

Prohledávání stavového prostoru

Aleš Horák

E-mail: `hales@fi.muni.cz`

`http://nlp.fi.muni.cz/uui/`

Obsah:

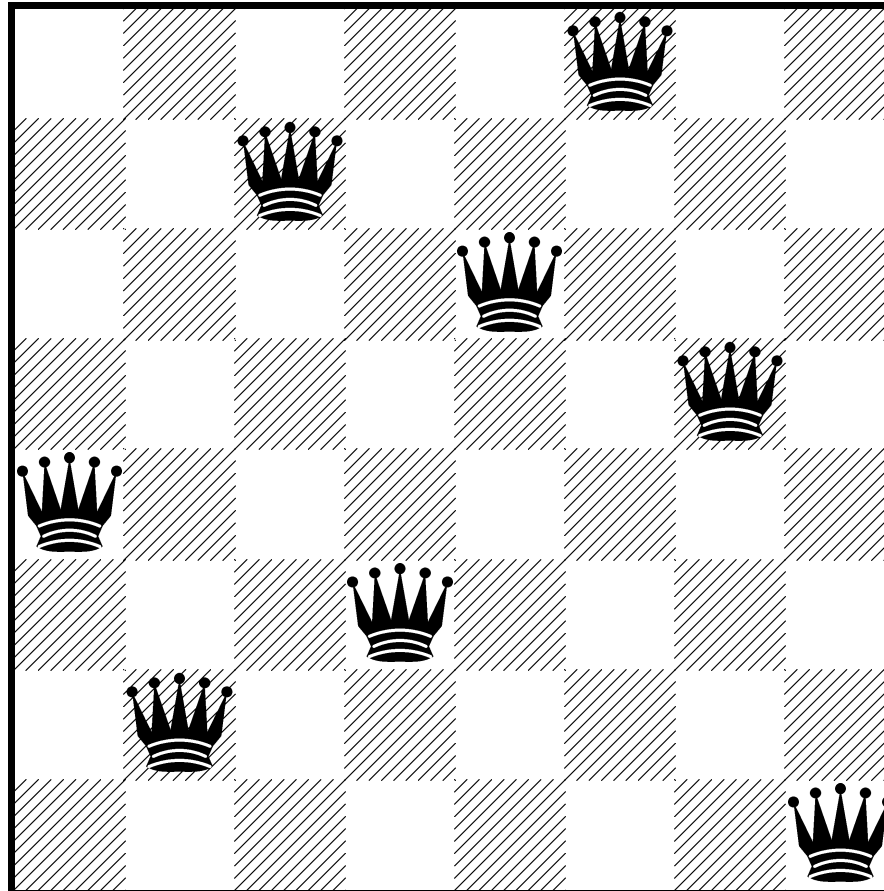
- Problém osmi dam
- Prohledávání stavového prostoru
- Prohledávání do hloubky
- Prohledávání do šířky
- Prohledávání s postupným prohlubováním
- Shrnutí vlastností algoritmů neinformovaného prohledávání

PROBLÉM OSMI DAM

úkol: *Rozestavte po šachovnici 8 dam tak, aby se žádné dvě vzájemně neohrožovaly.*

PROBLÉM OSMI DAM

úkol: Rozestavte po šachovnici 8 dam tak, aby se žádné dvě vzájemně neohrožovaly.



celkem pro 8 dam existuje 92 různých řešení

PROBLÉM OSMI DAM I

datová struktura – osmiprvkový seznam **[X1/Y1, X2/Y2, X3/Y3, X4/Y4, X5/Y5, X6/Y6, X7/Y7, X8/Y8]**

Solution = [1/4, 2/2, 3/7, 4/3, 5/6, 6/8, 7/5, 8/1]

PROBLÉM OSMI DAM I

datová struktura – osmiprvkový seznam **[X1/Y1, X2/Y2, X3/Y3, X4/Y4, X5/Y5, X6/Y6, X7/Y7, X8/Y8]**

Solution = [1/4, 2/2, 3/7, 4/3, 5/6, 6/8, 7/5, 8/1]

`solution(S) :- template(S), sol(S).`

`sol([]).`

`sol([X/Y|Others]) :- sol(Others),
 member(X,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
 member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
 noattack(X/Y,Others).`

`noattack(_,[]).`

`noattack(X/Y,[X1/Y1|Others]) :- X=\=X1, Y=\=Y1, Y1-Y=\=X1-X, Y1-Y=\=X-X1,
 noattack(X/Y,Others).`

`template([X1/Y1, X2/Y2, X3/Y3, X4/Y4, X5/Y5, X6/Y6, X7/Y7, X8/Y8]).`

PROBLÉM OSMI DAM I

datová struktura – osmiprvkový seznam **[X1/Y1, X2/Y2, X3/Y3, X4/Y4, X5/Y5, X6/Y6, X7/Y7, X8/Y8]**

Solution = [1/4, 2/2, 3/7, 4/3, 5/6, 6/8, 7/5, 8/1]

`solution(S) :- template(S), sol(S).`

`sol([]).`

`sol([X/Y|Others]) :- sol(Others),
 member(X,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
 member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
 noattack(X/Y,Others).`

`noattack(_,[]).`

`noattack(X/Y,[X1/Y1|Others]) :- X=\=X1, Y=\=Y1, Y1-Y=\=X1-X, Y1-Y=\=X-X1,
 noattack(X/Y,Others).`

`template([X1/Y1, X2/Y2, X3/Y3, X4/Y4, X5/Y5, X6/Y6, X7/Y7, X8/Y8]).`

?- `solution(Solution).`

`Solution` = [8/4, 7/2, 6/7, 5/3, 4/6, 3/8, 2/5, 1/1] ;

`Solution` = [7/2, 8/4, 6/7, 5/3, 4/6, 3/8, 2/5, 1/1] ;

Yes

PROBLÉM OSMI DAM II

počet možností u řešení I = $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

PROBLÉM OSMI DAM II

počet možností u řešení I = $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

omezení **stavového prostoru** – každá dáma má svůj sloupec

počet možností u řešení II = $8 \cdot 7 \cdot 6 \dots \cdot 1 = 40\,320$

PROBLÉM OSMI DAM II

počet možností u řešení I = $64 \cdot 63 \cdot 62 \dots \cdot 57 \approx 1.8 \times 10^{14}$

omezení **stavového prostoru** – každá dáma má svůj sloupec

počet možností u řešení II = $8 \cdot 7 \cdot 6 \dots \cdot 1 = 40\,320$

```
solution(S) :- template(S), sol(S).
```

```
sol ([]).
```

```
sol ([X/Y|Others]) :- sol(Others), member(Y,[1,2,3,4,5,6,7,8]),
                    noattack(X/Y,Others).
```

```
noattack(_ ,[]).
```

```
noattack(X/Y,[X1/Y1|Others]) :- Y=\=Y1, Y1-Y=\=X1-X, Y1-Y=\=X-X1,
                                noattack(X/Y,Others).
```

```
template([1/Y1,2/Y2,3/Y3,4/Y4,5/Y5,6/Y6,7/Y7,8/Y8]).
```

PROBLÉM OSMI DAM III

k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y \qquad D_x = [1..8] \qquad \longrightarrow \qquad D_u = [-7..7]$$

$$v = x + y \qquad D_y = [1..8] \qquad \qquad \qquad D_v = [2..16]$$

po každém umístění dámy aktualizujeme [seznamy volných pozic](#)

PROBLÉM OSMI DAM III

k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y \qquad D_x = [1..8] \qquad \longrightarrow \qquad D_u = [-7..7]$$

$$v = x + y \qquad D_y = [1..8] \qquad \qquad \qquad D_v = [2..16]$$

po každém umístění dámy aktualizujeme [seznamy volných pozic](#) počet možností u řešení III = 2 057

PROBLÉM OSMI DAM III

k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y \qquad D_x = [1..8] \qquad \longrightarrow \qquad D_u = [-7..7]$$

$$v = x + y \qquad D_y = [1..8] \qquad \qquad \qquad D_v = [2..16]$$

po každém umístění dámy aktualizujeme **seznamy volných pozic** počet možností u řešení III = 2 057

```

solution(YList) :- sol(YList ,[1,2,3,4,5,6,7,8],[1,2,3,4,5,6,7,8],
                      [-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7],
                      [2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]).

sol ([],[], Dy,Du,Dv).
sol ([Y|YList],[X|Dx1],Dy,Du,Dv) :- del(Y,Dy,Dy1), U is X-Y, del(U,Du,Du1), V is X+Y,
                                   del(V,Dv,Dv1), sol(YList,Dx1,Dy1,Du1,Dv1).

del(Item,[Item|List],List).
del(Item,[First|List],[First|List1]) :- del(Item,List,List1).
    
```

PROBLÉM OSMI DAM III

k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y \qquad D_x = [1..8] \qquad \longrightarrow \qquad D_u = [-7..7]$$

$$v = x + y \qquad D_y = [1..8] \qquad \qquad \qquad D_v = [2..16]$$

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic počet možností u řešení III = 2 057

```

solution(YList) :- sol(YList ,[1,2,3,4,5,6,7,8],[1,2,3,4,5,6,7,8],
                        [-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7],
                        [2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]).

sol ([],[], Dy,Du,Dv).
sol ([Y|YList],[X|Dx1],Dy,Du,Dv) :- del(Y,Dy,Dy1), U is X-Y, del(U,Du,Du1), V is X+Y,
                                   del(V,Dv,Dv1), sol(YList,Dx1,Dy1,Du1,Dv1).

del(Item,[Item|List], List).
del(Item,[First|List],[First|List1]) :- del(Item,List,List1).
    
```

Problém n dam pro $n = 100$:

PROBLÉM OSMI DAM III

k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y \qquad D_x = [1..8] \qquad \longrightarrow \qquad D_u = [-7..7]$$

$$v = x + y \qquad D_y = [1..8] \qquad \qquad \qquad D_v = [2..16]$$

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic počet možností u řešení III = 2 057

```

solution(YList) :- sol(YList ,[1,2,3,4,5,6,7,8],[1,2,3,4,5,6,7,8],
                        [-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7],
                        [2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]).

sol ([],[], Dy,Du,Dv).
sol ([Y|YList],[X|Dx1],Dy,Du,Dv) :- del(Y,Dy,Dy1), U is X-Y, del(U,Du,Du1), V is X+Y,
                                     del(V,Dv,Dv1), sol(YList,Dx1,Dy1,Du1,Dv1).

del(Item,[Item|List], List).
del(Item,[First|List],[First|List1]) :- del(Item,List,List1).
    
```

Problém n dam pro $n = 100$: řešení I ... 10^{400}

PROBLÉM OSMI DAM III

k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y \qquad D_x = [1..8] \qquad \longrightarrow \qquad D_u = [-7..7]$$

$$v = x + y \qquad D_y = [1..8] \qquad \qquad \qquad D_v = [2..16]$$

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic počet možností u řešení III = 2 057

```

solution(YList) :- sol(YList ,[1,2,3,4,5,6,7,8],[1,2,3,4,5,6,7,8],
                      [-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7],
                      [2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]).

sol ([],[], Dy,Du,Dv).
sol ([Y|YList],[X|Dx1],Dy,Du,Dv) :- del(Y,Dy,Dy1), U is X-Y, del(U,Du,Du1), V is X+Y,
                                   del(V,Dv,Dv1), sol(YList,Dx1,Dy1,Du1,Dv1).

del(Item,[Item|List], List).
del(Item,[First|List],[First|List1]) :- del(Item,List,List1).
    
```

Problém n dam pro $n = 100$: řešení I ... 10^{400} řešení II ... 10^{158}

PROBLÉM OSMI DAM III

k souřadnicím x a y \longrightarrow přidáme i souřadnice diagonály u a v

$$u = x - y \qquad D_x = [1..8] \qquad \longrightarrow \qquad D_u = [-7..7]$$

$$v = x + y \qquad D_y = [1..8] \qquad \qquad \qquad D_v = [2..16]$$

po každém umístění dámy aktualizujeme seznamy volných pozic počet možností u řešení III = 2 057

```

solution(YList) :- sol(YList ,[1,2,3,4,5,6,7,8],[1,2,3,4,5,6,7,8],
                        [-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6,7],
                        [2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]).

sol ([],[], Dy,Du,Dv).
sol ([Y|YList],[X|Dx1],Dy,Du,Dv) :- del(Y,Dy,Dy1), U is X-Y, del(U,Du,Du1), V is X+Y,
                                   del(V,Dv,Dv1), sol(YList,Dx1,Dy1,Du1,Dv1).

del(Item,[Item|List], List).
del(Item,[First|List],[First|List1]) :- del(Item,List,List1).
    
```

Problém n dam pro $n = 100$: řešení I ... 10^{400} řešení II ... 10^{158} řešení III ... 10^{52}

PROHLEDÁVÁNÍ STAVOVÉHO PROSTORU

Řešení problému prohledáváním stavového prostoru:

- předpoklady – statické a deterministické prostředí, diskrétní stavy
- *stavový prostor*
- *počáteční stav* **init(State)**
- *cílová podmínka* **goal(State)**
- *přechodové akce* **move(State,NewState)**
- *prohledávací strategie*

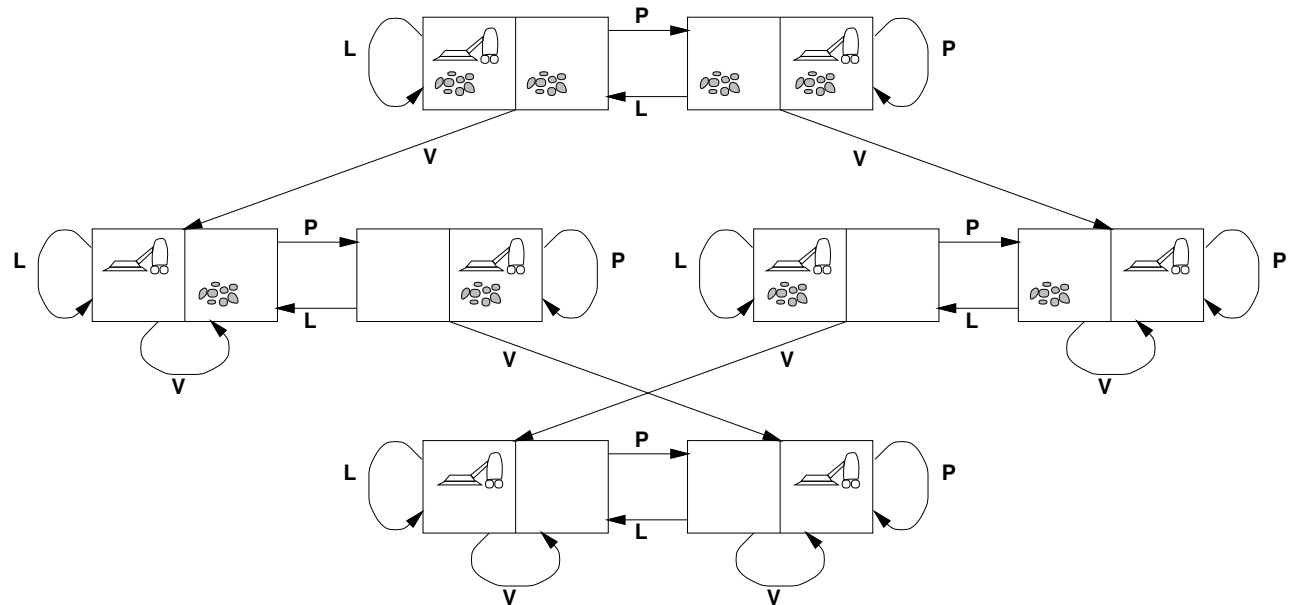
PROHLEDÁVÁNÍ STAVOVÉHO PROSTORU

Řešení problému prohledáváním stavového prostoru:

- předpoklady – statické a deterministické prostředí, diskrétní stavy
- *stavový prostor*
- *počáteční stav* **init(State)**
- *cílová podmínka* **goal(State)**
- *přechodové akce* **move(State,NewState)**
- *prohledávací strategie*

Problém agenta Vysavače:

- máme dvě místnosti (L, P)
- jeden vysavač (v L nebo P)
- v každé místnosti je/není špína
- počet stavů je $2 \times 2^2 = 8$
- akce = {*doLeva*, *doPrava*, *Vysávej*}



ABSTRAKCE PROHLEDÁVÁNÍ STAVOVÉHO PROSTORU

- *prohledávací strom*
- *kořenový uzel*
- *uzel prohledávacího stromu:*
 - *stav*
 - *rodičovský uzel*
 - *přechodová akce*
 - *hloubka uzlu*
 - *cena – $g(n)$ cesty, $c(x, a, y)$ přechodu*
- *(optimální) řešení*

DALŠÍ PŘÍKLAD – POSUNOVAČKA

počáteční stav (např.)

7	2	4
5		6
8	3	1

→ ... →

cílový stav

	1	2
3	4	5
6	7	8

- hra na čtvercové šachovnici $m \times m$ s $n = m^2 - 1$ očíslovanými kameny
- příklad pro šachovnici 3×3 , posunování osmi kamenů (8-posunovačka)
- stavy – pozice všech kamenů
- akce – “pohyb” prázdného místa

DALŠÍ PŘÍKLAD – POSUNOVAČKA

počáteční stav (např.)

7	2	4
5		6
8	3	1

→ ... →

cílový stav

	1	2
3	4	5
6	7	8

- hra na čtvercové šachovnici $m \times m$ s $n = m^2 - 1$ očíslovanými kameny
- příklad pro šachovnici 3×3 , posunování osmi kamenů (8-posunovačka)
- stavy – pozice všech kamenů
- akce – “pohyb” prázdného místa

☞ Optimální řešení obecné n -posunovačky je NP-úplné

Počet stavů	u 8-posunovačky	...	$9!/2 = 181\,440$
	u 15-posunovačky	...	10^{13}
	u 24-posunovačky	...	10^{25}

REÁLNÉ PROBLÉMY ŘEŠITELNÉ PROHLEDÁVÁNÍM

- hledání cesty z města A do města B
- hledání itineráře
- problém obchodního cestujícího
- návrh VLSI čipu
- navigace auta, robota, ...
- postup práce automatické výrobní linky
- návrh proteinů – 3D-sekvence aminokyselin
- Internetové vyhledávání informací

ŘEŠENÍ PROBLÉMU PROHLEDÁVÁNÍM

Kostra algoritmu:

```
solution(Solution) :- init(State), solve(State, Solution).  
solve(State, [State]) :- goal(State).  
solve(State, [State|Sol]) :- move(State, NewState), solve(NewState, Sol).
```

move(State, NewState) – definuje prohledávací **strategii**

ŘEŠENÍ PROBLÉMU PROHLEDÁVÁNÍM

Kostra algoritmu:

```
solution(Solution) :- init(State), solve(State, Solution).  
solve(State, [State]) :- goal(State).  
solve(State, [State|Sol]) :- move(State, NewState), solve(NewState, Sol).
```

move(State, NewState) – definuje prohledávací **strategii**

Porovnání strategií:

- úplnost
- optimálnost
- časová složitost
- prostorová složitost

ŘEŠENÍ PROBLÉMU PROHLEDÁVÁNÍM

Kostra algoritmu:

```
solution(Solution) :- init(State), solve(State, Solution).  
solve(State, [State]) :- goal(State).  
solve(State, [State|Sol]) :- move(State, NewState), solve(NewState, Sol).
```

move(State, NewState) – definuje prohledávací **strategii**

Porovnání strategií:

- úplnost
- optimálnost
- časová složitost
- prostorová složitost

složitost závisí na:

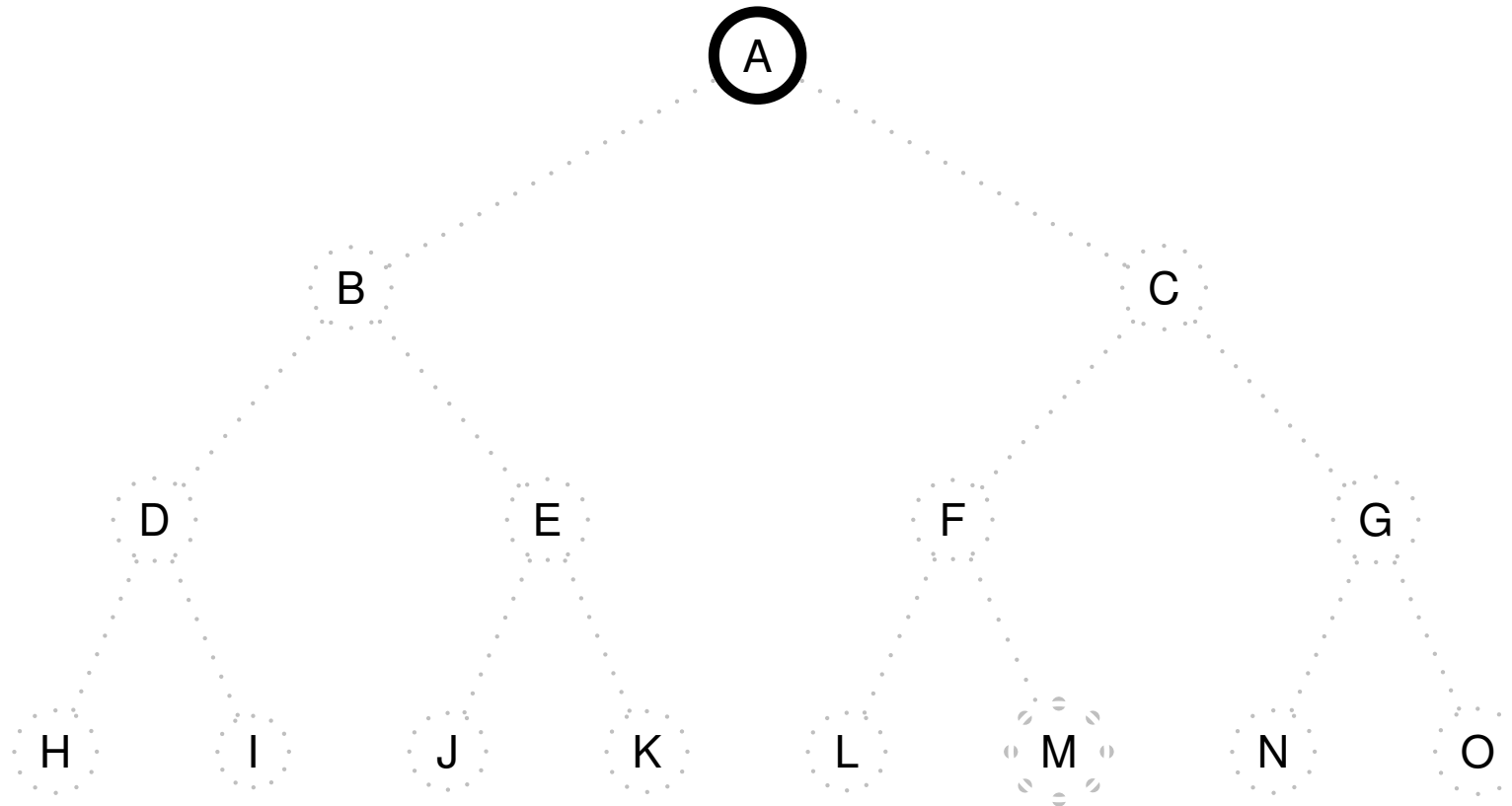
- b – faktor **větvení** (branching factor)
- d – hloubka cíle (goal depth)
- m – maximální hloubka větve/délka cesty (maximum depth/path)

NEINFORMOVANÉ PROHLEDÁVÁNÍ

- prohledávání do hloubky
- prohledávání do hloubky s limitem
- prohledávání do šířky
- prohledávání podle ceny
- prohledávání s postupným prohlubováním

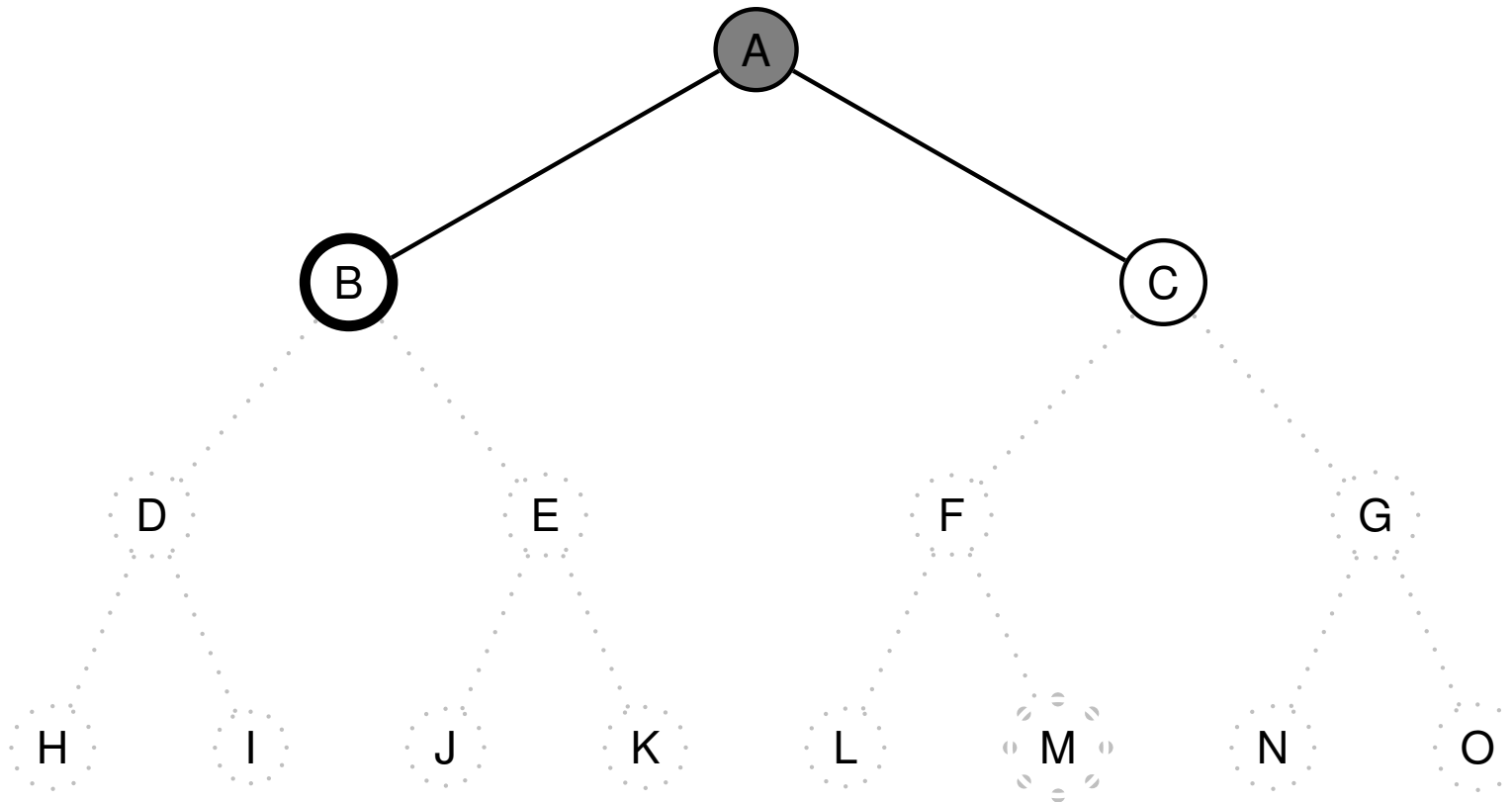
PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



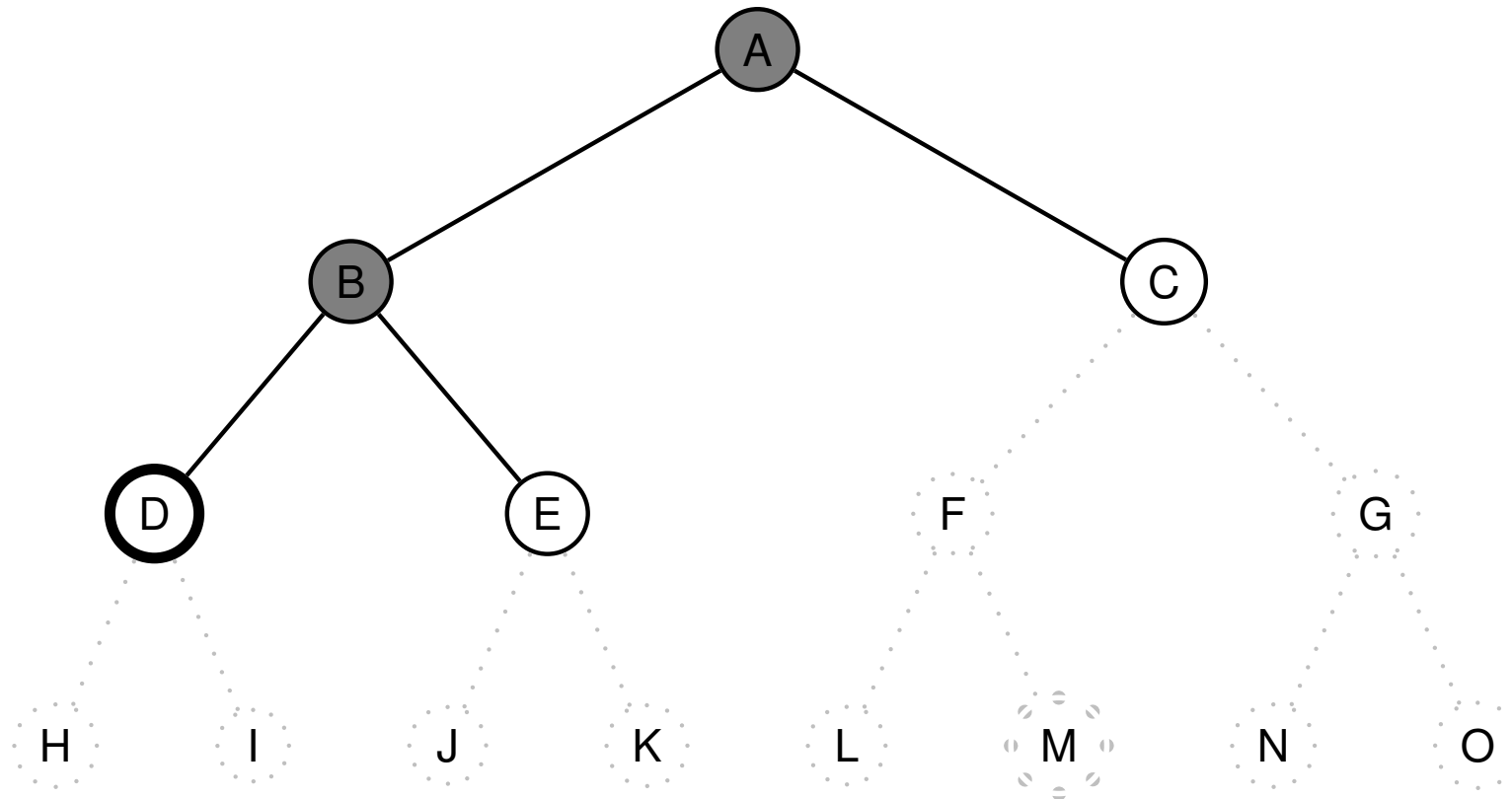
PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



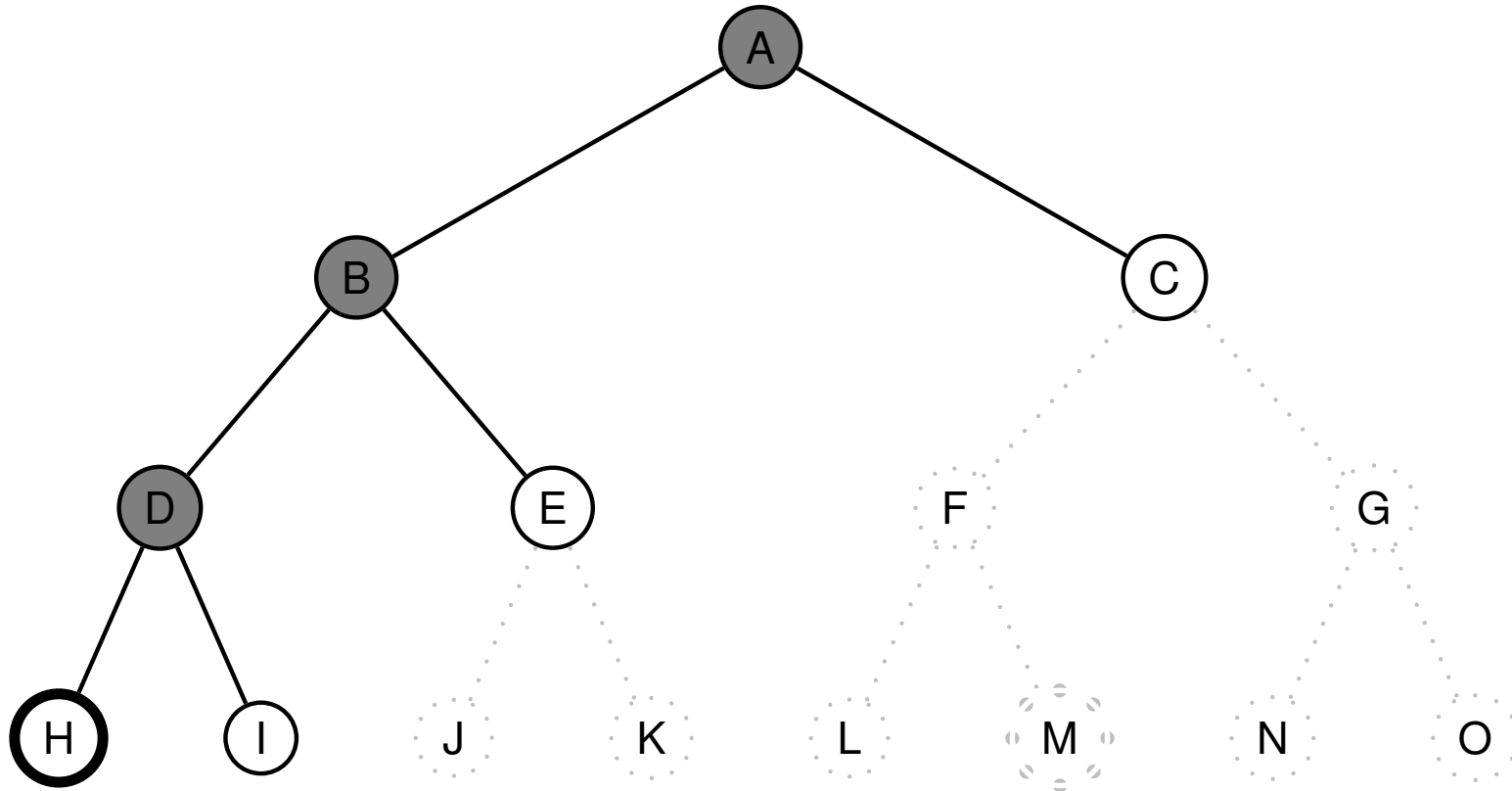
PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



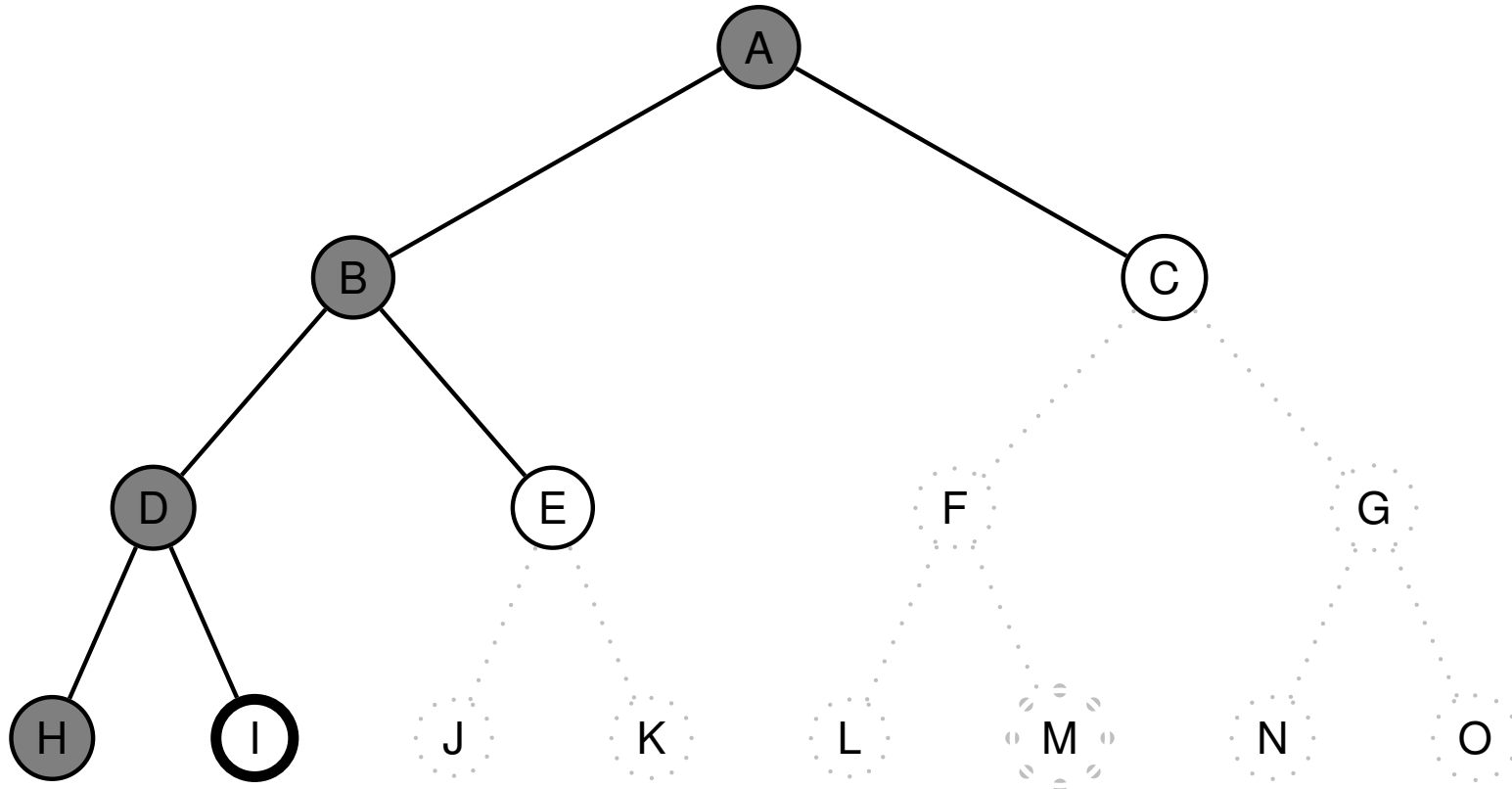
PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



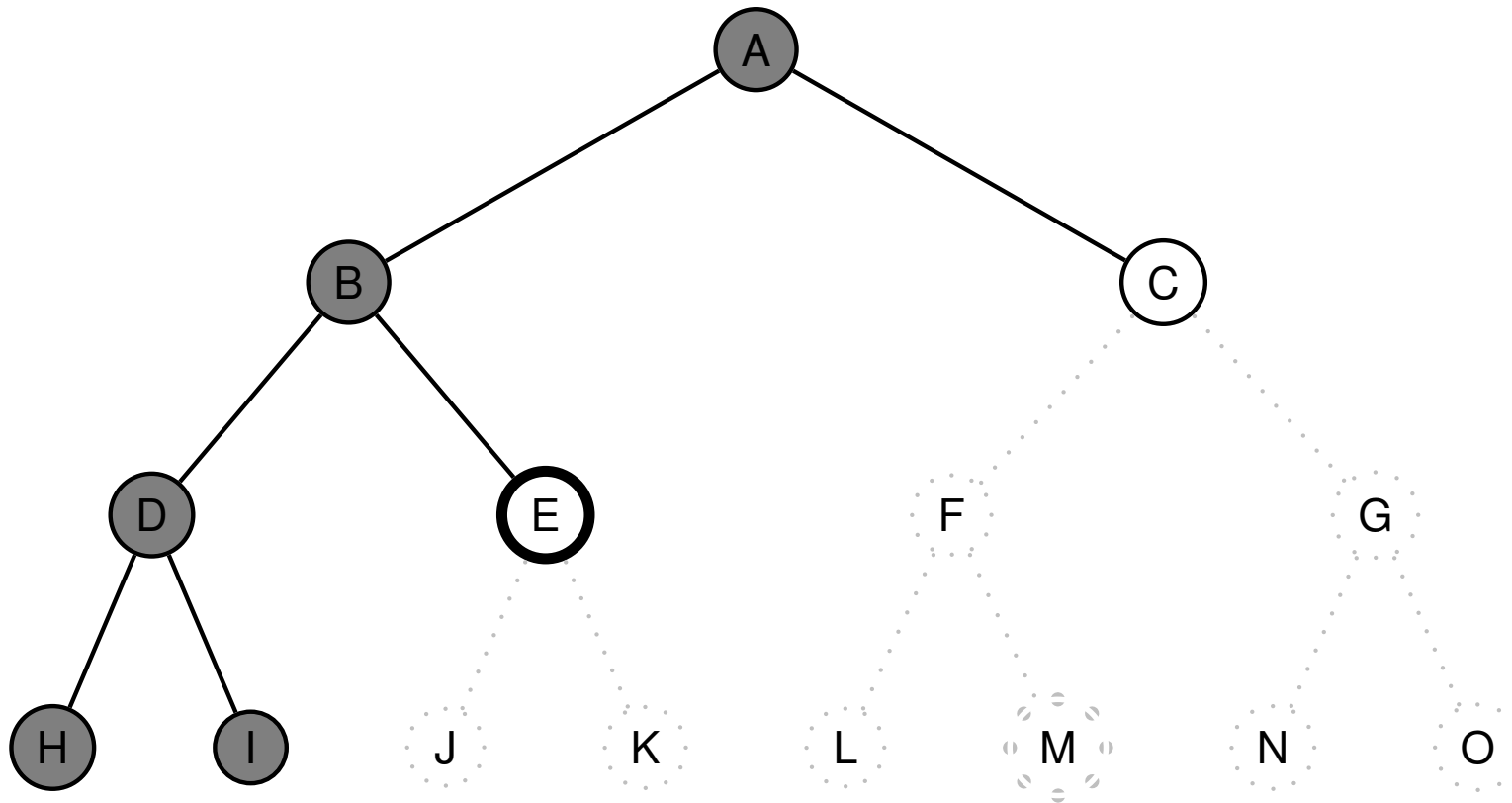
PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



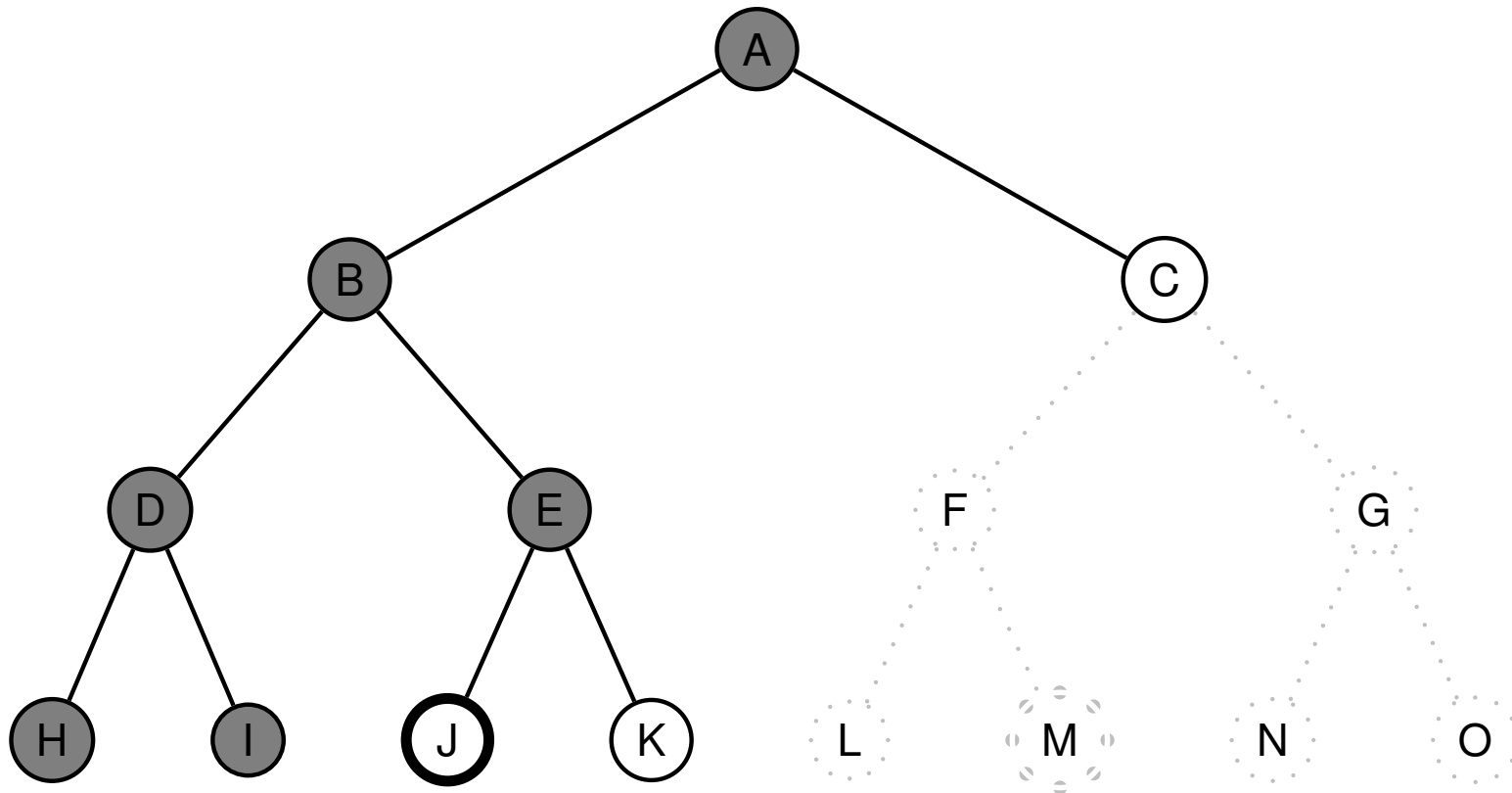
PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



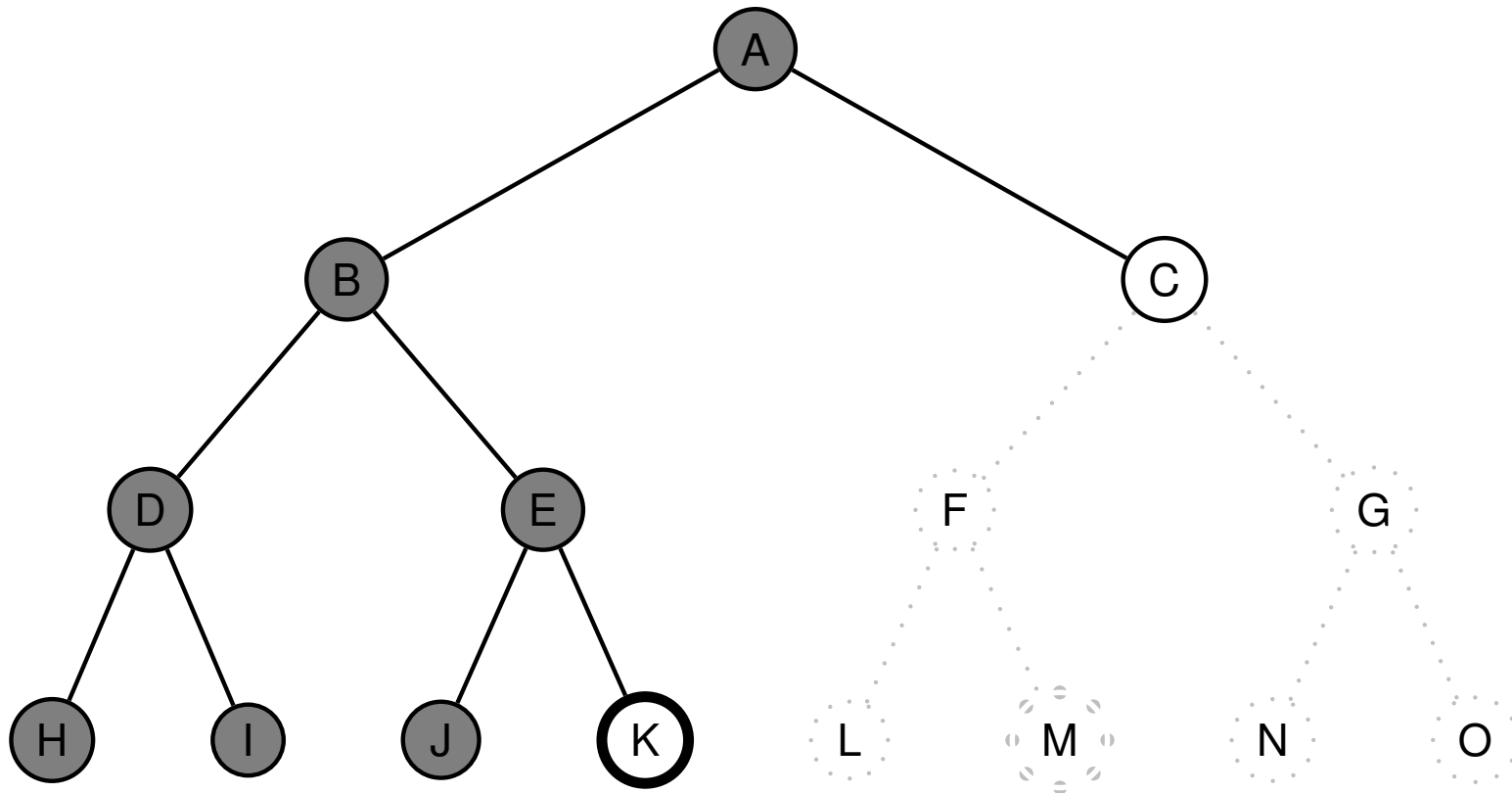
PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



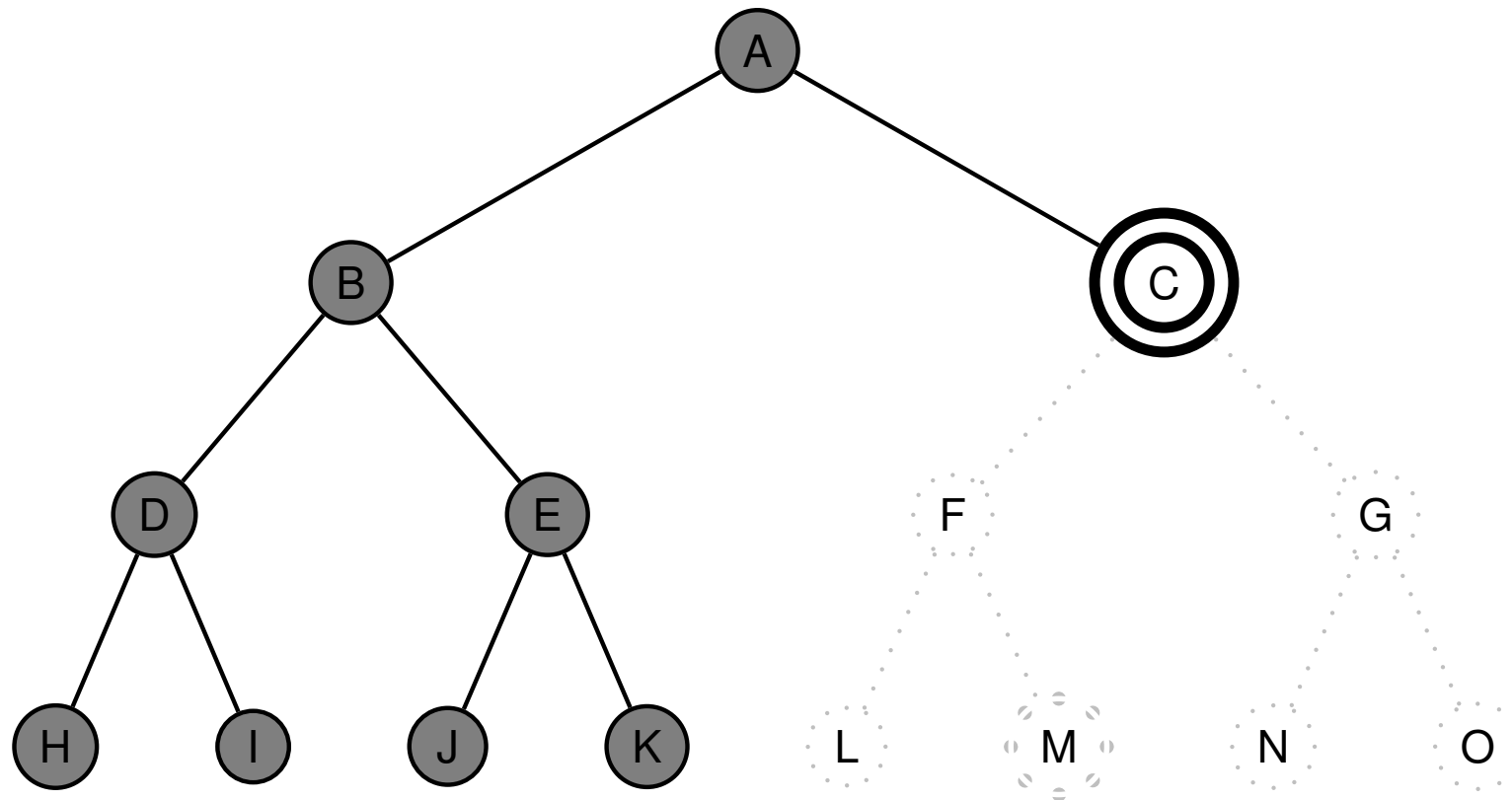
PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

Prohledává se vždy nejlevější a nejhlubší neexpandovaný uzel (*Depth-first Search, DFS*)



PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do zásobníku (fronty LIFO) × Prolog – využití rekurze

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do zásobníku (fronty LIFO) × Prolog – využití rekurze

```
solution(Node,Solution) :- depth_first_search([], Node,Solution).  
  
depth_first_search(Path,Node,[Node|Path]) :- goal(Node).  
depth_first_search(Path,Node,Sol) :- move(Node,Node1),  
    not(member(Node1,Path)),depth_first_search([Node|Path],Node1,Sol).
```

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY – VLASTNOSTI

úplnost

optimálnost

časová složitost

prostorová složitost

Největší problém – nekonečná větev = nenajde se cíl, program neskončí!

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY – VLASTNOSTI

úplnost není úplný (nekonečná větev, cykly)

optimálnost

časová složitost

prostorová složitost

Největší problém – nekonečná větev = nenajde se cíl, program neskončí!

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY – VLASTNOSTI

úplnost není úplný (nekonečná větev, cykly)

optimálnost není optimální

časová složitost

prostorová složitost

Největší problém – nekonečná větev = nenajde se cíl, program neskončí!

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY – VLASTNOSTI

úplnost není úplný (nekonečná větev, cykly)

optimálnost není optimální

časová složitost $O(b^m)$

prostorová složitost

Největší problém – nekonečná větev = nenajde se cíl, program neskončí!

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY – VLASTNOSTI

úplnost není úplný (nekonečná větev, cykly)

optimálnost není optimální

časová složitost $O(b^m)$

prostorová složitost $O(bm)$, lineární

Největší problém – nekonečná větev = nenajde se cíl, program neskončí!

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY S LIMITEM

Řešení nekonečné větve – použití “zarážky” = limit hloubky ℓ

```
solution(Node,Solution) :- depth_first_search_limit(Node,Solution, $\ell$ ).
```

```
depth_first_search_limit(Node,[Node],_) :- goal(Node).
```

```
depth_first_search_limit(Node,[Node|Sol],MaxDepth) :- MaxDepth > 0, move(Node,Node1),  
Max1 is MaxDepth-1, depth_first_search_limit(Node1,Sol,Max1).
```

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY S LIMITEM

Řešení nekonečné větve – použití “zarážky” = limit hloubky ℓ

```
solution(Node,Solution) :- depth_first_search_limit(Node,Solution, $\ell$ ).
```

```
depth_first_search_limit(Node,[Node],_) :- goal(Node).
```

```
depth_first_search_limit(Node,[Node|Sol],MaxDepth) :- MaxDepth > 0, move(Node,Node1),  
Max1 is MaxDepth-1, depth_first_search_limit(Node1,Sol,Max1).
```

neúspěch (**fail**) má dvě možné interpretace – vyčerpání limitu nebo neexistenci řešení

PROHLEDÁVÁNÍ DO HLOUBKY S LIMITEM

Řešení nekonečné větve – použití “zarážky” = limit hloubky ℓ

```
solution(Node,Solution) :- depth_first_search_limit(Node,Solution, $\ell$ ).
```

```
depth_first_search_limit(Node,[Node],_) :- goal(Node).
```

```
depth_first_search_limit(Node,[Node|Sol],MaxDepth) :- MaxDepth > 0, move(Node,Node1),
    Max1 is MaxDepth-1, depth_first_search_limit(Node1,Sol,Max1).
```

neúspěch (**fail**) má dvě možné interpretace – vyčerpání limitu nebo neexistenci řešení

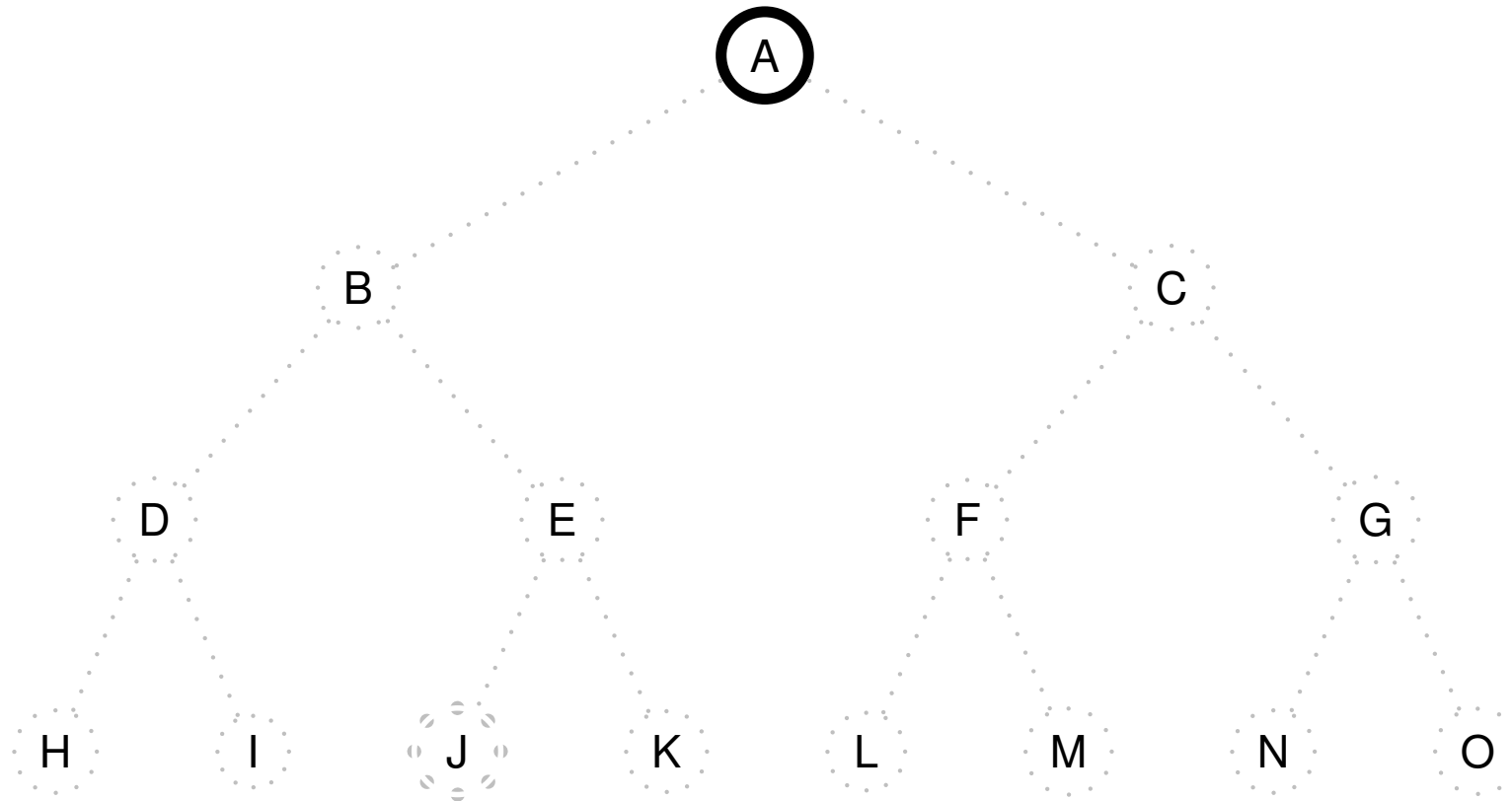
Vlastnosti:

<i>úplnost</i>	není úplný (pro $\ell < d$)
<i>optimálnost</i>	není optimální (pro $\ell > d$)
<i>časová složitost</i>	$O(b^\ell)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(b\ell)$

dobrá volba limitu ℓ – podle znalosti problému

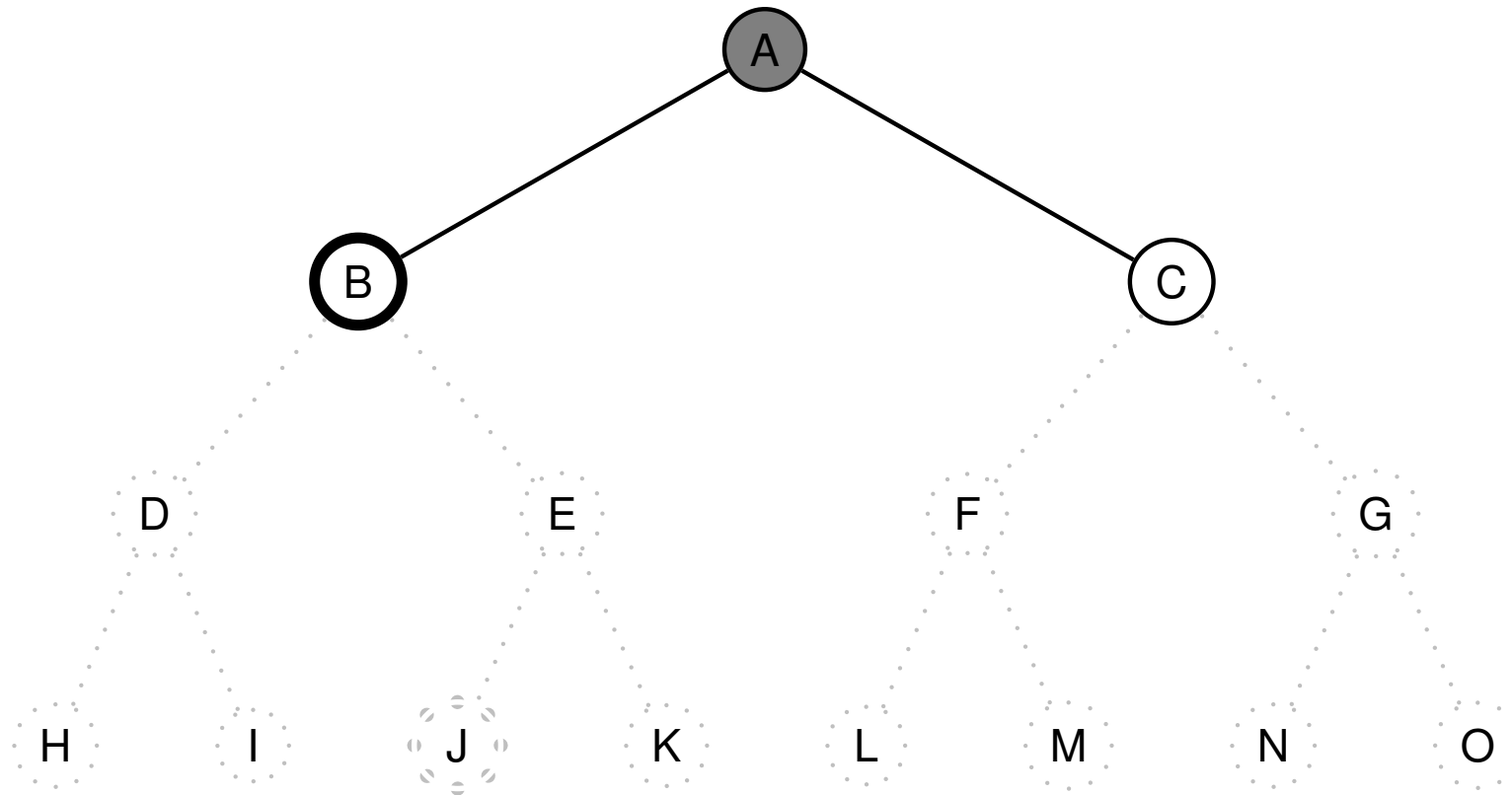
PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



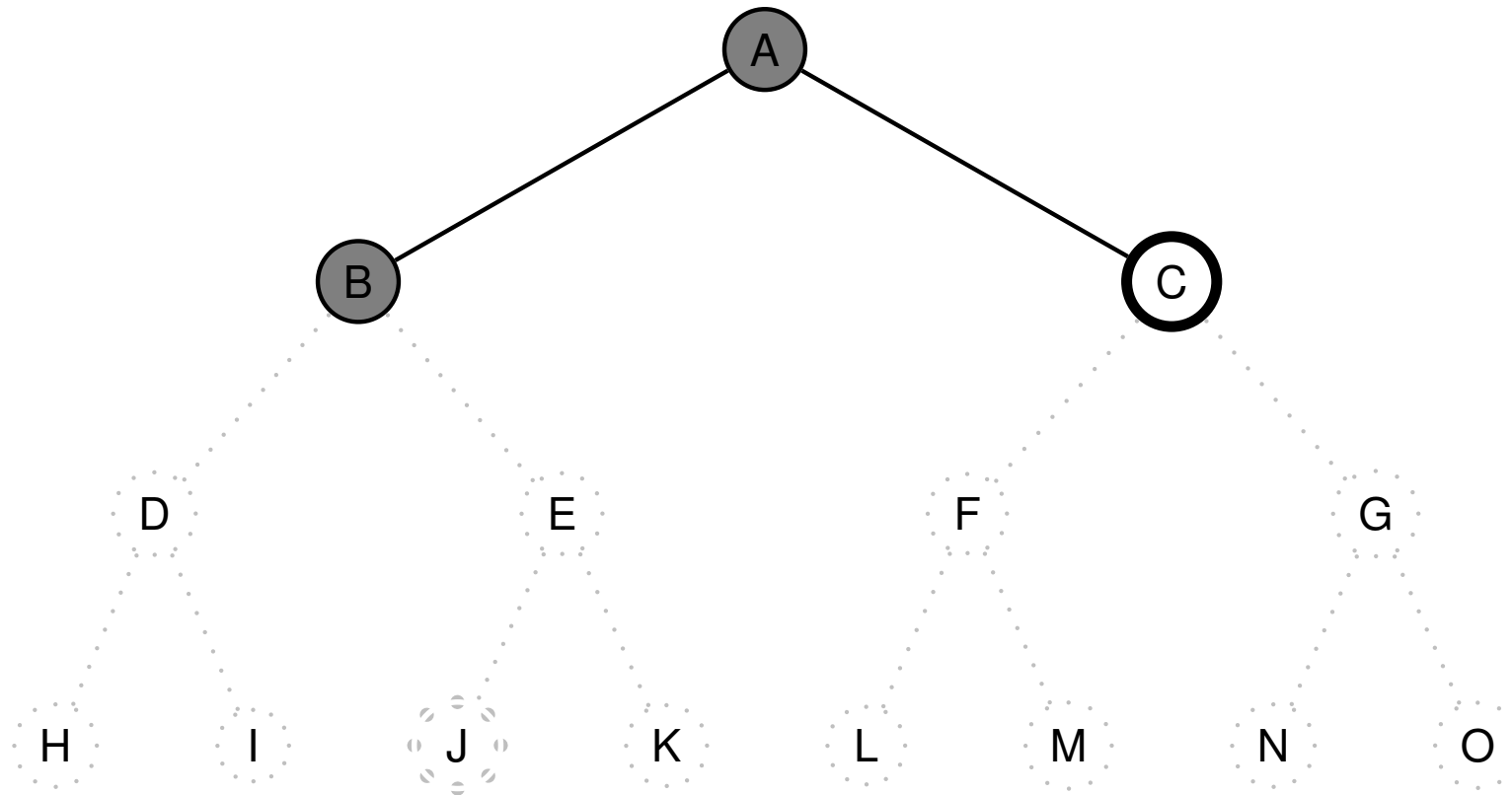
PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



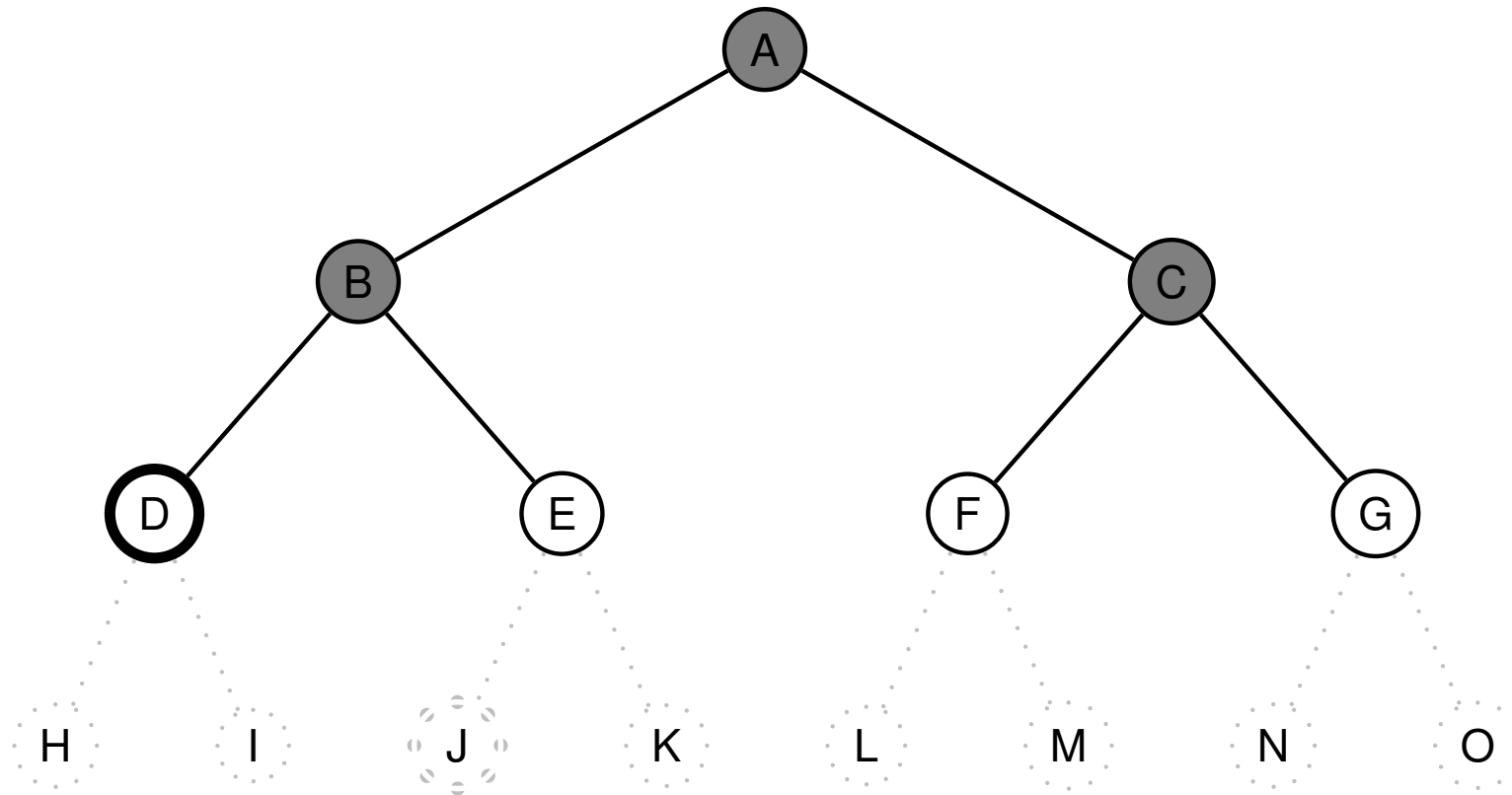
PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



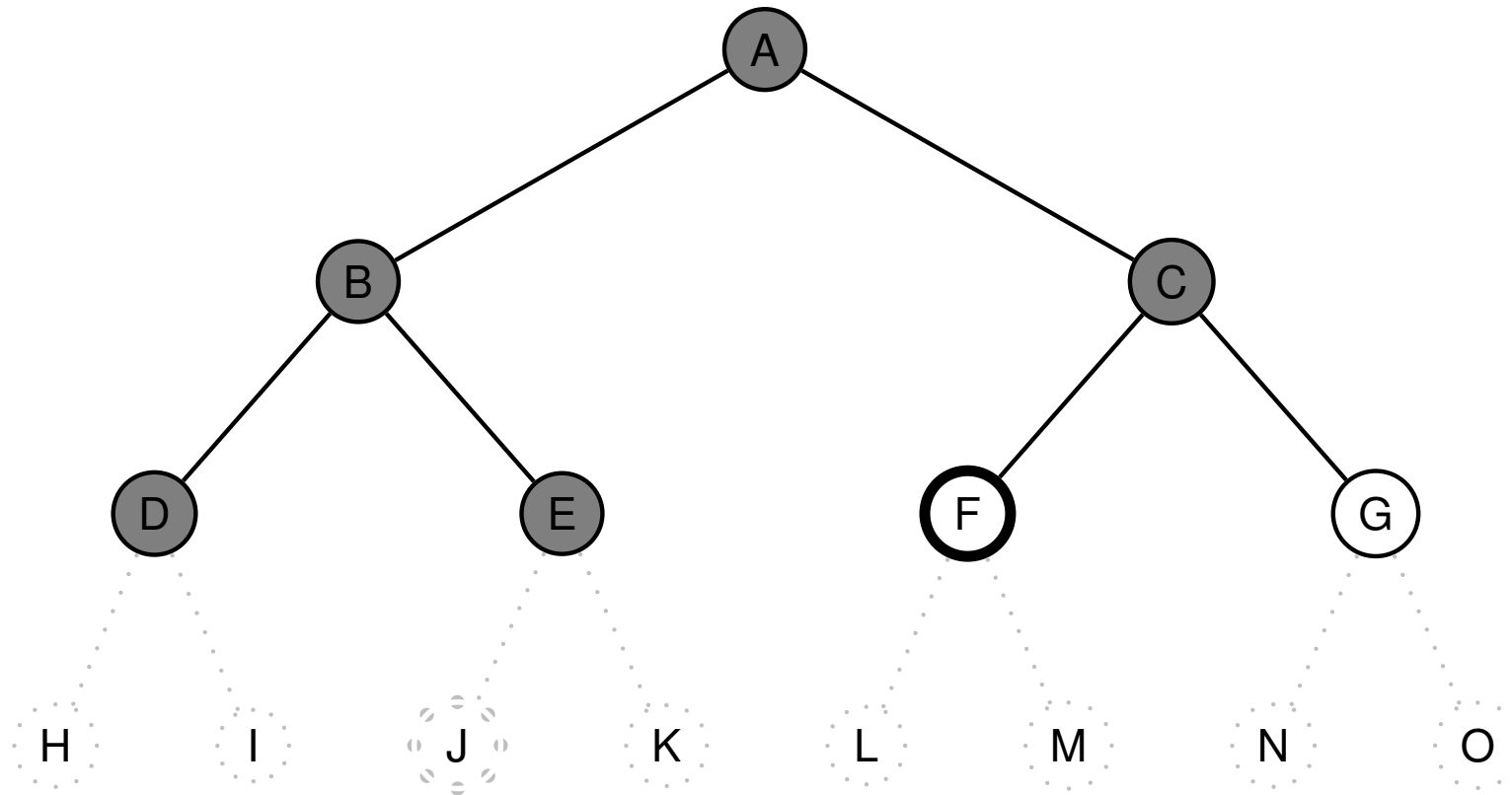
PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



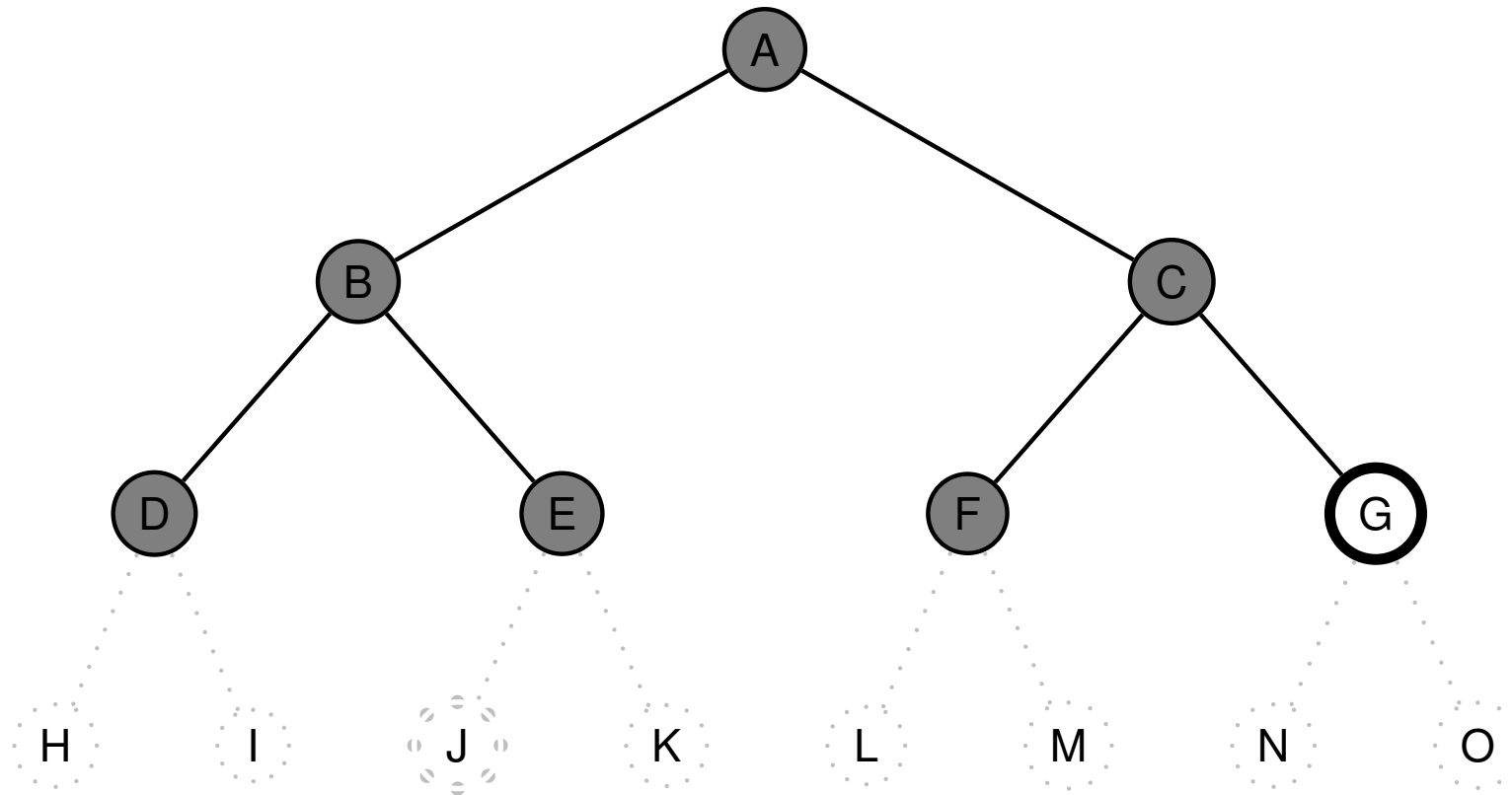
PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



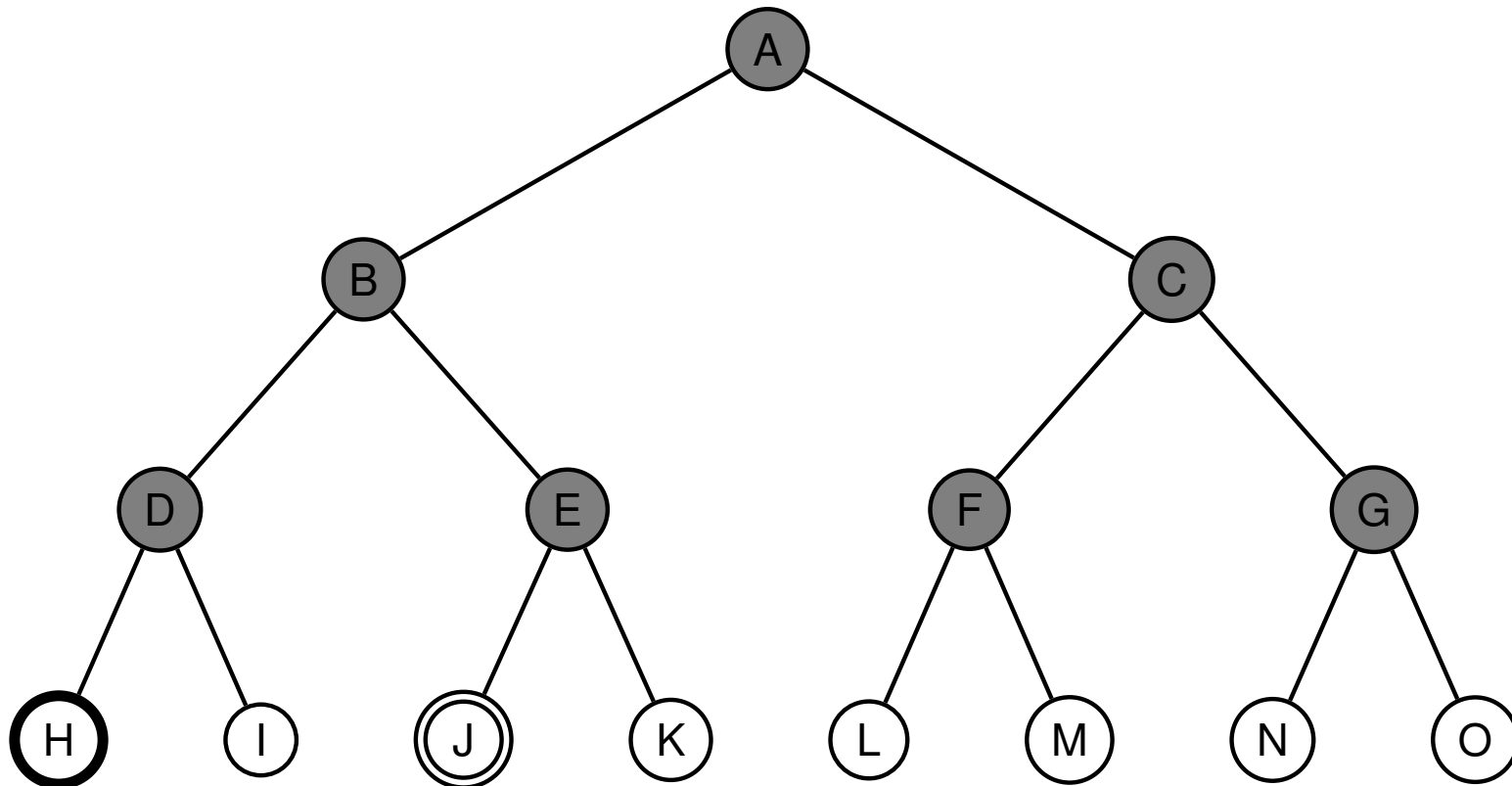
PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



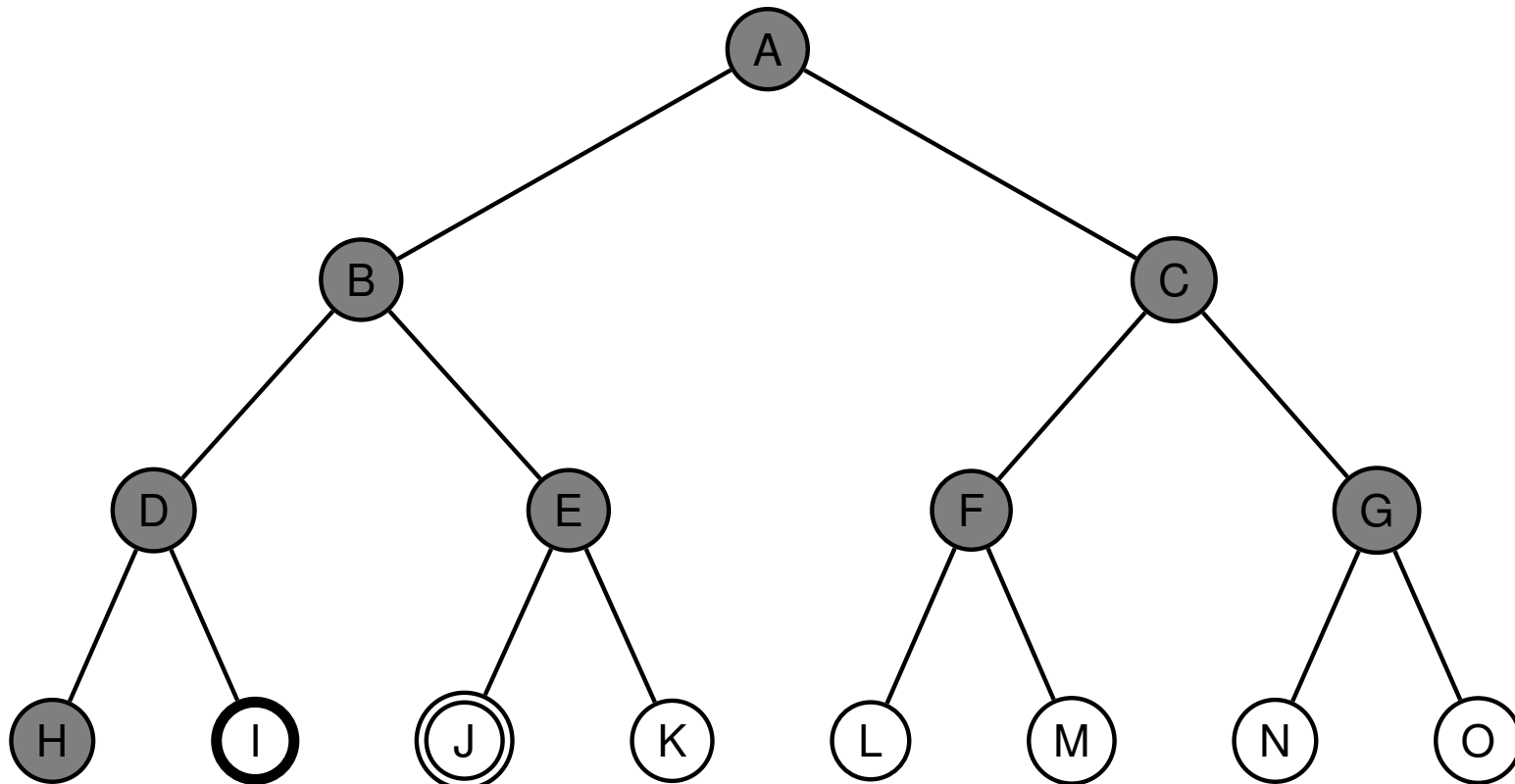
PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



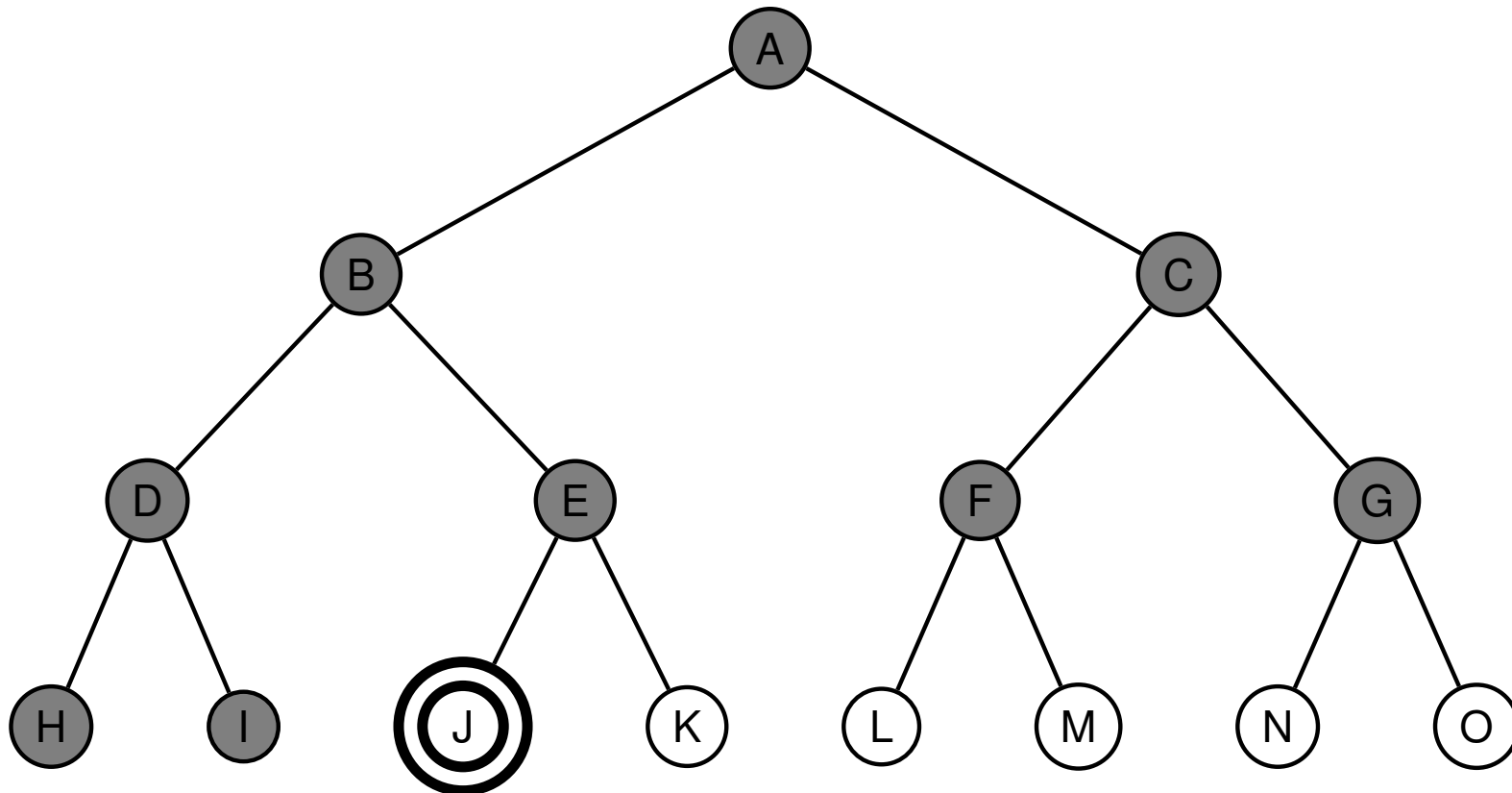
PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

Prohledává se vždy nejlevější neexpandovaný uzel s nejmenší hloubkou. (*Breadth-first Search, BFS*)



PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do **fronty** (FIFO) × Prolog – udržuje **seznam cest**

```
solution (Start, Solution) :- breadth_first_search ([[ Start ]], Solution).  
  
breadth_first_search ([[ Node|Path]|_],[ Node|Path]) :- goal(Node).  
breadth_first_search ([[ N|Path]|Paths], Solution) :-  
    bagof([M,N|Path], (move(N,M),not(member(M,[N|Path]))), NewPaths),  
    NewPaths\=[], append(Paths,NewPaths,Path1), !,  
    breadth_first_search (Path1,Solution); breadth_first_search (Paths,Solution).
```

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do **fronty** (FIFO) × Prolog – udržuje **seznam cest**

```
solution (Start, Solution) :- breadth_first_search ([[ Start ]], Solution).  
  
breadth_first_search ([[ Node|Path]|_],[ Node|Path]) :- goal(Node).  
breadth_first_search ([[ N|Path]|Paths], Solution) :-  
    bagof([M,N|Path], (move(N,M),not(member(M,[N|Path]))), NewPaths),  
    NewPaths\=[], append(Paths,NewPaths,Path1), !,  
    breadth_first_search (Path1,Solution); breadth_first_search (Paths,Solution).
```

bagof(+Prom,+Cíl,-Sezn)
*postupně vyhodnocuje Cíl
a všechny vyhovující
instance Prom řadí do
seznamu Sezn*

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do **fronty** (FIFO) × Prolog – udržuje **seznam cest**

```

solution (Start, Solution) :- breadth_first_search ([[ Start ]], Solution).

breadth_first_search ([[ Node|Path]|_],[ Node|Path]) :- goal(Node).
breadth_first_search ([[ N|Path]|Paths], Solution) :-
    bagof([M,N|Path], (move(N,M),not(member(M,[N|Path]))), NewPaths),
    NewPaths\=[], append(Paths,NewPaths,Path1), !,
    breadth_first_search (Path1,Solution); breadth_first_search (Paths,Solution).
  
```

bagof(+Prom,+Cíl,-Sezn)
*postupně vyhodnocuje Cíl
 a všechny vyhovující
 instance Prom řadí do
 seznamu Sezn*

p :- a,b;c. ⇔ p :- (a,b);c.

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY

procedurální programovací jazyk – uzly se uloží do **fronty** (FIFO) × Prolog – udržuje **seznam cest**

```
solution(Start, Solution) :- breadth_first_search([[Start]], Solution).
```

```
breadth_first_search([[Node|Path]|_],[Node|Path]) :- goal(Node).
```

```
breadth_first_search([[N|Path]|Paths], Solution) :-
    bagof([M,N|Path], (move(N,M), not(member(M,[N|Path]))), NewPaths),
    NewPaths \= [], append(Paths, NewPaths, Path1), !,
    breadth_first_search(Path1, Solution); breadth_first_search(Paths, Solution).
```

bagof(+Prom,+Cíl,-Sezn)
postupně vyhodnocuje **Cíl**
a všechny vyhovující
instance **Prom** řadí do
seznamu **Sezn**

p :- a,b;c. ⇔ p :- (a,b);c.

Vylepšení:

→ **append** → **append_dl**

→ seznam cest:	[[a]]	→	l(a)
	[[b,a],[c,a]]		t(a,[l(b),l(c)])
	[[c,a],[d,b,a],[e,b,a]]		t(a,[t(b,[l(d),l(e)]),l(c)])
	[[d,b,a],[e,b,a],[f,c,a],[g,c,a]]		t(a,[t(b,[l(d),l(e)]),t(c,[l(f),l(g)])])

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY – VLASTNOSTI

úplnost

optimálnost

časová složitost

prostorová složitost

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY – VLASTNOSTI

úplnost **je** úplný (pro konečné b)

optimálnost

časová složitost

prostorová složitost

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY – VLASTNOSTI

úplnost

je úplný (pro konečné b)

optimálnost

je optimální podle délky cesty/**není** optimální podle obecné ceny

časová složitost

prostorová složitost

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY – VLASTNOSTI

<i>úplnost</i>	je úplný (pro konečné b)
<i>optimálnost</i>	je optimální podle délky cesty/není optimální podle obecné ceny
<i>časová složitost</i>	$1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1})$, exponenciální v d
<i>prostorová složitost</i>	

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY – VLASTNOSTI

<i>úplnost</i>	je úplný (pro konečné b)
<i>optimálnost</i>	je optimální podle délky cesty/není optimální podle obecné ceny
<i>časová složitost</i>	$1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1})$, exponenciální v d
<i>prostorová složitost</i>	$O(b^{d+1})$ (každý uzel v paměti)

PROHLEDÁVÁNÍ DO ŠÍŘKY – VLASTNOSTI

- úplnost* je úplný (pro konečné b)
- optimálnost* je optimální podle délky cesty/**není** optimální podle obecné ceny
- časová složitost* $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + b(b^d - 1) = O(b^{d+1})$, exponenciální v d
- prostorová složitost* $O(b^{d+1})$ (každý uzel v paměti)

Největší problém – paměť:

Hloubka	Uzlů	Čas	Paměť
2	1100	0.11 sek	1 MB
4	111 100	11 sek	106 MB
6	10^7	19 min	10 GB
8	10^9	31 hod	1 TB
10	10^{11}	129 dnů	101 TB
12	10^{13}	35 let	10 PB
14	10^{15}	3 523 let	1 EB

Ani čas není dobrý → potřebujeme **informované** strategie prohledávání.

PROHLEDÁVÁNÍ PODLE CENY

- BFS je optimální pro rovnoměrně ohodnocené stromy × prohledávání podle ceny (Uniform-cost Search) je optimální pro **obecné ohodnocení**
- fronta uzlů se udržuje **uspořádaná** podle ceny cesty

PROHLEDÁVÁNÍ PODLE CENY

- BFS je optimální pro rovnoměrně ohodnocené stromy × prohledávání podle ceny (Uniform-cost Search) je optimální pro **obecné ohodnocení**
- fronta uzlů se udržuje **uspořádaná** podle ceny cesty

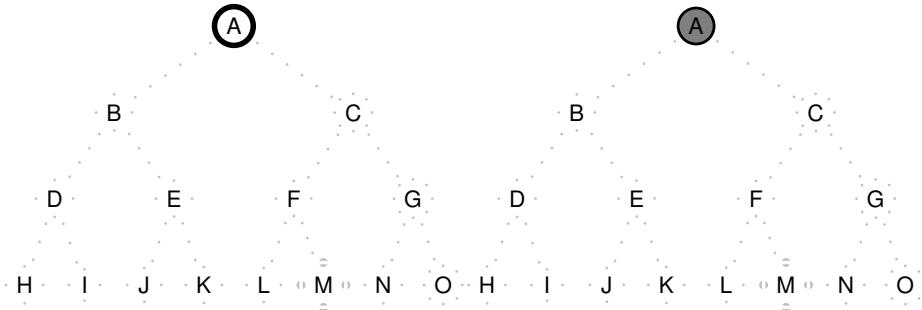
Vlastnosti:

<i>úplnost</i>	je úplný (pro cena $\geq \epsilon$)
<i>optimálnost</i>	je optimální (pro cena $\geq \epsilon$, $g(n)$ roste)
<i>časová složitost</i>	počet uzlů s $g \leq C^*$, $O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$, kde C^* ... cena optimálního řešení
<i>prostorová složitost</i>	počet uzlů s $g \leq C^*$, $O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$

PROHLEDÁVÁNÍ S POSTUPNÝM PROHLUBOVÁNÍM

prohledávání do hloubky s postupně se zvyšujícím limitem (Iterative deepening DFS, IDS)

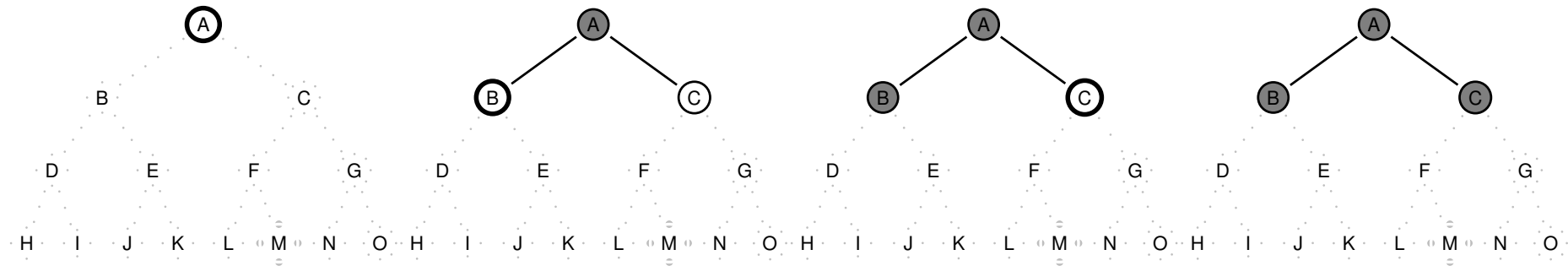
limit=0



PROHLEDÁVÁNÍ S POSTUPNÝM PROHLUBOVÁNÍM

prohledávání do hloubky s postupně se zvyšujícím limitem (Iterative deepening DFS, IDS)

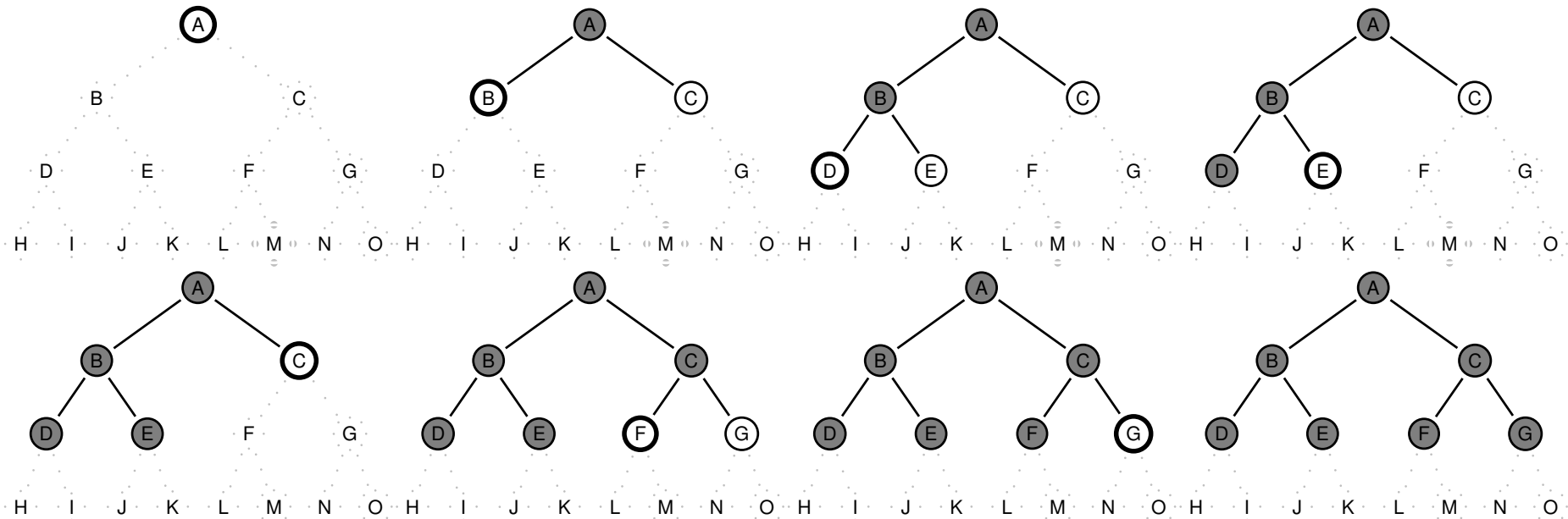
limit=1



PROHLEDÁVÁNÍ S POSTUPNÝM PROHLUBOVÁNÍM

prohledávání do hloubky s postupně se zvyšujícím limitem (Iterative deepening DFS, IDS)

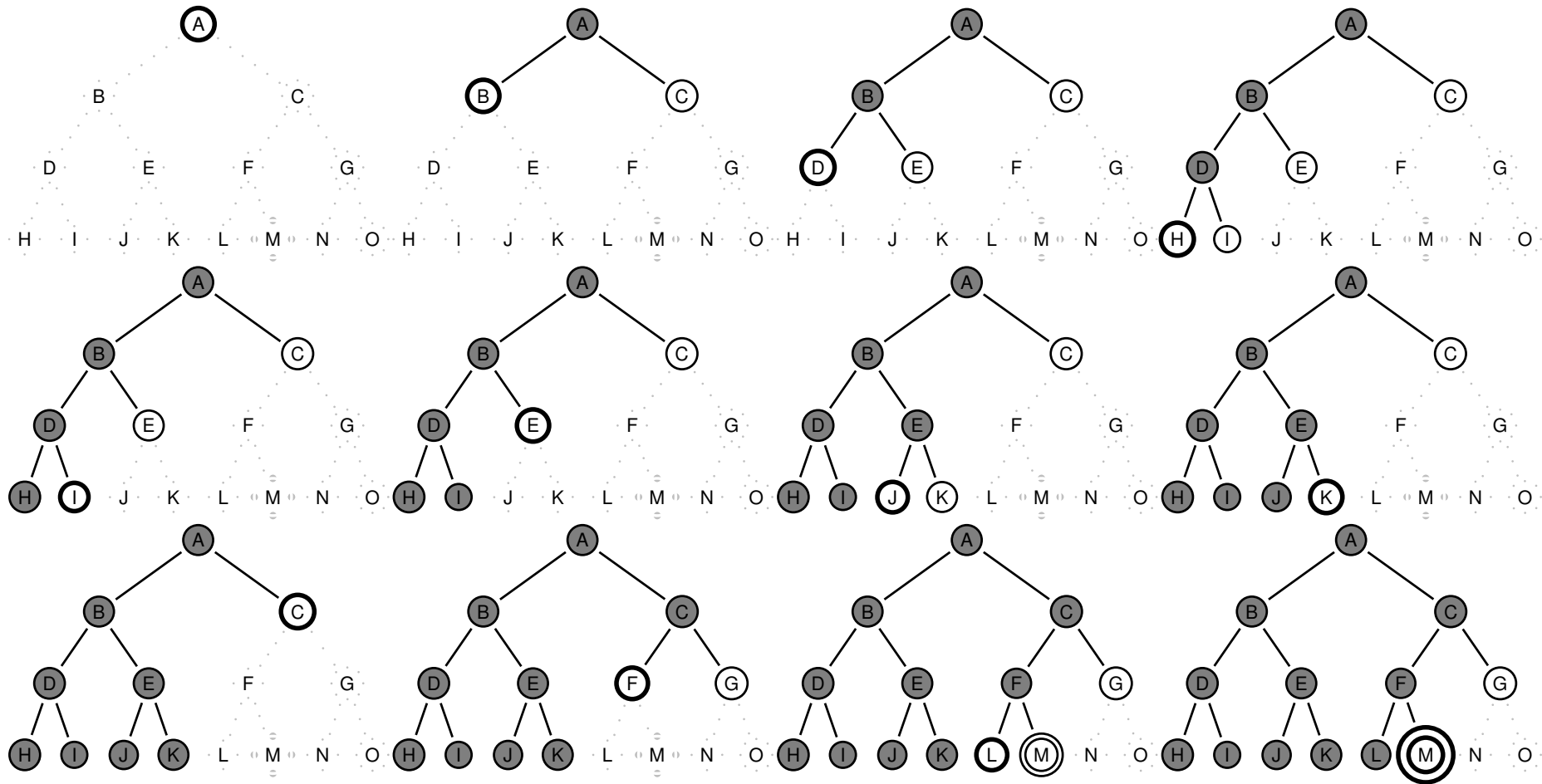
limit=2



PROHLEDÁVÁNÍ S POSTUPNÝM PROHLUBOVÁNÍM

prohledávání do hloubky s postupně se zvyšujícím limitem (Iterative deepening DFS, IDS)

limit=3



PROHLEDÁVÁNÍ S POSTUPNÝM PROHLUBOVÁNÍM – VLASTNOSTI

<i>úplnost</i>	je úplný (pro konečné b)
<i>optimálnost</i>	je optimální (pro $g(n)$ rovnoměrně neklesající funkce hloubky)
<i>časová složitost</i>	$d(b) + (d - 1)b^2 + \dots + 1(b^d) = O(b^d)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bd)$

PROHLEDÁVÁNÍ S POSTUPNÝM PROHLUBOVÁNÍM – VLASTNOSTI

<i>úplnost</i>	je úplný (pro konečné b)
<i>optimálnost</i>	je optimální (pro $g(n)$ rovnoměrně neklesající funkce hloubky)
<i>časová složitost</i>	$d(b) + (d - 1)b^2 + \dots + 1(b^d) = O(b^d)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bd)$

→ kombinuje výhody BFS a DFS:

- nízké paměťové nároky – lineární
- optimálnost, úplnost

PROHLEDÁVÁNÍ S POSTUPNÝM PROHLUBOVÁNÍM – VLASTNOSTI

<i>úplnost</i>	je úplný (pro konečné b)
<i>optimálnost</i>	je optimální (pro $g(n)$ rovnoměrně neklesající funkce hloubky)
<i>časová složitost</i>	$d(b) + (d - 1)b^2 + \dots + 1(b^d) = O(b^d)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bd)$

→ kombinuje výhody BFS a DFS:

- nízké paměťové nároky – lineární
- optimálnost, úplnost

→ zdánlivé plýtvání opakovaným generováním

ALE generuje o jednu úroveň míň, např. pro $b = 10, d = 5$:

$$N(\text{IDS}) = 50 + 400 + 3\,000 + 20\,000 + 100\,000 = 123\,450$$

$$N(\text{BFS}) = 10 + 100 + 1\,000 + 10\,000 + 100\,000 + 999\,990 = 1\,111\,100$$

PROHLEDÁVÁNÍ S POSTUPNÝM PROHLUBOVÁNÍM – VLASTNOSTI

<i>úplnost</i>	je úplný (pro konečné b)
<i>optimálnost</i>	je optimální (pro $g(n)$ rovnoměrně neklesající funkce hloubky)
<i>časová složitost</i>	$d(b) + (d - 1)b^2 + \dots + 1(b^d) = O(b^d)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bd)$

→ kombinuje výhody BFS a DFS:

- nízké paměťové nároky – lineární
- optimálnost, úplnost

→ zdánlivé plýtvání opakovaným generováním

ALE generuje o jednu úroveň míň, např. pro $b = 10, d = 5$:

$$N(\text{IDS}) = 50 + 400 + 3\,000 + 20\,000 + 100\,000 = 123\,450$$

$$N(\text{BFS}) = 10 + 100 + 1\,000 + 10\,000 + 100\,000 + 999\,990 = 1\,111\,100$$

IDS je **nejvhodnější** neinformovaná strategie pro **velké prostory** a **neznámou hloubku** řešení.

SHRnutí VLASTNOSTÍ ALGORITMŮ NEINFORMOVANÉHO PROHLEDÁVÁNÍ

<i>Vlastnost</i>	<i>do hloubky</i>	<i>do hloubky s limitem</i>	<i>do šířky</i>	<i>podle ceny</i>	<i>s postupným prohlubováním</i>
<i>úplnost</i>	ne	ano, pro $l \geq d$	ano*	ano*	ano*
<i>optimálnost</i>	ne	ne	ano*	ano*	ano*
<i>časová složitost</i>	$O(b^m)$	$O(b^\ell)$	$O(b^{d+1})$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(b^d)$
<i>prostorová složitost</i>	$O(bm)$	$O(b\ell)$	$O(b^{d+1})$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(bd)$