Logický agent, výroková logika

Aleš Horák

E-mail: `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

- ➜ Logický agent
- ➜ Wumpusova jeskyně
- ➜ Logika
- ➜ Výroková logika
- ➜ Důkazové metody

Logický agent

logický agent = agent využívající **znalosti** (*knowledge-based agent*)

2 koncepty:
- – **reprezentace** znalostí (*knowledge representation*)
- – **vyvozování** znalostí (*knowledge reasoning*) $\longrightarrow$ **inference**

rozdíly od prohledávání stavového prostoru:

➜ **znalost** při prohledávání stavového prostoru $\longrightarrow$ jen **zadané funkce** (přechodová funkce, cílový test,. . .)

➜ znalosti logického agenta $\longrightarrow$ **obecná forma** umožňující **kombinace** těchto znalostí

obecné znalosti – důležité v **částečně pozorovatelných** prostředích (*partially observable* environments)

flexibilita logického agenta:
- ➜ schopnost řešit i **nové úkoly**
- ➜ možnost **učení** nových znalostí
- ➜ **úprava** stávajících znalostí podle stavu prostředí

Báze znalostí

komponenty logického agenta:

inferenční stroj (inference engine)	⟵ algoritmy nezávislé na doméně
báze znalostí (knowledge base)	⟵ "informace" o doméně

báze znalostí (KB) = množina **vět** (*tvrzení*) vyjádřených v **jazyce reprezentace znalostí**

obsah báze znalostí:

➜ na začátku – tzv. **znalosti pozadí** (*background knowledge*)

➜ průběžně **doplňované** znalosti ⟶ úkol **tell(+KB,+Sentence)**

akce logického agenta:

```
% kb_agent_action (+KB,+ATime,+Percept,−Action,−NewATime)
kb_agent_action(KB,ATime,Percept,Action,NewATime):−
    make_percept_sentence(Percept,ATime,Sentence),
    tell (KB,Sentence),                          % přidáme výsledky pozorování do KB
    make_action_query(ATime,Query),
    ask(KB,Query,Action),                        % zeptáme se na další postup
    make_action_sentence(Action,ATime,ASentence),
    tell (KB,ASentence),                         % přidáme informace o akci do KB
    NewATime is ATime + 1.
```

Návrh logického agenta

přístupy k tvorbě agenta (systému) – **deklarativní** × **procedurální** (kombinace obou)

návrh agenta ⟶ víc pohledů:

- **znalostní hledisko** – tvorba agenta ⟶ zadání znalostí pozadí, znalostí domény a cílového požadavku

  např. automatické taxi
  - znalost mapy, dopravních pravidel, . . .
  - požadavek – dopravit zákazníka na FI MU Brno

- **implementační hledisko** – jaké datové struktury KB obsahuje + algoritmy, které s nimi manipulují

agent musí umět:
- ➜ reprezentovat stavy, akce, . . .
- ➜ zpracovat nové vstupy z prostředí
- ➜ aktualizovat svůj vnitřní popis světa
- ➜ odvodit skryté informace o stavu světa
- ➜ odvodit vlastní odpovídající akce

Popis světa – PEAS

zadání světa rozumného agenta:

- **míra výkonnosti** (***P**erformance measure*)
  plus body za dosažené (mezi)cíle, pokuty za nežádoucí následky
- **prostředí** (***E**nvironment*)
  objekty ve světě, se kterými agent musí počítat, a jejich vlastnosti
- **akční prvky** (***A**ctuators*)
  možné součásti činnosti agenta, jeho akce se skládají z použití těchto prvků
- **senzory** (***S**ensors*)
  zpětné vazby akcí agenta, podle jejich výstupů se tvoří další akce

např. zmiňované automatické taxi:

míra výkonnosti	doprava na místo, vzdálenost, bezpečnost, bez přestupků, komfort, ...
prostředí	ulice, křižovatky, účastníci provozu, chodci, počasí, ...
akční prvky	řízení, plyn, brzda, houkačka, blinkry, komunikátory, ...
senzory	kamera, tachometr, počítač kilometrů, senzory motoru, GPS, ...

Wumpusova jeskyně

PEAS zadání Wumpusovy jeskyně:

- **P – míra výkonnosti**

  zlato +1000, smrt -1000, -1 za krok, -10 za užití šípu

- **E – prostředí**

  Místnosti vedle Wumpuse zapáchají

  V místnosti vedle jámy je vánek

  V místnosti je zlato ⇔ je v ní třpyt

  Výstřel zabije Wumpuse, pokud jsi obrácený k němu

  Výstřel vyčerpá jediný šíp, který máš

  Zvednutím vezmeš zlato ve stejné místnosti

  Položení odloží zlato v aktuální místnosti

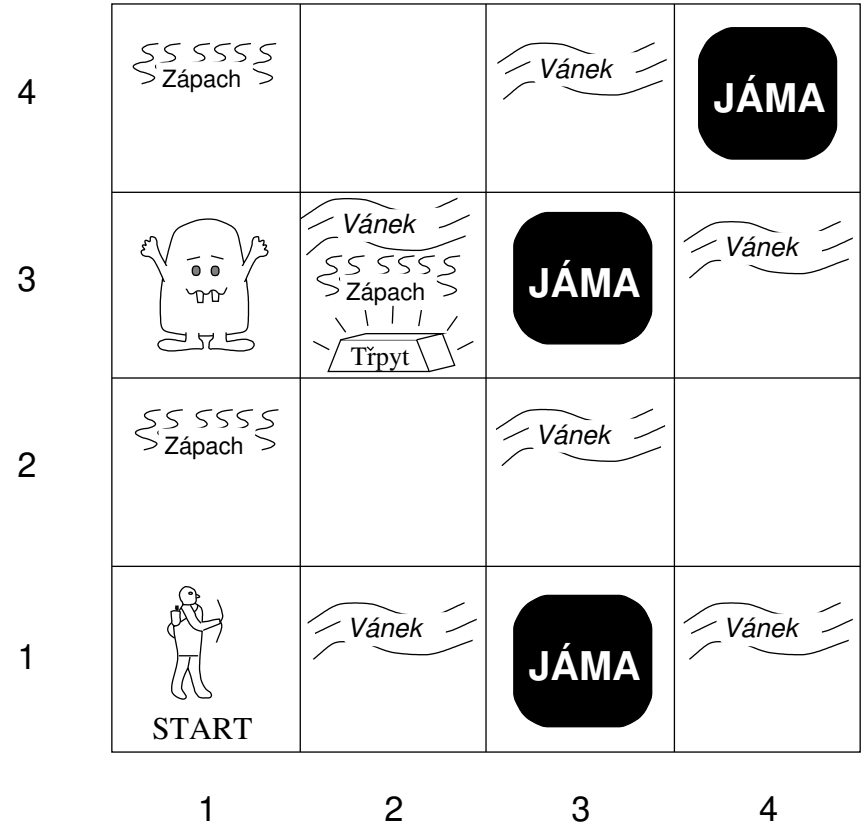
- **A – akční prvky**

  Otočení vlevo, Otočení vpravo, Krok dopředu,

  Zvednutí, Položení, Výstřel

- **S – senzory**

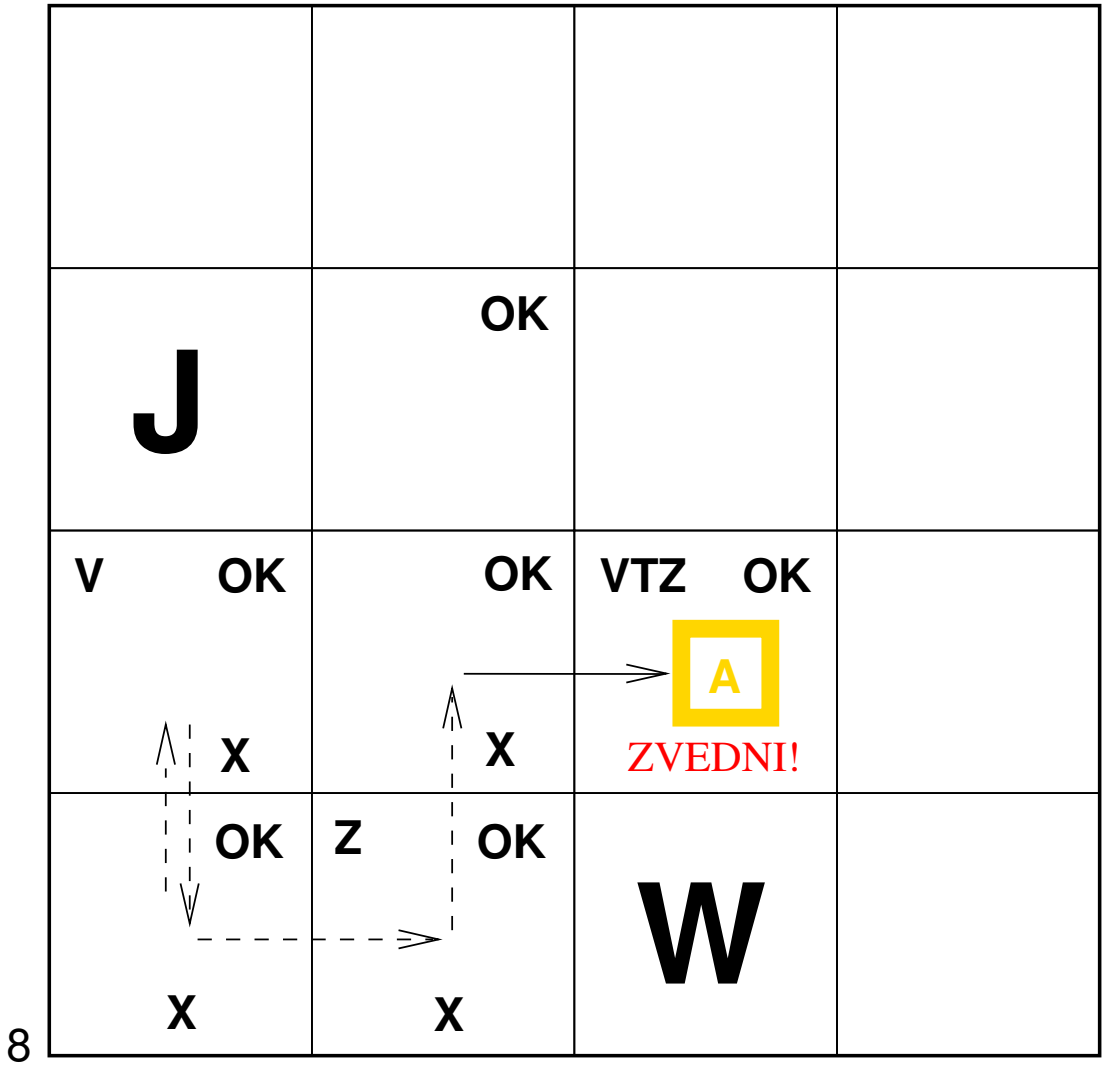
  Vánek, Třpyt, Zápach, Náraz do zdi, Chroptění Wumpuse



Vlastnosti problému Wumpusovy jeskyně

pozorovatelné	**ne**, jen lokální vnímání
deterministické	**ano**, přesně dané výsledky
episodické	**ne**, sekvenční na úrovni akcí
statické	**ano**, Wumpus a jámy se nehýbou
diskrétní	**ano**
více agentů	**ne**, Wumpus je spíše vlastnost prostředí

Průzkum Wumpusovy jeskyně



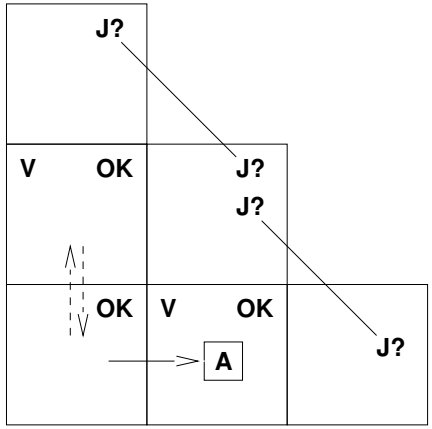
A	=	Agent
V	=	Vánek
T	=	Třpyt
OK	=	bezpečí
J	=	Jáma
Z	=	Zápach
X	=	navštíveno
W	=	Wumpus

Průzkum Wumpusovy jeskyně – problémy

základní vlastnost logického vyvozování:

*Kdykoliv agent dospěje k **závěru** z daných informací $\longrightarrow$ tento závěr je **zaručeně** správný, pokud jsou správné dodané informace.*

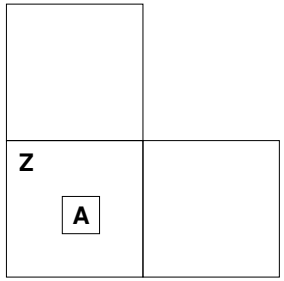
obtížné situace:



Vánek v $(1,2)$ i v $(2,1)$ $\Rightarrow$ žádná bezpečná akce

Při předpokladu uniformní distribuce děr

$\longrightarrow$ díra v $(2,2)$ má pravděpodobnost 0.86, na krajích 0.31



Zápach v $(1,1)$ $\Rightarrow$ nemůže se pohnout

je možné použít **donucovací strategii** (*strategy of coercion*):

1. Výstřel jedním ze směrů
2. byl tam Wumpus $\Rightarrow$ je mtrvý $\Rightarrow$ bezpečné
3. nebyl tam Wumpus $\Rightarrow$ bezpečný směr

Logika

Logika = *syntaxe* a *sémantika* formálního jazyka pro reprezentaci informací umožňující vyvozování **závěrů**

Syntaxe definuje všechny *dobře utvořené věty* jazyka

Sémantika definuje "*význam*" vět $\Rightarrow$ definuje **pravdivost** vět v jazyce (v závislosti na *možném světě*)

např. jazyk aritmetiky:

- ➜ $x + 2 \geq y$ je dobře utvořená věta; $x2 + y >$ není věta
- ➜ $x + 2 \geq y$ je pravda $\Leftrightarrow$ číslo $x + 2$ není menší než číslo y
- ➜ $x + 2 \geq y$ je pravda ve světě, kde $x = 7,\ y = 1$
- ➜ $x + 2 \geq y$ je nepravda ve světě, kde $x = 0,\ y = 6$

zápis na papíře v libovolné syntaxi $\longrightarrow$ v KB se jedná o **konfiguraci** (částí) agenta

vlastní **vyvozování** $\longrightarrow$ generování a manipulace s těmito konfiguracemi

Důsledek

Důsledek (vyplývání, *entailment*) – jedna věc **logicky vyplývá** z druhé (je jejím důsledkem):

$$KB \models \alpha$$

Z báze znalostí KB vyplývá věta α $\Leftrightarrow$ α je pravdivá ve *všech světech*, kde je KB pravdivá

např.:

- ➜ KB obsahuje věty – "Češi vyhráli"
  – "Slováci vyhráli"
  z KB pak vyplývá – "Buď Češi vyhráli nebo Slováci vyhráli"
- ➜ z $x + y = 4$ vyplývá $4 = x + y$

Důsledek je vztah mezi větami (*syntaxe*), který je založený na *sémantice*.

Model

možný svět = **model** . . . formálně strukturovaný (abstraktní) svět, umožňuje vyhodnocení pravdivosti

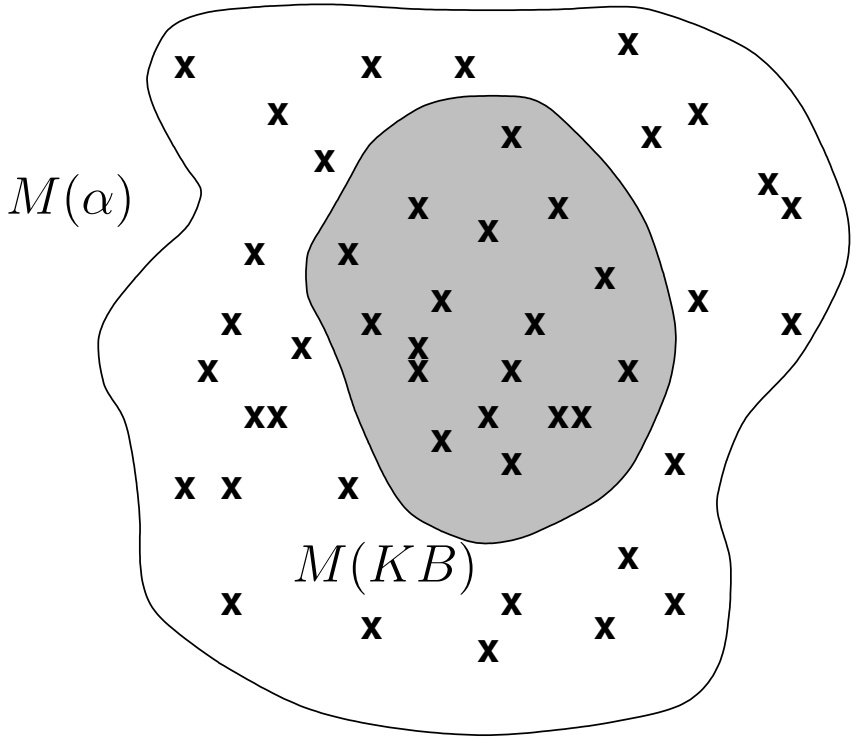
říkáme: m **je model** věty α $\Leftrightarrow$ α je pravdivá v m

$M(\alpha)$ . . . množina všech modelů věty α

$$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad M(KB) \subseteq M(\alpha)$$

např.: $KB =$ “Češi vyhráli” $\wedge$ “Slováci vyhráli”

$\alpha =$ “Češi vyhráli”



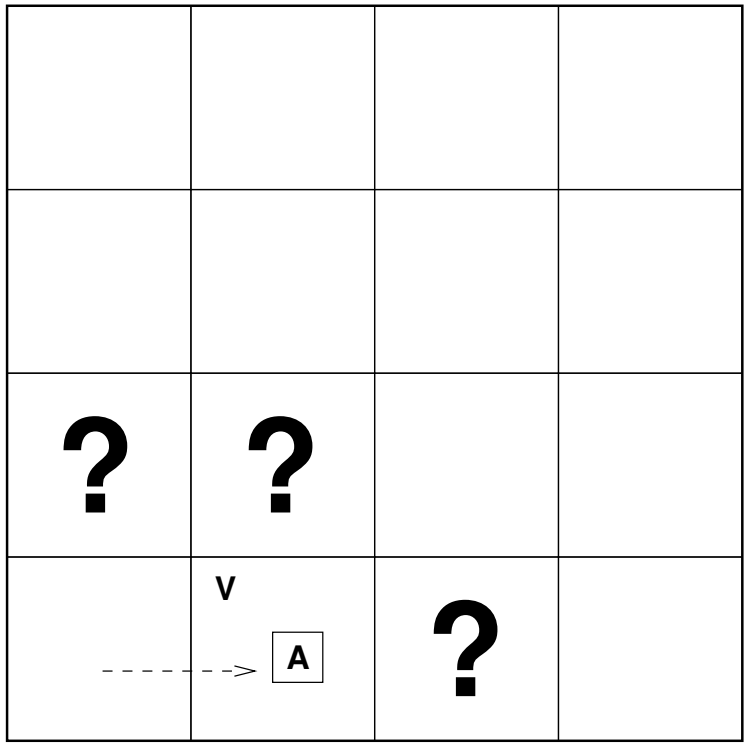
Vyplývání ve Wumpusově jeskyni

situace:

- v $[1, 1]$ nedetekováno nic
- krok doprava, v $[2, 1]$ Vánek

uvažujeme možné *modely* pro '**?**'

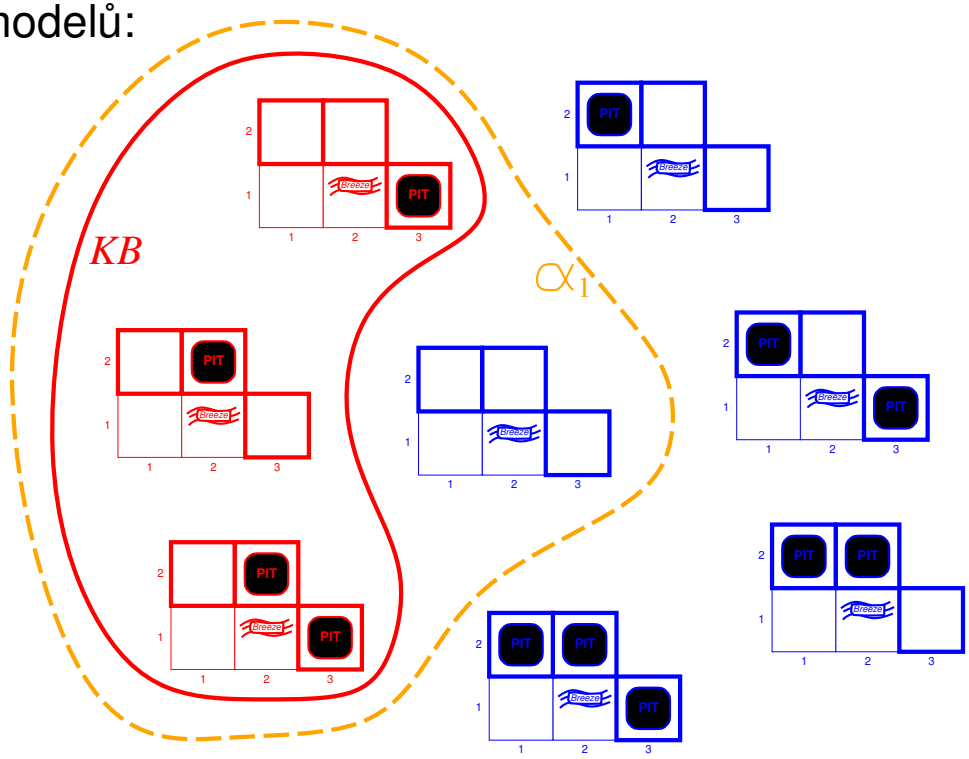
(budou nás zajímat jen Jámy)



3 pole s Booleovskými možnostmi $\{T, F\}$ $\Rightarrow$ $2^3 = 8$ možných modelů

Modely ve Wumpusově jeskyni

uvažujeme všech 8 možných modelů:



$KB =$ pravidla Wumpusovy jeskyně $+$ pozorování

$\alpha_1 =$ "$[1,2]$ je bezpečné pole" $\quad KB \models \alpha_1$

$\alpha_2 =$ "$[2,2]$ je bezpečné pole" $\quad KB \not\models \alpha_2$

kontrola modelů $\longrightarrow$ jednoduchý způsob **logické inference**

Inference

Vyvozování požadovaných důsledků – **inference**

$KB \vdash_i \alpha \ldots$ věta α může být **vyvozena** z KB pomocí (procedury) i (i odvodí α z KB)

všechny možné důsledky KB jsou "kupka sena"; α je jehla

vyplývání = jehla v kupce sena; inference = její nalezení

Bezespornost: i je bezesporná $\Leftrightarrow$ $\forall KB \vdash_i \alpha \Rightarrow KB \models \alpha$

Úplnost: i je úplná $\Leftrightarrow$ $\forall KB \models \alpha \Rightarrow KB \vdash_i \alpha$

Vztah k *reálnému světu*:

> Pokud je KB **pravdivá v reálném světě** $\Rightarrow \forall$ věta α vyvozená z KB pomocí **bezesporné inference** je také pravdivá ve skutečném světě

Jestliže máme sémantiku "pravdivou" v reálném světě $\longrightarrow$ můžeme vyvozovat závěry o skutečném světě pomocí logiky

Výroková logika

Výroková logika – nejjednodušší logika, ilustruje základní myšlenky

- **výrokové symboly** $\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}, \ldots$ jsou věty
- **negace** – S je věta $\Rightarrow$ $\neg S$ je věta
- **konjunkce** – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \wedge S_2$ je věta
- **disjunkce** – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \vee S_2$ je věta
- **implikace** – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \Rightarrow S_2$ je věta
- **ekvivalence** – S_1 a S_2 jsou věty $\Rightarrow$ $S_1 \Leftrightarrow S_2$ je věta

SÉMANTIKA VÝROKOVÉ LOGIKY

- každý model musí určit **pravdivostní hodnoty výrokových symbolů**
  např.: $m_1 = \{P_1 = false, P_2 = false, P_3 = true\}$
- **pravidla pro vyhodnocení pravdivosti** u složených výroků pro model m:

$\neg S$	je $true$	$\Leftrightarrow$	S	je $false$			
$S_1 \wedge S_2$	je $true$	$\Leftrightarrow$	S_1	je $true$	**a**	S_2	je $true$
$S_1 \vee S_2$	je $true$	$\Leftrightarrow$	S_1	je $true$	**nebo**	S_2	je $true$
$S_1 \Rightarrow S_2$	je $true$	$\Leftrightarrow$	S_1	je $false$	**nebo**	S_2	je $true$
tj.	je $false$	$\Leftrightarrow$	S_1	je $true$	**a**	S_2	je $false$
$S_1 \Leftrightarrow S_2$	je $true$	$\Leftrightarrow$	$S_1 \Rightarrow S_2$	je $true$	**a**	$S_2 \Rightarrow S_1$	je $true$

- **rekurzivním procesem** vyhodnotíme lib. větu:
  $\neg P_1 \wedge (P_2 \vee P_3)$ = $true \wedge (false \vee true) = true \wedge true = true$

pravdivostní tabulka:

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
$false$	$false$	$true$	$false$	$false$	$true$	$true$
$false$	$true$	$true$	$false$	$true$	$true$	$false$
$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$false$
$true$	$true$	$false$	$true$	$true$	$true$	$true$

Tvrzení pro Wumpusovu jeskyni

Definujeme výrokové symboly $J_{i,j}$ je pravda $\Leftrightarrow$ V $[i,j]$ je **Jáma**.
a $V_{i,j}$ je pravda $\Leftrightarrow$ V $[i,j]$ je **Vánek**.

báze znalostí KB:

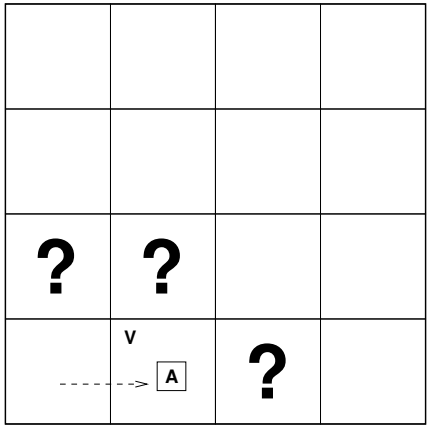
- pravidlo pro $[1,1]$: R_1: $\neg J_{1,1}$
- pozorování: R_2: $\neg V_{1,1}$
  R_3: $V_{2,1}$
- pravidla pro vztah Jámy a Vánku:
  "Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech"

$$R_4'\colon V_{1,1} \Leftarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$
$$R_5'\colon V_{2,1} \Leftarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

"V poli je Vánek **právě tehdy, když** je ve vedlejším poli Jáma."

$$R_4\colon V_{1,1} \Leftrightarrow (J_{1,2} \vee J_{2,1})$$
$$R_5\colon V_{2,1} \Leftrightarrow (J_{1,1} \vee J_{2,2} \vee J_{3,1})$$

- $KB = R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4 \wedge R_5$



Pravdivostní tabulka pro inferenci

$V_{1,1}$	$V_{2,1}$	$J_{1,1}$	$J_{1,2}$	$J_{2,1}$	$J_{2,2}$	$J_{3,1}$	KB	α_1
$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$
$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$true$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$false$	$true$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$true$	$\underline{true}$	$\underline{true}$
$false$	$true$	$false$	$false$	$true$	$false$	$false$	$false$	$true$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$true$	$false$	$false$

$KB =$ pravidla Wumpusovy jeskyně $+$ pozorování

$\alpha_1 =$ “$[1, 2]$ je bezpečné pole”

Inference kontrolou modelů

Kontrola všech **modelů** ***do hloubky*** je bezesporná a úplná (pro konečný počet výrokových symbolů)

```
% tt_entails (+KB,+Alpha)
tt_entails(KB,Alpha):-proposition_symbols(Symbols,[KB,Alpha]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[]).

% tt_check_all (+KB,+Alpha,+Symbols,+Model)
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):-pl_true(KB,Model),!,pl_true(Alpha,Model).
tt_check_all(KB,Alpha,[],Model):-!,fail.
tt_check_all(KB,Alpha,[P|Symbols],Model):-
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-true|Model]),
    tt_check_all(KB,Alpha,Symbols,[P-false|Model]).
```

$O(2^n)$ pro n symbolů, NP-úplný problém

Logická ekvivalence

Dva výroky jsou **logicky ekvivalentní** právě tehdy, když jsou pravdivé ve stejných modelech:

$$\alpha \equiv \beta \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \models \beta \text{ a } \beta \models \alpha$$

$$\begin{array}{rcll}
(\alpha \wedge \beta) & \equiv & (\beta \wedge \alpha) & \text{komutativita } \wedge \\
(\alpha \vee \beta) & \equiv & (\beta \vee \alpha) & \text{komutativita } \vee \\
((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) & \equiv & (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)) & \text{asociativita } \wedge \\
((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) & \equiv & (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)) & \text{asociativita } \vee \\
\neg(\neg\alpha) & \equiv & \alpha & \text{eliminace dvojí negace} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) & \equiv & (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) & \text{kontrapozice} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) & \equiv & (\neg\alpha \vee \beta) & \text{eliminace implikace} \\
(\alpha \Leftrightarrow \beta) & \equiv & ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)) & \text{eliminace ekvivalence} \\
\neg(\alpha \wedge \beta) & \equiv & (\neg\alpha \vee \neg\beta) & \text{de Morgan} \\
\neg(\alpha \vee \beta) & \equiv & (\neg\alpha \wedge \neg\beta) & \text{de Morgan} \\
(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) & \equiv & ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)) & \text{distributivita } \wedge \text{ nad } \vee \\
(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) & \equiv & ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)) & \text{distributivita } \vee \text{ nad } \wedge
\end{array}$$

Platnost a splnitelnost

➜ Výrok je **platný** $\Leftrightarrow$ je pravdivý ve **všech** modelech

např.: $true, \quad A \vee \neg A, \quad A \Rightarrow A, \quad (A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Platnost je spojena s inferencí pomocí **věty o dedukci**:

$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad (KB \Rightarrow \alpha)$ je platný výrok

➜ Výrok je **splnitelný** $\Leftrightarrow$ je pravdivý v **některých** modelech

např.: $A \vee B, \quad C$

Výrok je **nesplnitelný** $\Leftrightarrow$ je **nepravdivý ve všech** modelech

např.: $A \wedge \neg A$

Splnitelnost je spojena s inferencí pomocí **důkazu** α **sporem** (*reductio ad absurdum*):

$KB \models \alpha \quad \Leftrightarrow \quad (KB \wedge \neg\alpha)$ je nesplnitelný

Důkazové metody

- **kontrola modelů**
  - procházení pravdivostní tabulky (vždycky exponenciální v n)
  - vylepšené prohledávání s navracením (*improved backtracking*), např. Davis–Putnam–Logemann–Loveland
  - heuristické prohledávání prostoru modelů (bezesporné, ale neúplné)
- **aplikace inferenčních pravidel**
  - legitimní (bezesporné) generování nových výroků ze starých
  - **důkaz** = sekvence aplikací inferenčních pravidel

    je možné použít inferenční pravidla jako operátory ve standardních prohledávacích algoritmech
  - typicky vyžaduje překlad vět do **normální formy**

Dopředné a zpětné řetězení

Hornovy klauzule: KB = **konjunkce Hornových klauzulí**

$$\text{Hornova klauzule} = \begin{cases} \text{výrokový symbol; nebo} \\ (\text{konjunkce symbolů}) \Rightarrow \text{symbol} \end{cases}$$

např.: $KB = C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

pravidlo **Modus Ponens** – pro KB z Hornových klauzulí je **úplné**

$$\frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \qquad \alpha_1 \wedge \cdots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

pravidla pro logickou ekvivalenci se taky dají použít pro inferenci

inference Hornových klauzulí $\longrightarrow$ algoritmus **dopředného** nebo **zpětného řetězení**

oba tyto algoritmy jsou přirozené a mají **lineární** časovou složitost

Dopředné řetězení

Idea: aplikuj pravidlo, jehož premisy jsou splněné v KB

přidej jeho důsledek do KB

pokračuj do doby, než je nalezena odpověď

KB:

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

$B \wedge L \Rightarrow M$

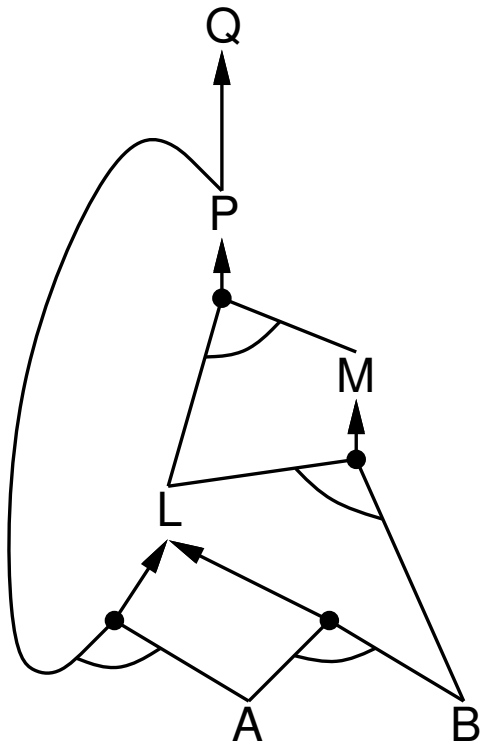
$A \wedge P \Rightarrow L$

$A \wedge B \Rightarrow L$

A

B

AND-OR graf KB:



Algoritmus dopředného řetězení

```
:- op( 800, fx, if ),
   op( 700, xfx, then),
   op( 300, xfy, or),
   op( 200, xfy, and).

forward :- new_derived_fact( P), !,                    % A new fact
    write( 'Derived: ' ), write( P), nl,
    assert( fact( P)),
    forward                                            % Continue
    ;
    write( 'No more facts').                           % All facts derived

new_derived_fact( Concl) :- if Cond then Concl,        % A rule
    not(fact( Concl)),                                 % Rule's conclusion not yet a fact
    composed_fact( Cond).                              % Condition true?

composed_fact( Cond) :- fact( Cond).                   % Simple fact
composed_fact( Cond1 and Cond2) :- composed_fact( Cond1),
    composed_fact( Cond2).                             % Both conjuncts true
composed_fact( Cond1 or Cond2) :- composed_fact( Cond1)
    ; composed_fact( Cond2).
```

Dopředné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

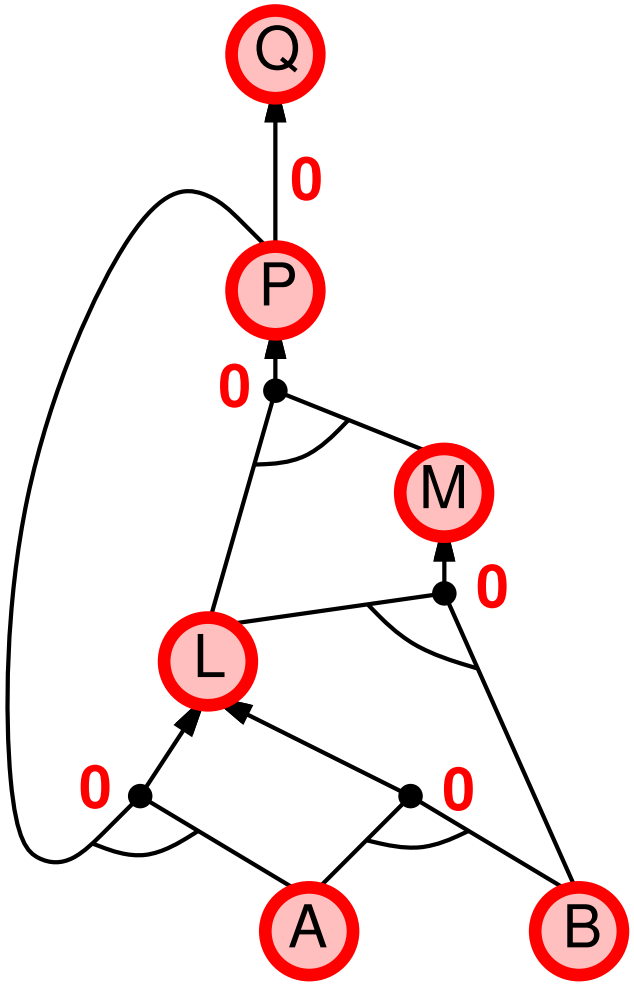
$B \wedge L \Rightarrow M$

$A \wedge P \Rightarrow L$

$A \wedge B \Rightarrow L$

A

B



Zpětné řetězení

Idea: pracuje **zpětně** od dotazu q

zkontroluj, jestli není q už známo

dokaž zpětným řetězením všechny **premisy** nějakého pravidla, které má q jako důsledek

kontrola cyklů – pro každý podcíl se nejprve podívej, jestli už nebyl řešen (tj. pamatuje si $true$ i $false$ výsledek)

Zpětné řetězení – příklad

$P \Rightarrow Q$

$L \wedge M \Rightarrow P$

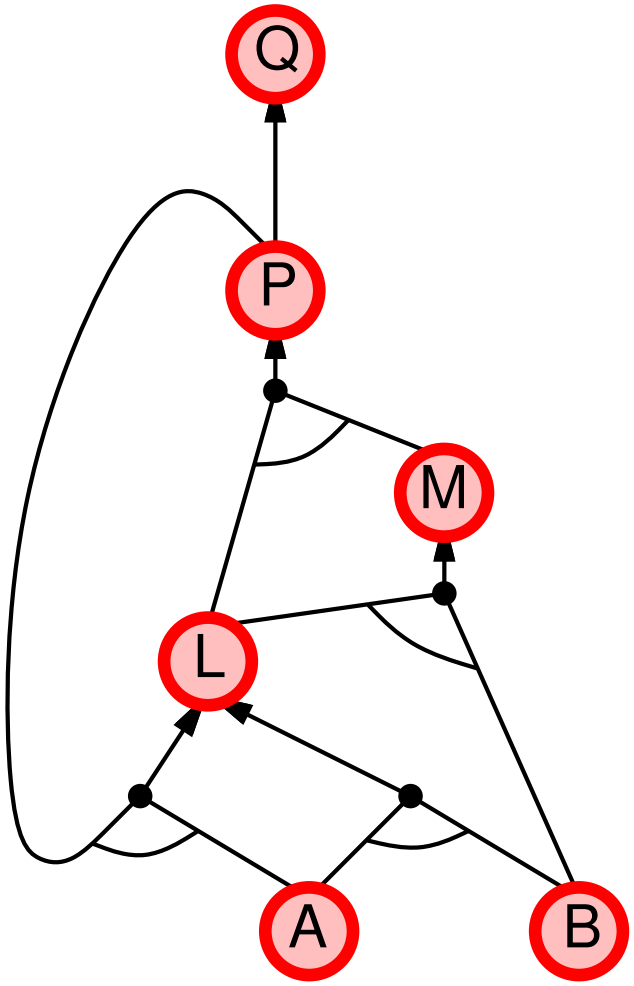
$B \wedge L \Rightarrow M$

$A \wedge P \Rightarrow L$

$A \wedge B \Rightarrow L$

A

B



Porovnání dopředného a zpětného řetězení

- **dopředné řetězení** je řízeno **daty**
  - automatické, nevědomé zpracování
  - např. rozpoznávání objektů, rutinní rozhodování
  - může udělat hodně nadbytečné práce bez vztahu k dotazu/cíli
- **zpětné řetězení** je řízeno **dotazem**
  - vhodné pro hledání odpovědí na konkrétní dotaz
  - např. “Kde jsou moje klíče?” “Jak se mám přihlásit na PGS?”
  - složitost zpětného řetězení **může** být **mnohem menší** než lineární vzhledem k velikosti KB

obecný inferenční algoritmus – **rezoluce**

zpracovává formule v **konjunktivní normální formě** (konjunkce disjunkcí literálů)

pro výrokovou logiku je rezoluce **bezesporná** a **úplná**