# Logika prvního řádu a transparentní intenzionální logika (TIL)

**Aleš Horák**

**E-mail:** `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

- ➜ Predikátová logika prvního řádu
- ➜ Logická analýza přirozeného jazyka
- ➜ Transparentní intenzionální logika

# Výhody a nevýhody výrokové logiky

☺ výroková logika je **deklarativní**: syntaxe přímo koresponduje s fakty

☺ výroková logika umožňuje zpracovávat částečné/disjunktivní/negované informace (což je víc, než umí většina datových struktur a databází)

☺ výroková logika je **kompoziční**:

významu $P_1 \wedge P_2$ je odvozen z významu $P_1$ a $P_2$

☺ ve výrokové logice je význam **kontextově nezávislý** (narozdíl od přirozeného jazyka, kde význam závisí na kontextu)

☹ výroková logika má velice omezenou expresivitu (narozdíl od přirozeného jazyka)

např. nemáme jak říct “Jámy způsobují Vánek ve vedlejších místnostech” jinak, než vyjmenovat odpovídající výrok pro každé pole

# Predikátová logika prvního řádu

- *First-order predicate logic*, FOPL/PL1
- výroková logika $\longrightarrow$ svět obsahuje **fakty** $\times$ PL1 předpokládá, že svět obsahuje:
  - **objekty** – lidi, domy, teorie, barvy, roky, ...
  - **relace** – červený, kulatý, provčíselný, bratři, větší než, uvnitř, ...
  - **funkce** – otec někoho, nejlepší přítel, plus jedna, začátek čeho, ...
- jiné možné logiky:

| jazyk | ontologie | pravdivostní hodnoty |
|---|---|---|
| výroková logika | fakty | true/false/$\perp$ |
| predikátová logika 1. řádu | fakty, objekty, relace | true/false/$\perp$ |
| temporální logika | fakty, objekty, relace, čas | true/false/$\perp$ |
| teorie pravděpodobnosti | fakty | míra pravděpodobnosti $\in [0, 1]$ |
| fuzzy logika | míra pravdivosti $\in [0, 1]$ | intervaly hodnot |

## Syntaxe predikátové logiky

- **základní prvky** –

| | |
|---|---|
| konstanty | KingJohn, $2$, RichardTheLionheart, ... |
| funktory predikátů | Brother, $>$, ... |
| funkce | Sqrt, LeftLegOf, ... |
| proměnné | $x$, $y$, $a$, $b$, ... |
| spojky | $\wedge$ $\vee$ $\neg$ $\Rightarrow$ $\Leftrightarrow$ |
| rovnost | $=$ |
| kvantifikátory | $\forall$ $\exists$ |

- **atomické formule** –

| | |
|---|---|
| predikáty | Brother(KingJohn, RichardTheLionheart) |
| složené termy | $>$ (Length(LeftLegOf(Richard)), Length(LeftLegOf(KingJohn))) |

- **složené formule** – tvoří se z atomických formulí pomocí spojek

$$\neg S, \quad S_1 \wedge S_2, \quad S_1 \vee S_2, \quad S_1 \Rightarrow S_2, \quad S_1 \Leftrightarrow S_2$$

např. Sibling(KingJohn, Richard) $\Rightarrow$ Sibling(Richard, KingJohn)
$>(1,2) \vee \leq(1,2)$
$>(1,2) \wedge \neg>(1,2)$

## Pravdivost v predikátové logice

pravdivost formule (sémantika) se určuje vzhledem k *modelu* a *interpretaci*

**model** obsahuje $\geq 1$ objektů a relace mezi nimi

**interpretace** definuje vztah mezi syntaxí a modelem – určuje referenty pro:

konstantní symboly $\longrightarrow$ objekty

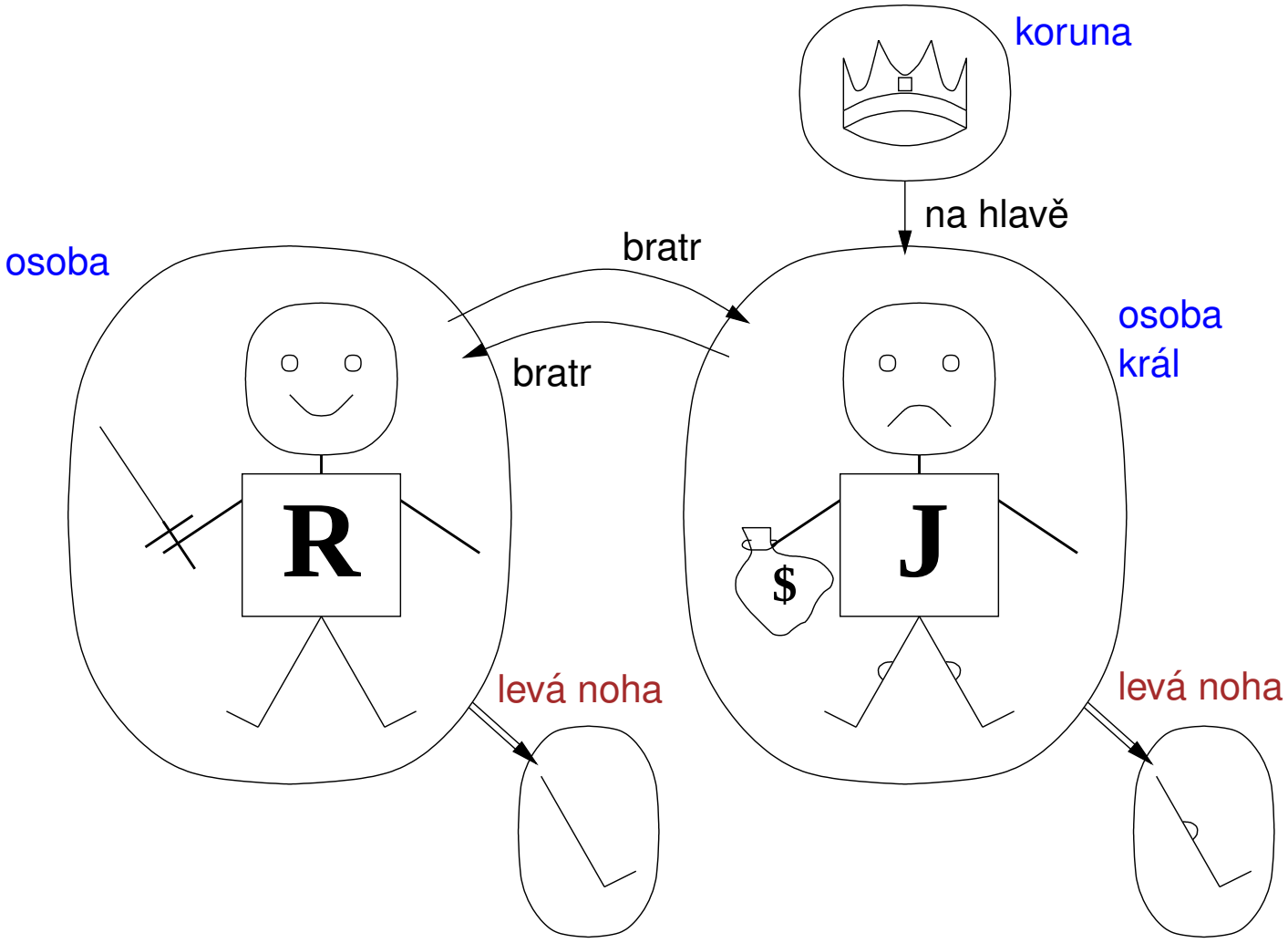
predikátové symboly $\longrightarrow$ relace

funkční symboly $\longrightarrow$ funkce

atomická formule **predikát(term**$_1$**, . . . , term**$_n$**)** je pravdivá $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ *objekty* odkazované pomocí **term**$_1$, . . . , **term**$_n$ jsou v *relaci* pojmenované funktorem **predikát**.

# Příklad modelu ve FOPL




5 objektů, 2 binární relace, 3 unární relace (osoba, král, koruna) a 1 unární funkce (levá noha).

# Inference ve FOPL

teoreticky **můžeme** určit všechny modely výčtem ze slovníku $KB$:

pro počet objektů $n = 1, \ldots, (\infty)$

pro každý $k$-ární predikát $P_k$ ze slovníku

pro každou možnou $k$-ární relaci na $n$ objektech

pro každý konstantní symbol $C$ ze slovníku

pro každou volbu referenta pro $C$ z $n$ objektů . . .

prakticky je *kontrola modelů* **nepoužitelná**

inference je možná pouze podle **inferenčních pravidel** (dopředné/zpětné řetězení, rezoluce, . . . )

základní inferenční pravidlo – **zobecněné Modus Ponens** (*Generalized Modus Ponens, GMP*)

$$\frac{p_1{}',\ p_2{}',\ \ldots,\ p_n{}',\ (p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\textsc{Subst}(\theta, q)}$$

kde $\forall i$ $\textsc{Subst}(\theta, p_i{}') = \textsc{Subst}(\theta, p_i)$

pro atomické formule $p_i, p_i{}'$ a $q$

- používá navíc **unifikaci**
- vzniká z MP pomocí **liftingu**
- využívá upravené verze inferenčních algoritmů – dopředné/zpětné řetězení, rezoluce

## Univerzální kvantifikace

$\forall \langle$***proměnné***$\rangle$ $\langle$***formule***$\rangle$

"Každý na FI MU je inteligentní:" $\forall x$ Na$(x,$ FI MU$) \Rightarrow$ inteligentní$(x)$

$\forall x\ P$ je pravdivé v modelu $m$ $\Leftrightarrow$ $P$ je pravdivá pro $x$ = každý možný objekt z modelu $m$

zhruba odpovídá **konjunkci instanciací** $P$

$$
\begin{aligned}
& \text{Na}(\text{Petr, FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Petr}) \\
\wedge\ & \text{Na}(\text{Honza, FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{Honza}) \\
\wedge\ & \text{Na}(\text{FI MU, FI MU}) \Rightarrow \text{inteligentní}(\text{FI MU}) \\
\wedge\ & \ldots
\end{aligned}
$$

## Existenční kvantifikace

$\exists\langle$***proměnné***$\rangle$ $\langle$***formule***$\rangle$

"Někdo na MFF UK je inteligentní:" $\exists x$ Na$(x,$ MFF UK$)$ $\wedge$ inteligentní$(x)$

$\exists x\ P$ je pravdivé v modelu $m$ $\Leftrightarrow$ $P$ je pravdivá pro $x$ = nějaký objekt z modelu $m$

zhruba odpovídá **disjunkci instanciací** $P$

$$
\begin{array}{ll}
 & \text{Na}(\text{Petr, MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Petr}) \\
\vee & \text{Na}(\text{Honza, MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{Honza}) \\
\vee & \text{Na}(\text{MFF UK, MFF UK}) \wedge \text{inteligentní}(\text{MFF UK}) \\
\vee & \ldots
\end{array}
$$

# Vlastnosti kvantifikací

➜ pozor při použití kvantifikátorů na záměnu $\wedge$ a $\Rightarrow$:

| | *dobře* | *špatně* | **znamenalo by** |
|---|---|---|---|
| "každý $P$ je $Q$." | $\forall x\ P \Rightarrow Q$ | $\forall x\ P \wedge Q$ | "každý je $P$ i $Q$." |
| "někdo $P$ je $Q$." | $\exists x\ (P \wedge Q)$ | $\exists x\ (P \Rightarrow Q)$ | "někdo není $P$ nebo je $Q$." |

➜ $\forall x \forall y$ je stejné jako $\forall y \forall x$

$\exists x \exists y$ je stejné jako $\exists y \exists x$

$\exists x \forall y$ **není** stejné jako $\forall y \exists x$

$\exists x \forall y$ má_rád$(x, y)$ – "Existuje osoba, kterou má rád každý na světě."
$\forall y \exists x$ má_rád$(x, y)$ – "Každého na světě má alespoň jedna osoba ráda."

➜ **dualita kvantifikátorů**
oba mohou být vyjádřeny pomocí druhého

$\forall x$ má_rád$(x,$ zmrzlina$)$ $\neg\exists x\ \neg$má_rád$(x,$ zmrzlina$)$

$\exists x$ má_rád$(x,$ mrkev$)$ $\neg\forall x\ \neg$má_rád$(x,$ mrkev$)$

# Báze znalostí ve FOPL

předpokládejme, že agent ve Wumpusově jeskyni cítí Zápach a Vánek, ale nevidí Třpyt, nenarazil do zdi a nezabil Wumpuse v čase $t = 5$:

TELL$(KB,$ Percept$([$Zápach, Vánek, nic, nic, nic$], 5))$
ASK$(KB, \exists a$ Action$(a, 5))$

tj. dotaz "Vyplývá nějaká akce z $KB$ v čase $t = 5$?"

odpověď: $true, \{a/$Výstřel$\}$ $\leftarrow$ **substituce** (hodnot proměnným)

pro větu $S$ a substituci $\sigma \rightarrow S\sigma$ označuje výsledek aplikace $\sigma$ na $S$:

$$\begin{aligned} S &= \text{chytřejší}(x, y) \\ \sigma &= \{x/\text{Petr}, y/\text{Honza}\} \\ S\sigma &= \text{chytřejší}(\text{Petr}, \text{Honza}) \end{aligned}$$

ASK$(KB, S)$ vrací některá/všechna $\sigma$ takové, že $KB \models S\sigma$

## Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni

**Vnímání:**

$\forall v, tr, n, w, t$ Percept$([\text{Zápach}, v, tr, n, w], t) \Rightarrow$ Je_zápach$(t)$

$\forall z, v, n, w, t$ Percept$([z, v, \text{Třpyt}, n, w], t) \Rightarrow$ Máme_zlato$(t)$

**Reflex:**

$\forall t$ Máme_zlato$(t) \Rightarrow$ Action$(\text{Zvednutí}, t)$

**Reflex s vnitřním stavem:** neměli jsme už zlato?

$\forall t$ Máme_zlato$(t) \wedge \neg$Držím$(\text{Zlato}, t) \Rightarrow$ Action$(\text{Zvednutí}, t)$

Držím$(\text{Zlato}, t)$ není pozorovatelné $\Rightarrow$ je důležité držet si informace o vnitřních stavech

## Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni pokrač.

**Vyvozování skrytých skutečností:**

➜ vlastnosti pozice:

$\forall x, t$ Na_poli(Agent, $x, t$) $\wedge$ Je_zápach($t$) $\Rightarrow$ Zapáchá($x$)

$\forall x, t$ Na_poli(Agent, $x, t$) $\wedge$ Je_vánek($t$) $\Rightarrow$ S_vánkem($x$)

➜ "V poli vedle Jámy je Vánek:"

- **diagnostické** pravidlo – odvodí příčiny z následku

  $\forall y$ Je_vánek($y$) $\Rightarrow \exists x$ Jáma($x$) $\wedge$ Vedle($x, y$)
- **příčinné** pravidlo – odvodí výsledek z premisy

  $\forall x, y$ Jáma($x$) $\wedge$ Vedle($x, y$) $\Rightarrow$ Je_vánek($y$)
- ani jedno z nich není úplné

  např. příčinné pravidlo neříká, jestli v poli daleko od Jámy nemůže být Vánek
- **definice** predikátu Je_vánek:

  $\forall y$ Je_vánek($y$) $\Leftrightarrow [\exists x$ Jáma($x$) $\wedge$ Vedle($x, y$)$]$

## Báze znalostí pro Wumpusovu jeskyni – rozhodování

- počáteční podmínka v $KB$:

  Na_poli(Agent, $[1,1], S_0$)

  Na_poli(Zlato, $[1,2], S_0$)

- **dotaz**

  Ask($KB, \exists s$ Držím(Zlato, $s$))

  tj., "V jaké situaci budu držet Zlato?"

- situace jsou propojeny pomocí funkce $Result$:

  $Result(a, s)$ je situace, která je výsledkem činnosti $a$ v $s$

- **odpověď**

  $\{s/Result($Zvednutí, $Result($Krok dopředu, $S_0))\}$

  tj., jdi dopředu a zvedni Zlato

# Shrnutí

logický agent aplikuje **inferenci** na **bázi znalostí** pro vyvození nových informací a tvorbu rozhodnutí

základní koncepty logiky:
- **syntaxe**: formální struktura **vět**
- **sémantika**: **pravdivost** vět podle **modelů**
- **vyplývání**: nutná pravdivost jedné věty v závislosti na druhé větě
- **inference**: vyvození věty z jiných vět
- **bezespornost**: když inference produkuje pouze vyplývající věty
- **úplnost**: když inference umí vyprodukovat všechny vyplývající věty

**výroková logika** nemá dostatečnou expresivitu

**predikátová logika** prvního řádu:
- objekty a relace jsou sémantická primitiva
- syntaxe: konstanty, funkce, predikáty, rovnost, kvantifikátory
- větší expresivita – dostatečná pro Wumpusovu jeskyni

# Logická analýza přirozeného jazyka

**logická analýza PJ** – analýza **významu** výrazů (vět) PJ

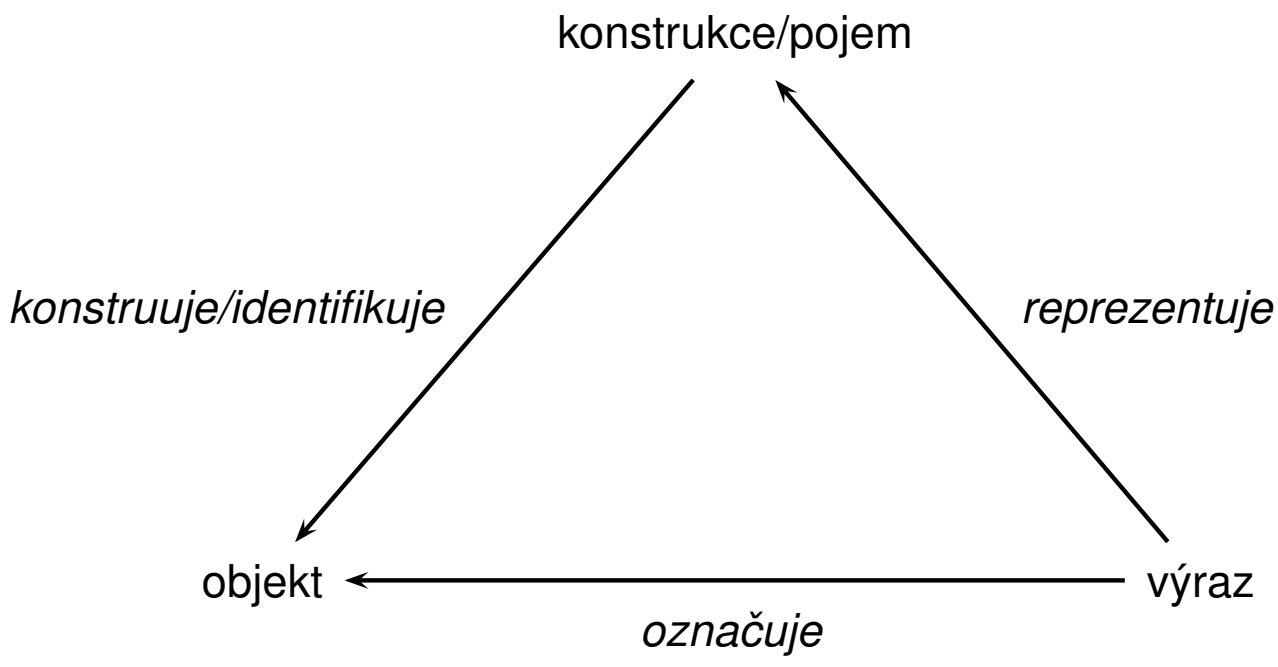
přirozený **jazyk** (čeština, angličtina, . . . ) = nástroj pojmového uchopení reality

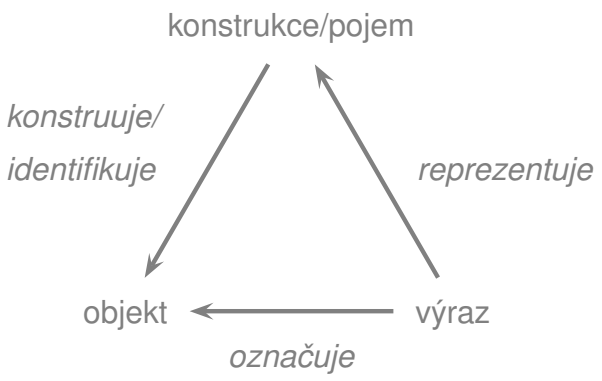
**pojem** – kritéria/procedury umožňující identifikovat různé konkrétní a abstraktní objekty (např. “planeta” – třída nebeských těles s určitými charakteristikami – obíhá po oběžné dráze kolem stálice, není zdrojem světla, . . . )

- **pojem** $\neq$ ***výraz*** – např. výrazy v různých jazycích často reprezentují stejný pojem (pojem(“prvočíslo”) $\equiv$ pojem(“prime number”))
- **pojem** $\neq$ ***představa*** – představa je *subjektivní*, pojem je **objektivní**
- pojmy mohou identifikovat různé objekty:
  - jedno individuum – **individuální pojmy** (např. Petr, Pegas, prezident ČR)
  - třídu objektů – **vlastnost** (např. červený, šelma, hora)
  - $n$-člennou relaci – **vztah** (např. otec (někoho), křivdit (někdo někomu))
  - pravdivostní hodnotu – **propozice** (např. v Brně prší)
  - funkcionální přiřazení – **empirické funkce** (např. rychlost)
  - číslo – (fyzikální) **veličiny** (např. rychlost světla)

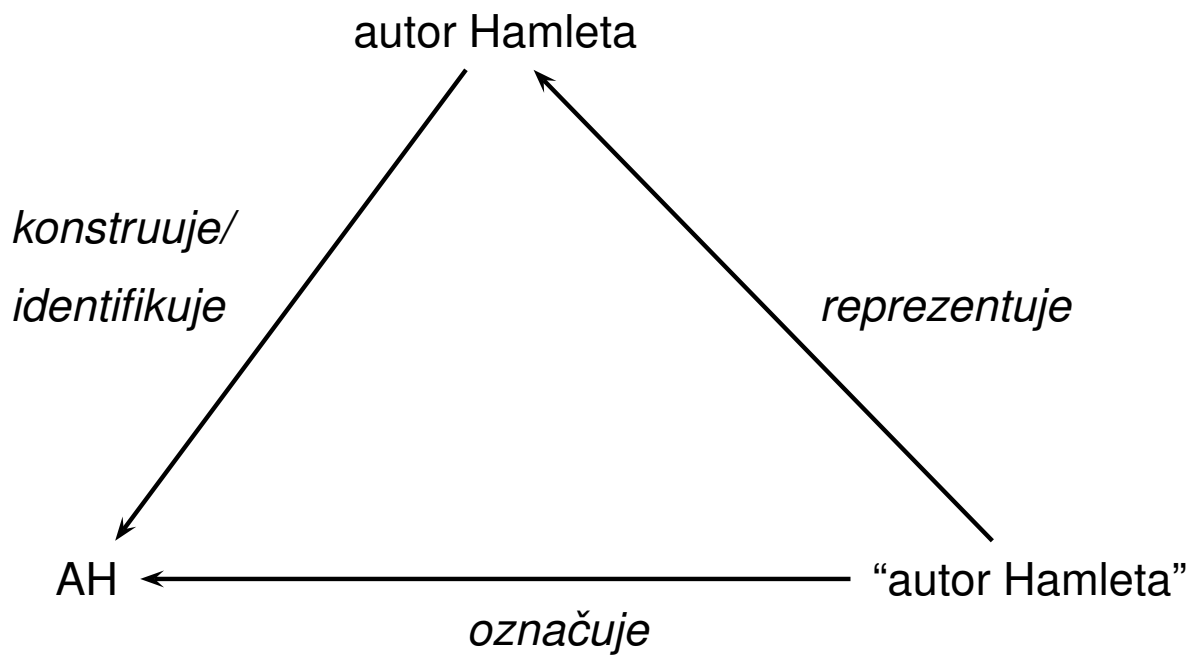
# Vztah pojmu a výrazu

ve zjednodušené podobě: pojem odpovídá logické **konstrukci**






složený z pojmů ‘autor’ a ‘Hamlet’




funkce ukazující v našem světě na Williama Shakespeara

# Omezenost predikátové logiky 1. řádu

dva omezující rysy:
- nedostatečná expresivita
- extenzionalismus

**Expresivita:** vyjadřovací síla jazyka

"*Je-li barva stropu pokoje č. 3 uklidňující, je pokoj č. 3 vhodný pro pacienta $X$ a není vhodný pro pacienta $Y$.*"

analýza ve **výrokové logice**:

$$P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$$

| | |
|---|---|
| $P$ | "Barva stropu pokoje č. 3 je uklidňující." |
| $Q$ | "Pokoj č. 3 je vhodný pro pacienta $X$." |
| $R$ | "Pokoj č. 3 není vhodný pro pacienta $Y$." |

analýza v **PL1**:

$$U(B) \Rightarrow (V(P, X) \wedge \neg V(P, Y))$$

| | |
|---|---|
| $U$ | třída uklidňujících objektů |
| $B$ | individuum 'barva stropu pokoje č. 3' |
| $V$ | relace mezi individuy 'být vhodný pro' |
| $P$ | individuum 'pokoj č. 3' |
| $X, Y$ | individua 'pacient $X$' a 'pacient $Y$' |

## Nedostatečná expresivita PL1

*Červená barva je krásnější než hnědá barva.* *Kostka je červená.*

analýza v **PL1**:

$$Kr(\check{C}_1, H) \qquad \check{C}_2(Ko)$$

$\check{C}_1$ individuum ‘červená barva’
$\check{C}_2$ vlastnost individuí ‘být červený’ (třída červených objektů)

nelze vyjádřit $\check{C}_1 \equiv \check{C}_2$

# EXTENZIONALISMUS PL1

*Varšava* *hlavní město Polska*

Varšava – **jméno individua**, jasně identifikovatelné a odlišitelné

hlavní město Polska – **individuová role**, momentálně identifikuje Varšavu, ale dříve to byl i Krakov

'hlavní město Polska'

- závisí na světě a čase
- pochopení významu, ale není vázané na znalost obsahu – tj. **význam** na světě a čase **nezávisí**

*číslo $X$ je větší než číslo $Y$* *budova $X$ je větší než budova $Y$*

matematické větší než – **relace** dvojic čísel, pevně daná

empirické větší než – **vztah** dvou individuí, který se může měnit v čase (otec a syn)

## EXTENZIONALISMUS PL1 pokrač.

*ano* *V Brně prší*

ano – **pravdivostní hodnota** $true$

V Brně prší – **propozice** – označuje pravdivostní hodnotu, která se mění (alespoň) v čase

i když hodnota někdy závisí na světě a čase, samotný význam na nich nezávisí

# Extenze a intenze

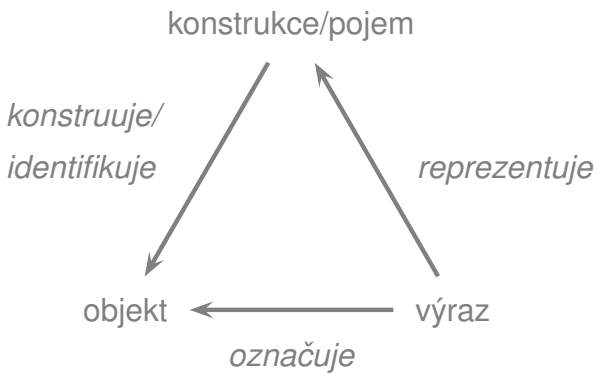
Definujeme:

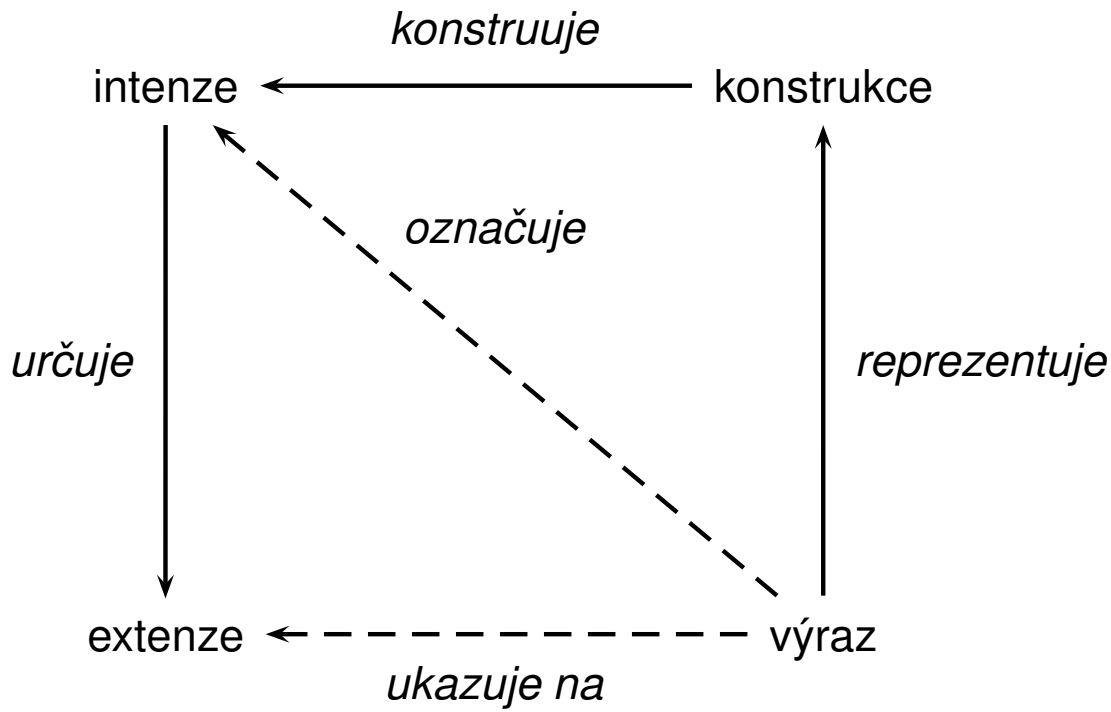
- **intenze** – objekty typu funkcí, jejichž hodnoty závisí na světě a čase
- **extenze** – ostatní objekty (na světě a čase nezávislé)

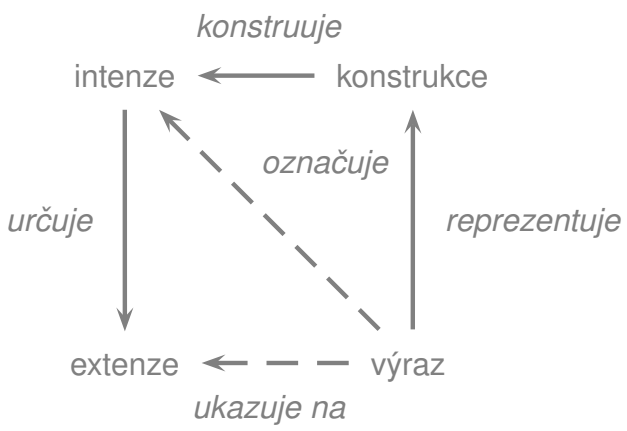
časté extenze a intenze:

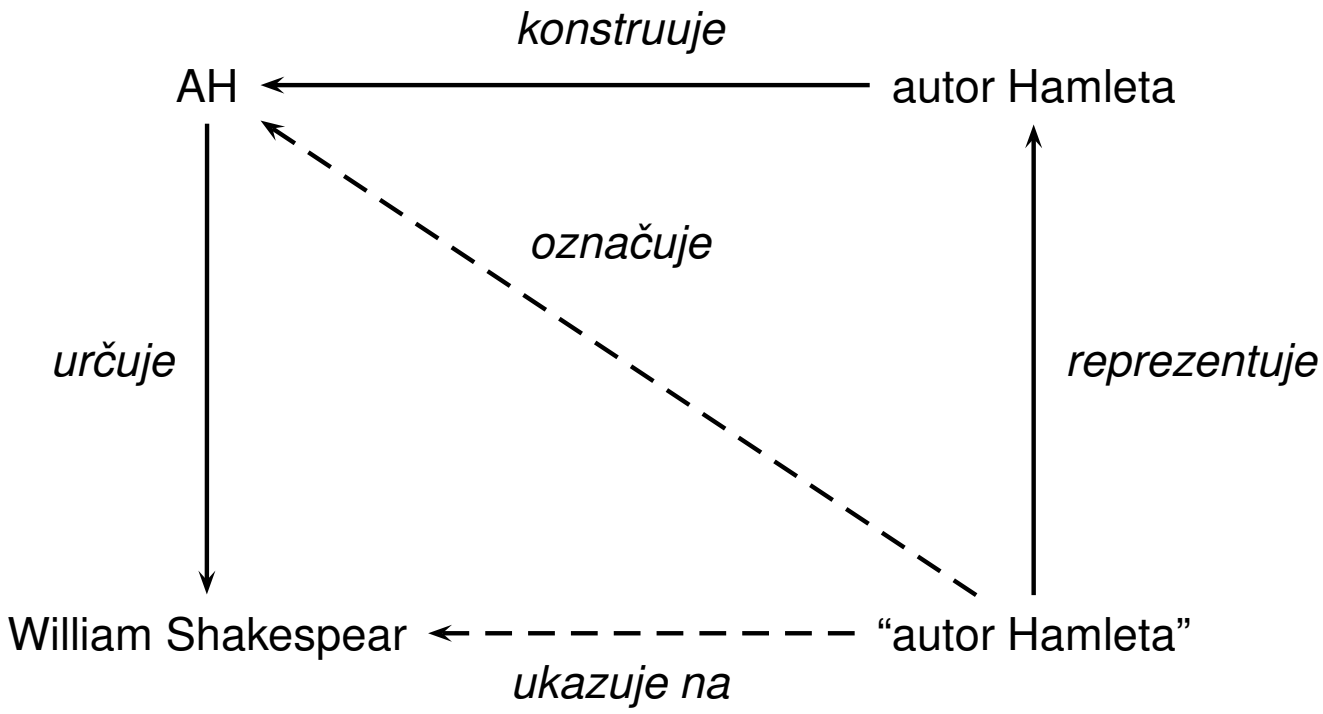
| *extenze* | *intenze* |
|---|---|
| individua | individuové role |
| třídy | vlastnosti |
| relace | vztahy |
| pravdivostní hodnoty | propozice |
| funkce | empirické funkce |
| čísla | veličiny |

# Rozšířený vztah výrazu a významu u intenzí




konstruuje
intenze
konstrukce
označuje
určuje
reprezentuje
extenze
výraz
ukazuje na


konstruuje
AH
autor Hamleta
označuje
určuje
reprezentuje
William Shakespear
“autor Hamleta”
ukazuje na

# Transparentní intenzionální logika

- *Transparent Intensional Logic*, TIL
- **logický systém** speciálně navržený pro zachycení **významu výrazů PJ**
- autor **Pavel Tichý**: *The Foundations of Frege's Logic*, de Gruyter, Berlin, New York, 1988.
- obdobná teorie – *Montagueho intenzionální logika* – Tichý ukazuje její nedostatky
- Tichý vychází z myšlenek – *Gottlob Frege* (1848 – 1925, logik) a *Alonzo Church* (1903 – 1995, teorie typů)
- vlastnosti:
  - rozvětvená **typová hierarchie** (s typy **vyšších řádů**)
  - **temporální**
  - **intenzionální** (intenze $\times$ extenze)
- **transparentost**:
  1. nositel významu (**konstrukce**) není prvek formálního aparátu, tento aparát pouze *studuje* konstrukce
  2. zachycení intenzionality je přesně popsáno z matematického hlediska

# Typy v TILu

typ objektu:

- základní typy – **typová báze** = $\{o, \iota, \tau, \omega\}$
- funcionální typy – **funkce** nad typovou bází

  např. $\iota, \quad ((\iota\tau)\omega), \quad (o\iota), \quad (((o\iota)\tau)\omega), \quad ((o\tau)\omega), \ldots$

  $((\alpha\tau)\omega) \ldots$ závislost na světě a čase, vyjadřuje **intenze** – zápis $\alpha_{\tau\omega}$
- typy **vyšších řádů** – obsahují i třídy konstrukcí řádu $n$ – $*_n$

## Základní typy TILu

umožňují přiřadit typ objektům z **intenzionální báze** jazyka – třída **základních vlastností** (barvy, rozměry, postoje, ...) popisujících stav světa

- $o$ (omikron, o) ... **pravdivostní hodnoty** Pravda ($true$, T) a Nepravda ($false$, F)

  přesně odpovídají běžným logikám, typy **logických operátorů** – $(oo)$, $(ooo)$

- $\iota$ (jota) ... třída **individuí**

  individua ovšem ne jako kompletní objekty, ale jako **numerická identifikace** nestrukturované entity

- $\tau$ (tau) ... třída **časových okamžiků** (jako časového kontinua)

  zachycení závislosti na čase; současně třída **reálných čísel**

- $\omega$ (omega) ... třída **možných světů**

  zachycení empirické závislosti na stavu světa

# Možné světy

termín **možný svět** – Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716, filozof a matematik)

požadavky na definici možného světa:

- soubor **myslitelných faktů**
- je **konzistentní** a **maximální** ze všech takových souborů
- je **objektivní** (nezávislý na individuálním názoru)

mezi možnými světy existuje právě jeden **aktuální** svět – jeho znalost $\equiv$ vševědoucnost

**možný svět v TILu** = *rozhodovací systém*, pro $\forall$ prvek intenzionální báze obsahuje **konzistentní přiřazení** hodnot

příklad – realita s 2 objekty a 2 vlastnostmi (9 možných světů):

| | být tlustý | | | |
|---|---|---|---|---|
| být hubený | {Laurel, Hardy} | {Laurel} | {Hardy} | $\emptyset$ |
| {Laurel, Hardy} | $\times$ | $\times$ | $\times$ | $w_1$ |
| {Laurel} | $\times$ | $\times$ | $\boxed{w_2}$ | $w_3$ |
| {Hardy} | $\times$ | $w_4$ | $\times$ | $w_5$ |
| $\emptyset$ | $w_6$ | $w_7$ | $w_8$ | $w_9$ |

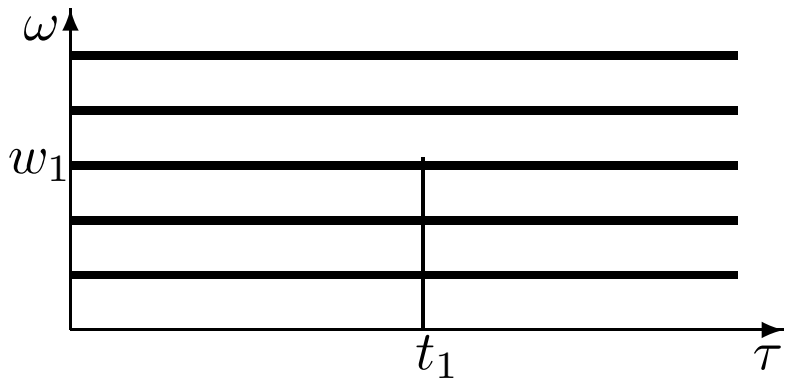
# Princip intenzí v TILu

| | | |
|---|---|---|
| být hubený | ... | objekt typu $(o\iota)_{\tau\omega}$, funkce z možných světů a času do tříd individuí |
| $w$ | ... | proměnná typu $\omega$, možný svět |
| $t$ | ... | proměnná typu $\tau$, časový okamžik |
| $[$**být hubený** $w\,t]$ | ... | konstruuje $(o\iota)$-objekt, třídu individuí, kteří mají ve světě $w$ a čase $t$ vlastnost být hubený (značíme **být hubený**$_{wt}$) |

**Americký prezident**$_{w_{act}}$ (zkr. **P**$_{w_{act}}$) ... $\iota_\tau$ **P**$_{w_{act}t_0}$ ... $\iota$:

pokud aplikujeme jen $w$ – získáme **chronologii**

**intenzionální sestup** – identifikace extenze pomocí intenze, světa $w_1$ a času $t_1$



## Nejčastější typy

| *extenze* | | | *intenze* | | |
|---|---|---|---|---|---|
| individua | ... | $\iota$ | individuové role | ... | $\iota_{\tau\omega}$ |
| třídy | ... | $(o\iota)$ | vlastnosti | ... | $(o\iota)_{\tau\omega}$ |
| relace | ... | $(o\alpha\beta)$ | vztahy | ... | $(o\alpha\beta)_{\tau\omega}$ |
| pravdivostní hodnoty | ... | $o$ | propozice | ... | $o_{\tau\omega}$, $\pi$ |
| funkce | ... | $(\alpha\beta)$ | empirické funkce | ... | $(\alpha\beta)_{\tau\omega}$ |
| čísla | ... | $\tau$ | veličiny | ... | $\tau_{\tau\omega}$ |

# Konstrukce

**konstrukce v TILu**:

- **proměnná** typu $\alpha$, v závislosti na **valuaci** konstruuje $\alpha$-objekt

  $x \ldots \iota$

- **trivializace** objektu A typu $\alpha$, konstruuje právě objekt A

  ${}^0\mathsf{A} \ldots \alpha \qquad \mathbf{A} \ldots \alpha$

- **aplikace** konstrukce $X \ldots (\alpha\beta_1 \ldots \beta_n)$ na konstrukce $Y_1,\ldots,Y_n$ typů $\beta_1, \ldots, \beta_n$, konstruuje objekt typu $\alpha$

  $[XY_1 \ldots Y_n] \ldots \alpha$

- **abstrakce** konstrukce $Y \ldots \alpha$ na proměnných $x_1,\ldots,x_n$ typů $\beta_1, \ldots, \beta_n$, konstruuje objekt/funkci typu $(\alpha\beta_1 \ldots \beta_n)$

  $\lambda x_1 \ldots x_n[Y] \ldots (\alpha\beta_1 \ldots \beta_n)$

## Příklady analýzy podstatných jmen

| | | |
|---|---|---|
| pes, člověk | $x \ldots \iota$: **pes**$_{wt}x$, pes$/(o\iota)_{\tau\omega}$ | individuum z dané třídy individuí |
| prezident | prezident$/\iota_{\tau\omega}$ | individuová role |
| volitelnost | volitelnost$/(o\iota_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ | vlastnost individuové role |
| výška | výška$/(\tau\iota)_{\tau\omega}$ | empirická funkce |
| výrok, tvrzení | $p \ldots *_n$: **výrok**$_{wt}p$, výrok$/(o*_n)_{\tau\omega}$ | konstrukce propozice z dané třídy konstrukcí propozic |
| válka, smích, zvonění | válka$/(o(o\pi))_{\omega}$ | třída epizod – aktivita, která koresponduje se slovesem |
| leden, podzim | leden$/(o(o\tau))$ | třída časových okamžiků — časové intervaly |

# Příklady přínosu TILu

- **propoziční postoje**

  *Petr říká, že Tom věří, že Země je kulatá.*

  $\lambda w \lambda t \Big[\textbf{říká}_{wt} Petr^0 \Big[\lambda w \lambda t \big[\textbf{věří}_{wt} Tom^0 \big[\lambda w \lambda t [\textbf{kulatá}_{wt} \textbf{Země}]\big]\big]\Big]\Big]$

- **existence neexistujícího**

  *Pes existuje.* *Jednorožec neexistuje.*

  v PL1: ~~$\exists x(x = \text{pes})$~~ ~~$\neg\exists x(x = \text{jednorožec})$~~

  $(\text{jednorožec} = \text{jednorožec}) \Rightarrow (\exists x(x = \text{jednorožec}))$

  v TILu:

  $$(*) \qquad \lambda w \lambda t \big[{}^0\neg[Ex_{wt}\, \textbf{jednorožec}]\big], \qquad Ex \stackrel{df}{=} \lambda w \lambda t \lambda p \Big[{}^0\textstyle\sum_\iota \big[\lambda x [p_{wt}\, x]\big]\Big]$$

  $$Ex \ldots (o(o\iota)_{\tau\omega})_{\tau\omega}$$

  $(*)$ … “třída všech individuí s vlastností ‘být jednorožcem’ je v daném světě a čase prázdná.”

- **intenzionalita**, **vlastnosti vlastností**, analýza **epizod**, analýza **gramatického času**, …