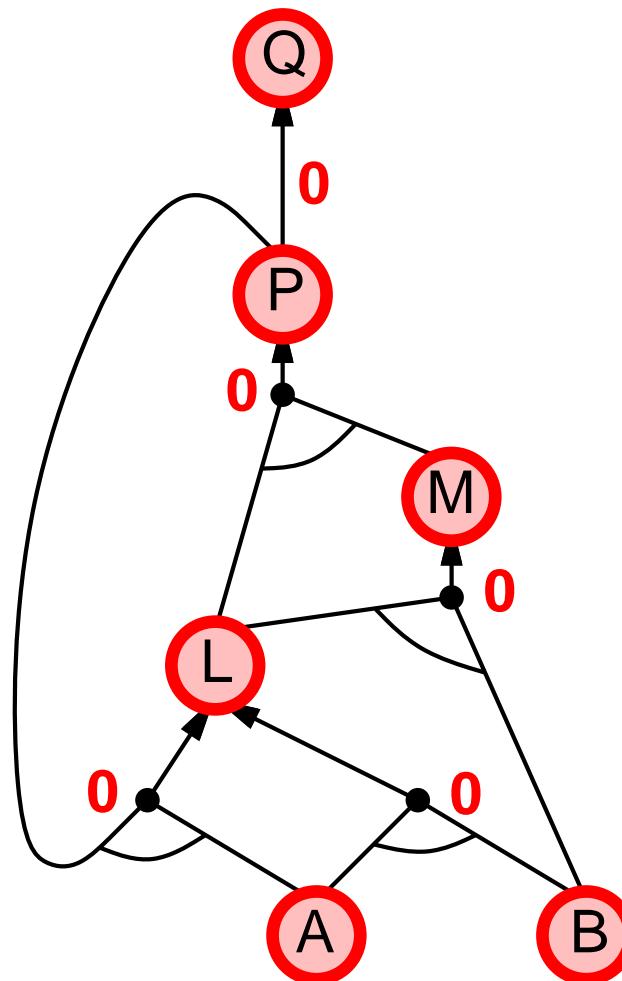
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



# ALGORITMUS DOPŘEDNÉHO ŘETĚZENÍ

```
:- op( 800, fx, if ),
op( 700, xfx, then),
op( 300, xfy, or),
op( 200, xfy, and).

forward :- new_derived_fact( P), !,
          write( 'Derived:' ), write( P ), nl,
          assert( fact( P)),
          forward
;
          write( 'No more facts').                                % All facts derived

new_derived_fact( Concl) :- if Cond then Concl,
                           not(fact( Concl)),
                           composed_fact( Cond).                         % A rule
                                                               % Rule's conclusion not yet a fact
                                                               % Condition true ?

composed_fact( Cond) :- fact( Cond).                      % Simple fact
composed_fact( Cond1 and Cond2) :- composed_fact( Cond1),
                                  composed_fact( Cond2).                % Both conjuncts true
composed_fact( Cond1 or Cond2) :- composed_fact( Cond1)
; composed_fact( Cond2).
```

## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ

Idea: pracuje zpětně od dotazu  $q$

zkontroluj, jestli není  $q$  už známo

dokaž zpětným řetězením všechny premisy nějakého pravidla, které má  $q$  jako důsledek

kontrola cyklů – pro každý podcíl se nejprve podívej, jestli už nebyl řešen (tj. pamatuje si *true* i *false* výsledek)

## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

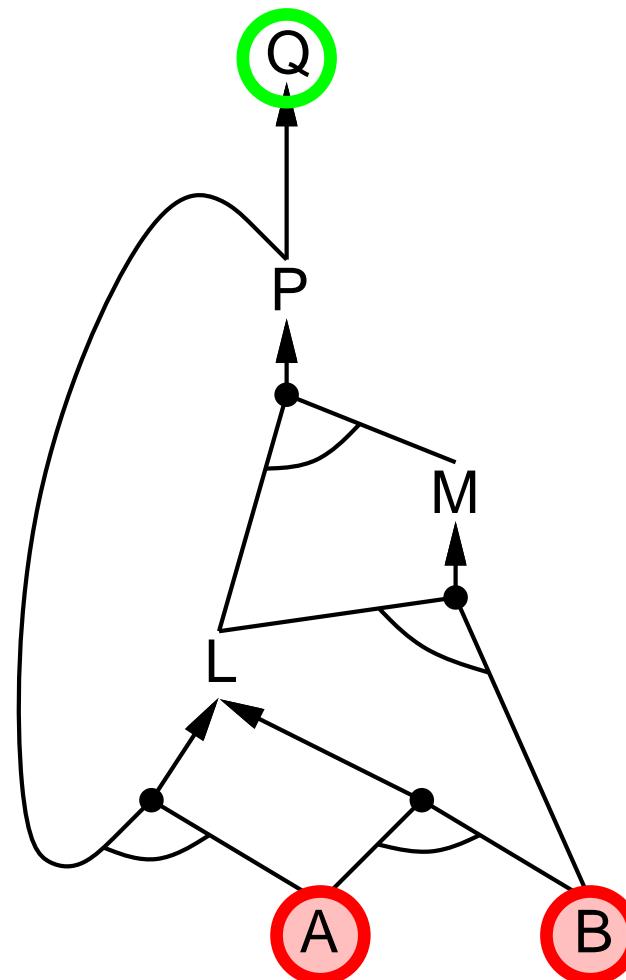
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

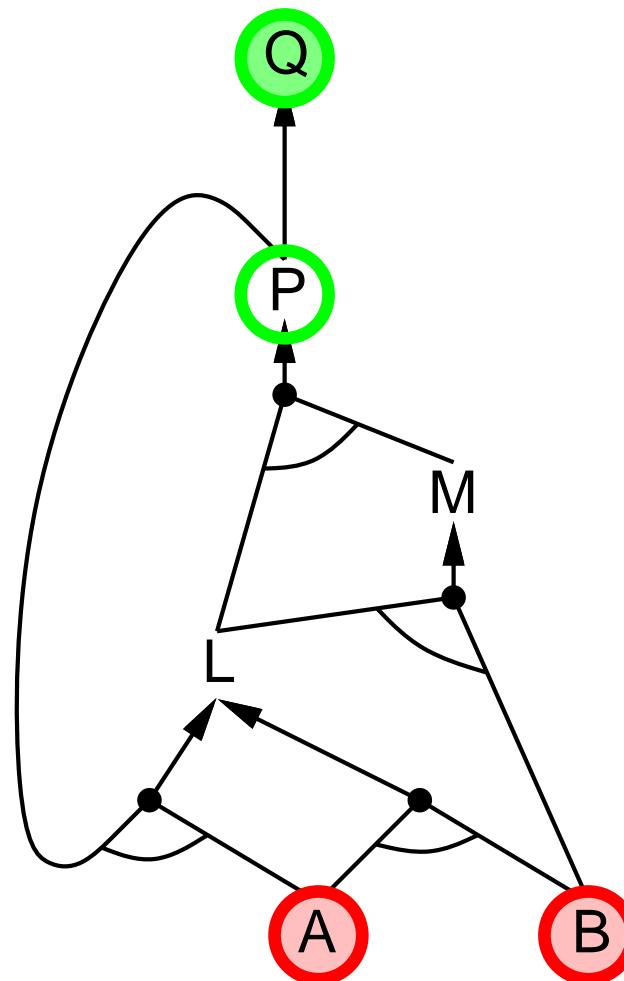
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

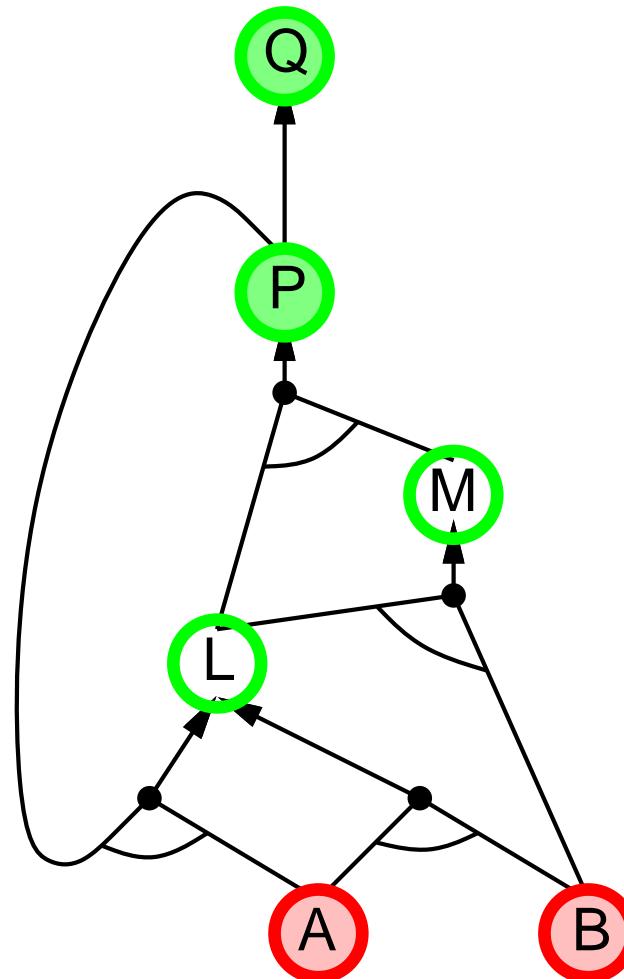
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

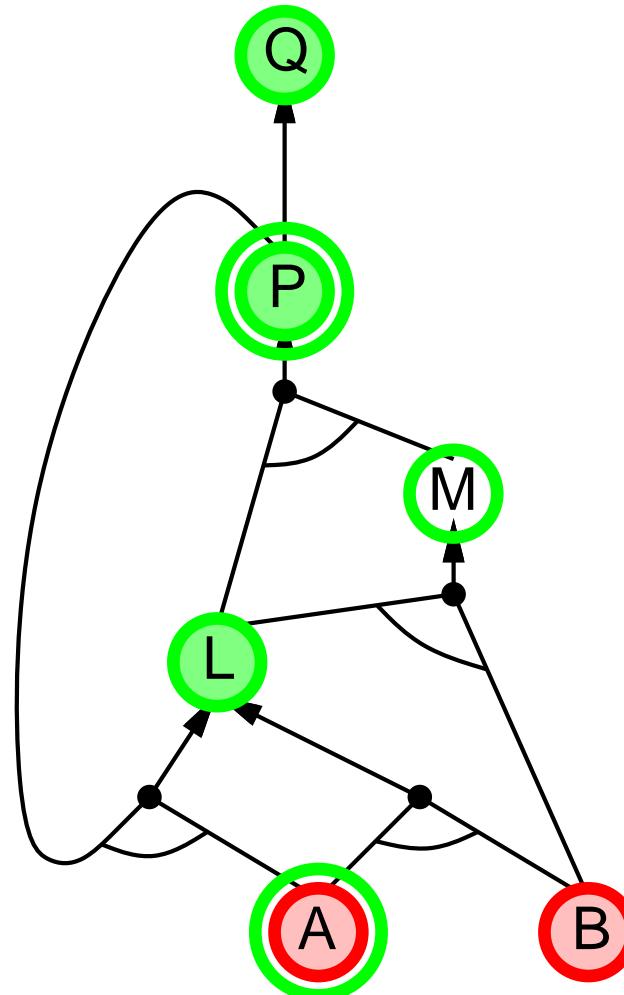
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

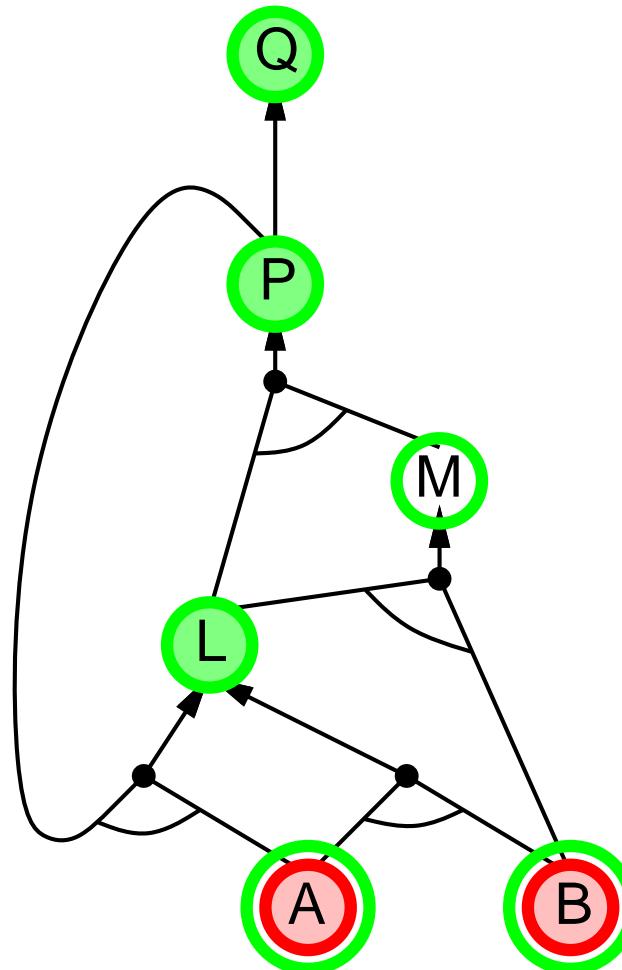
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

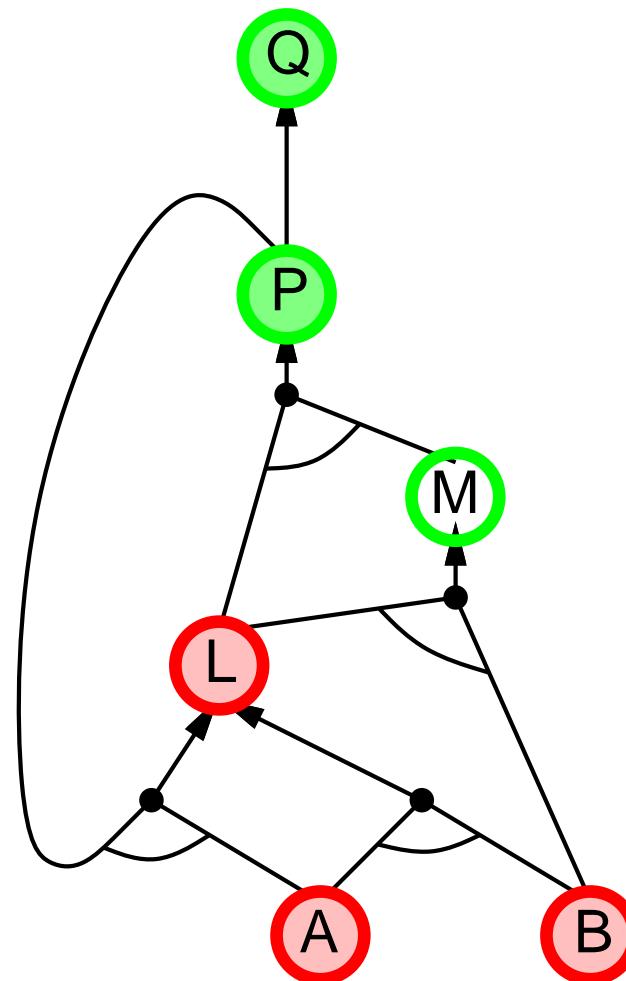
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

A

B



## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

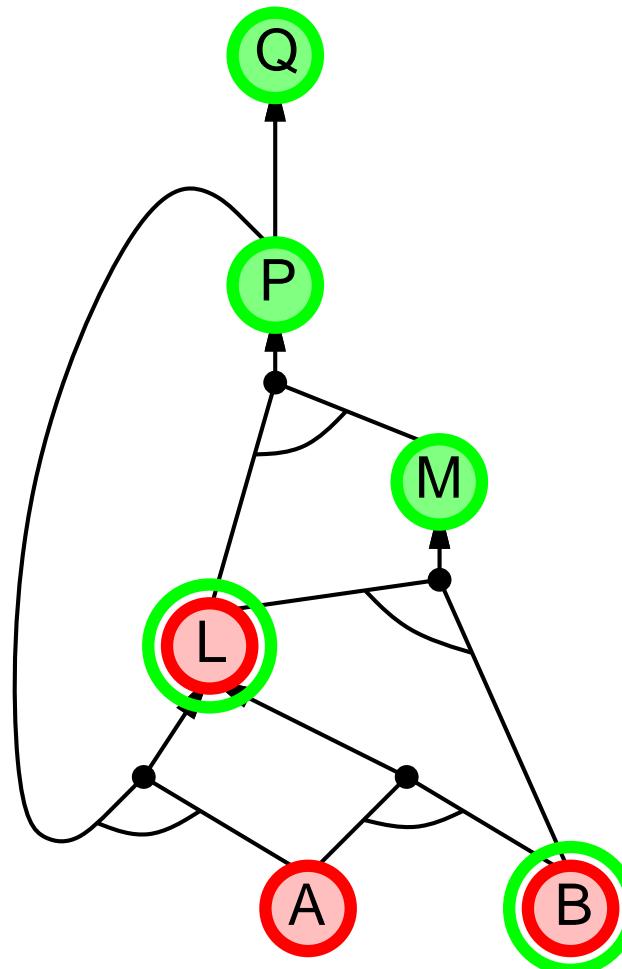
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

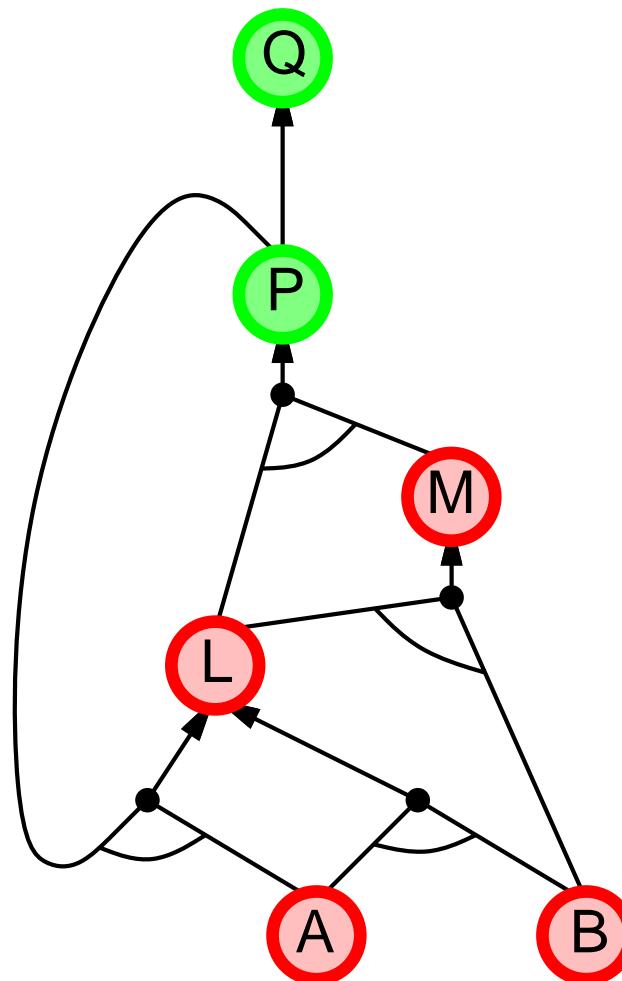
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## ZPĚTNÉ ŘETĚZENÍ – PŘÍKLAD

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

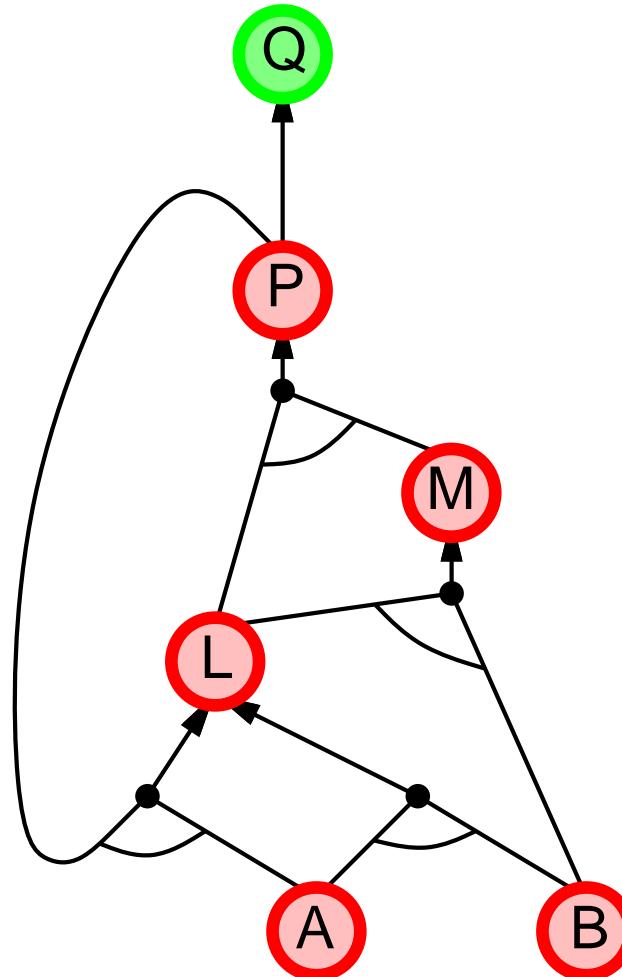
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$$A$$

$$B$$



## POROVNÁNÍ DOPŘEDNÉHO A ZPĚTNÉHO ŘETĚZENÍ

### **dopředné řetězení** je řízeno **daty**

- automatické, nevědomé zpracování
- např. rozpoznávání objektů, rutinní rozhodování
- může udělat hodně nadbytečné práce bez vztahu k dotazu/cíli

### **zpětné řetězení** je řízeno **dotazem**

- vhodné pro hledání odpovědí na konkrétní dotaz
- např. “Kde jsou moje klíče?” “Jak se mám přihlásit na PGS?”
- složitost zpětného řetězení **může** být **mnohem menší** než lineární vzhledem k velikosti  $KB$

obecný inferenční algoritmus – **rezoluce**

zpracovává formule v **konjunktivní normální formě** (konjunkce disjunkcí literálů)

pro výrokovou logiku je rezoluce **bezesporná** a **úplná**