

Operace na datových strukturách

Aleš Horák

E-mail: hales@fi.muni.cz

<http://nlp.fi.muni.cz/uui/>

Obsah:

- Práce se seznamy
- Binární stromy
- Reprezentace grafů

OPERACE NA DATOVÝCH STRUKTURÁCH

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor ./2; prázdný seznam []
- .(Hlava,Tělo), alternativně [Hlava|Tělo], Hlava je (typu) prvek seznamu, Tělo je (typu) seznam
.([a,[]]) [a] [a|[]]

OPERACE NA DATOVÝCH STRUKTURÁCH

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor ./2; prázdný seznam []
- .(Hlava,Tělo), alternativně [Hlava|Tělo], Hlava je (typu) prvek seznamu, Tělo je (typu) seznam

.(a,[])

[a]

[a|[]]

.(a,.(b,.(c,[])))

[a,b,c]

[a,b|[c]], [a|[b,c]], [a,b,c|[]],

[a|[b,c|[]]], [a|[b|[c|[]]]]

OPERACE NA DATOVÝCH STRUKTURÁCH

Seznam:

- rekurzivní datová struktura
- uspořádaná posloupnost prvků (libovolných termů včetně seznamů)
- operátor ./2; prázdný seznam []
- .(Hlava,Tělo), alternativně [Hlava|Tělo], Hlava je (typu) prvek seznamu, Tělo je (typu) seznam

.(a,[])	[a]	[a []]
.(a,.(b,.(c,[])))	[a,b,c]	[a,b [c]], [a [b,c]], [a,b,c []], [a [b,c []]], [a [b [c []]]]
...	[a1,[[b3,c3],d2,e2],f1]	...

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
X=a  
Yes
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
X=a  
Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
X=a  
Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
X=a  
Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
No  
?- member(a,[a,b,a]),write(ok),nl,fail.  
ok  
ok  
No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
    X=a  
    Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).          ?- member(a,[a,b,a]),write(ok),nl,fail .  
    No                           ok  
                                ok  
                                No
```

3.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[Y|T]) :- X \== Y, member(X,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – member

member(+Prvek,+Seznam) – true, pokud v seznamu existuje zadaný prvek

1.

```
member(X,[X|_]).  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).  
    X=a  
    Yes
```

2.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[_|T]) :- member(X,T).  
?- member(a,[X,b,c]).          ?- member(a,[a,b,a]),write(ok),nl,fail .  
    No                           ok  
                                ok  
                                No
```

3.

```
member(X,[Y|_]) :- X == Y.  
member(X,[Y|T]) :- X \== Y, member(X,T).  
?- member(a,[a,b,a]),write(ok),nl,fail .  
    ok  
    No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(A,L,Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(A,L,Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(A,L,Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(A,L,Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

```
del(_ ,[],[]).  
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).  
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).
```

```
del1(A,[A|T],T).  
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(A,L,Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(A,L,Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

```
del(_,[],[]).
```

```
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).
```

```
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).
```

```
?- del (1,[1,2,1,1,2,3,1,1], L).
```

```
L = [2, 2, 3]
```

```
Yes
```

```
del1(A,[A|T],T).
```

```
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(A,L,Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(A,L,Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

```
del(_,[],[]).
```

```
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).
```

```
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).
```

```
del1(A,[A|T],T).
```

```
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).
```

```
?– del (1,[1,2,1,1,2,3,1,1], L).
```

```
L = [2, 2, 3]
```

```
Yes
```

```
?– del1 (1,[1,2,1], L).
```

```
L = [2, 1] ;
```

```
L = [1, 2] ;
```

```
No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(A,L,Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(A,L,Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

<code>del(_ ,[],[]).</code>	<code>?– del (1,[1,2,1,1,2,3,1,1], L).</code>
<code>del(A,[A T],V) :- del(A,T,V).</code>	<code>L = [2, 2, 3]</code>
<code>del(A,[H T1],[H T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).</code>	<code>Yes</code>
<code>del1(A,[A T],T).</code>	<code>?– del1 (1,[1,2,1], L).</code>
<code>del1(A,[H T1],[H T2]) :- del1(A,T1,T2).</code>	<code>L = [2, 1] ; L = [1, 2] ; No</code>

insert(A,L,Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**
jednoduchý **insert1(A,L,Vysl)** vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(A,L,Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(A,L,Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

```
del(_,[],[]).  
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).  
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A \= H, del(A,T1,T2).  
  
del1(A,[A|T],T).  
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).
```

```
?– del (1,[1,2,1,1,2,3,1,1], L).  
L = [2, 2, 3]  
Yes  
?– del1 (1,[1,2,1], L).  
L = [2, 1] ;  
L = [1, 2] ;  
No
```

insert(A,L,Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**
jednoduchý **insert1(A,L,Vysl)** vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

```
insert (A,L,[A|L ]).  
insert (A,[H|T1],[H|T2]):- insert (A,T1,T2).  
  
insert1 (X,List ,[ X|List ]).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – del A insert

predikát **del(A,L,Vysl)** smaže všechny výskyty prvku **A** ze seznamu **L**

del1(A,L,Vysl) smaže vždy jeden (podle pořadí) výskyt prvku **A** v seznamu **L**

```

del(_,[],[]).
del(A,[A|T],V) :- del(A,T,V).
del(A,[H|T1],[H|T2]) :- A\=H, del(A,T1,T2).

del1(A,[A|T],T).
del1(A,[H|T1],[H|T2]) :- del1(A,T1,T2).
```

```

?– del (1,[1,2,1,1,2,3,1,1], L).
L = [2, 2, 3]
Yes
?– del1 (1,[1,2,1], L).
L = [2, 1] ;
L = [1, 2] ;
No
```

insert(A,L,Vysl) vkládá postupně (při žádosti o další řešení) na všechny pozice seznamu **L** prvek **A**
jednoduchý **insert1(A,L,Vysl)** vloží **A** na začátek seznamu **L** (ve výsledku **Vysl**)

```

insert (A,L,[A|L ]).
insert (A,[H|T1],[H|T2]):- insert(A,T1,T2).

insert1 (X,List ,[ X|List ]).
```

```

?– insert (4,[2,3,1], L).
L = [4, 2, 3, 1] ;
L = [2, 4, 3, 1] ;
L = [2, 3, 4, 1] ;
L = [2, 3, 1, 4] ;
No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí `insert`

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí `insert`

```
perm1 ([] ,[] ).  
perm1 ([H|T] ,L) :- perm1 (T,V) , insert (H,V,L).
```

```
?- perm1 ([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí `insert`

```
perm1 ([] ,[] ).  
perm1 ([H|T] ,L) :- perm1 (T,V) , insert (H,V,L).
```

```
?- perm1 ([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí `del1`

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí `insert`

```
perm1 ([][]).  
perm1([H|T],L) :- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí `del1`

```
perm2 ([][]).  
perm2(L,[X|P]) :- del1(X,L,L1),perm2(L1,P).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí **insert**

```
perm1 ([][]).  
perm1([H|T],L) :- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí **del1**

```
perm2 ([][]).  
perm2(L,[X|P]) :- del1(X,L,L1),perm2(L1,P).
```

3. pomocí **append**

PRÁCE SE SEZNAMY – PERMUTACE

1. pomocí **insert**

```
perm1 ([][]).  
perm1([H|T],L) :- perm1(T,V), insert(H,V,L).
```

```
?- perm1([1,2,3],L).  
L = [1, 2, 3] ;  
L = [1, 3, 2] ;  
L = [2, 1, 3] ;  
L = [2, 3, 1] ;  
L = [3, 1, 2] ;  
L = [3, 2, 1] ;  
No
```

2. pomocí **del1**

```
perm2 ([][]).  
perm2(L,[X|P]) :- del1(X,L,L1), perm2(L1,P).
```

3. pomocí **append**

```
perm3 ([][]).  
perm3(L,[H|T]) :- append(A,[H|B],L), append(A,B,L1), perm3(L1,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?- append([a,b],[c,d],L).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?- append([a,b],[c,d],L).  
L = [ a , b , c , d ]  
Yes
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

L = [a , b , c , d]

Yes

```
?– append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

L = [a , b , c , d]

Yes

```
?– append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

X = [a , b]

Yes

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

L = [a , b , c , d]

Yes

```
?– append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

X = [a , b]

Yes

```
?– append(X,Y,[a,b,c]).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

L = [a , b , c , d]

Yes

```
?– append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

X = [a , b]

Yes

```
?– append(X,Y,[a,b,c]).
```

X = [] Y = [a , b , c];

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

L = [a , b , c , d]

Yes

```
?– append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

X = [a , b]

Yes

```
?– append(X,Y,[a,b,c]).
```

X = [] Y = [a , b , c];

X = [a] Y = [b , c];

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

L = [a , b , c , d]

Yes

```
?– append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

X = [a , b]

Yes

```
?– append(X,Y,[a,b,c]).
```

X = [] Y = [a , b , c];

X = [a] Y = [b , c];

X = [a , b] Y = [c];

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

L = [a , b , c , d]

Yes

```
?– append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

X = [a , b]

Yes

```
?– append(X,Y,[a,b,c]).
```

X = [] Y = [a , b , c] ;

X = [a] Y = [b , c] ;

X = [a , b] Y = [c] ;

X = [a , b , c] Y = [] ;

PRÁCE SE SEZNAMY – append

append(?Seznam1,?Seznam2,?Seznam) – Seznam je spojení seznamů **Seznam1** a **Seznam2**

```
append([],L,L).
```

```
append([H|T1],L2,[H|T]) :- append(T1,L2,T).
```

predikát **append** je vícesměrný:

```
?– append([a,b],[c,d],L).
```

L = [a , b , c , d]

Yes

```
?– append(X,[c,d],[a,b,c,d]).
```

X = [a , b]

Yes

```
?– append(X,Y,[a,b,c]).
```

X = [] Y = [a , b , c];

X = [a] Y = [b , c];

X = [a , b] Y = [c];

X = [a , b , c] Y = [] ;

No

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ append

predikát **append** je všeobecně použitelný:

```
member(X,Ys)      :-  
last (X,Xs)        :-  
prefix (Xs,Ys)     :-  
suffix (Xs,Ys)     :-  
sublist (Xs,AsXsBs) :-  
adjacent(X,Y,Zs)   :-
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ append

predikát **append** je všeobecně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append([X|Xs],Ys).
last(X,Xs)         :-
prefix(Xs,Ys)       :-
suffix(Xs,Ys)       :-
sublist(Xs,AsXsBs)  :-
adjacent(X,Y,Zs)    :-
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ append

predikát **append** je všeobecně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append([X|Xs],Ys).
last(X,Xs)         :- append(As,[X],Xs).
prefix(Xs,Ys)       :-
suffix(Xs,Ys)       :-
sublist(Xs,AsXsBs)  :-
adjacent(X,Y,Zs)    :-
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ append

predikát **append** je všeobecně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).
last (X,Xs)        :- append(As,[X],Xs).
prefix (Xs,Ys)     :- append(Xs,As,Ys).
suffix (Xs,Ys)     :-
sublist (Xs,AsXsBs) :-
adjacent(X,Y,Zs)   :-
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ append

predikát **append** je všeobecně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).
last (X,Xs)        :- append(As,[X],Xs).
prefix (Xs,Ys)     :- append(Xs,As,Ys).
suffix (Xs,Ys)     :- append(As,Xs,Ys).
sublist (Xs,AsXsBs) :- ...
adjacent(X,Y,Zs)   :- ...
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ append

predikát **append** je všeobecně použitelný:

```
member(X,Ys)      :- append(As,[X|Xs],Ys).
last (X,Xs)        :- append(As,[X],Xs).
prefix (Xs,Ys)     :- append(Xs,As,Ys).
suffix (Xs,Ys)     :- append(As,Xs,Ys).
sublist (Xs,AsXsBs) :- append(AsXs,Bs,AsXsBs), append(As,Xs,AsXs).
adjacent(X,Y,Zs)   :-
```

PRÁCE SE SEZNAMY – VYUŽITÍ append

predikát **append** je všeobecně použitelný:

member(X,Ys)	<code>:- append(As,[X Xs],Ys).</code>
last(X,Xs)	<code>:- append(As,[X],Xs).</code>
prefix(Xs,Ys)	<code>:- append(Xs,As,Ys).</code>
suffix(Xs,Ys)	<code>:- append(As,Xs,Ys).</code>
sublist(Xs,AsXsBs)	<code>:- append(AsXs,Bs,AsXsBs), append(As,Xs,AsXs).</code>
adjacent(X,Y,Zs)	<code>:- append(As,[X,Y Ys],Zs).</code>

PRÁCE SE SEZNAMY – EFEKTIVITA **append**

Efektivní řešení predikátu **append** – rozdílové seznamy (difference lists)

Rozdílový seznam se zapisuje jako **Seznam1-Seznam2**.

Např.: **[a,b,c] ... [a,b,c] - []** nebo **[a,b,c,d] - [d]** nebo **[a,b,c,d,e] - [d,e]**, obecně **[a,b,c|X] - X**
 $[] \dots A - A$
 $[a] \dots [a|A] - A$

Seznam2 jako volná proměnná slouží jako “ukazatel” na konec seznamu **Seznam1**

PRÁCE SE SEZNAMY – EFEKTIVITA **append**

Efektivní řešení predikátu **append** – rozdílové seznamy (difference lists)

Rozdílový seznam se zapisuje jako **Seznam1-Seznam2**.

Např.: **[a,b,c]** ... **[a,b,c]** - **[]** nebo **[a,b,c,d]** - **[d]** nebo **[a,b,c,d,e]** - **[d,e]**, obecně **[a,b,c|X]** - **X**
[] ... **A-A**
[a] ... **[a|A]-A**

Seznam2 jako volná proměnná slouží jako “ukazatel” na konec seznamu **Seznam1**

predikát **append** s rozdílovými seznamy (**append_dl**):

```
append_dl(A-B,B-C,A-C).
```

PRÁCE SE SEZNAMY – EFEKTIVITA append

Efektivní řešení predikátu **append** – rozdílové seznamy (difference lists)

Rozdílový seznam se zapisuje jako **Seznam1-Seznam2**.

Např.: **[a,b,c]** ... **[a,b,c]** - **[]** nebo **[a,b,c,d]** - **[d]** nebo **[a,b,c,d,e]** - **[d,e]**, obecně **[a,b,c|X]** - **X**
[] ... **A-A**
[a] ... **[a|A]-A**

Seznam2 jako volná proměnná slouží jako “ukazatel” na konec seznamu **Seznam1**

predikát **append** s rozdílovými seznamy (**append_dl**):

append_dl(A-B,B-C,A-C).

?– append_dl([a,b|X]-X,[c,d|Y]-Y,Z).

X = [c , d|Y]

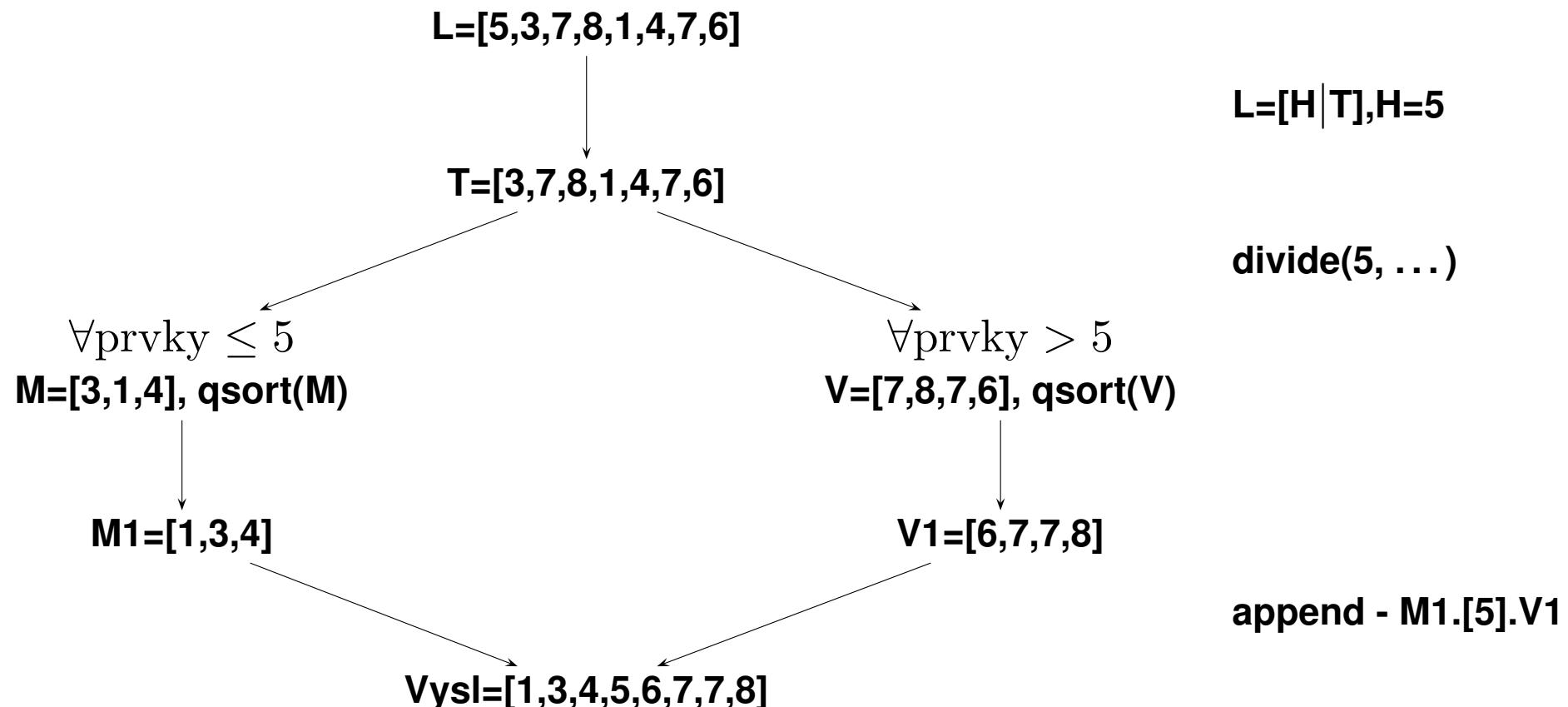
Y = Y

Z = [a , b , c , d|Y] – Y

Yes

TŘÍDĚNÍ SEZNAMŮ — quicksort

predikát **qsort(L,Vysl)** – třídí seznam **L** technikou **rozděl a panuj**



TŘÍDĚNÍ SEZNAMŮ — quicksort

predikát **qsort(L,Vysl)** – třídí seznam **L** technikou **rozděl a panuj**

```
qsort([],[]).  
qsort([H],[H]).  
qsort([H|T],L) :- divide(H,T,M,V),  
                 qsort(M,M1), qsort(V,V1),  
                 append(M1,[H|V1],L).
```

```
divide(_,[],[],[]).  
divide(H,[K|T],[K|M],V) :- K=<H, !, divide(H,T,M,V).  
divide(H,[K|T],M,[K|V]) :- K>H, divide(H,T,M,V).
```

TŘÍDĚNÍ SEZNAMŮ — quicksort II

predikát **qsort_dl(L,Vysl)** – efektivnější varianta predikátu **qsort** s rozdílovými seznamy

```
qsort(L,S):- qsort_dl(L,S-[]).
```

```
qsort_dl([], A-A).
```

```
qsort_dl([H|T],A-B):- divide(H,T,L1,L2),
    qsort_dl(L2,A1-B),
    qsort_dl(L1,A-[H|A1]).
```

```
divide(_,[],[],[]):- !.
```

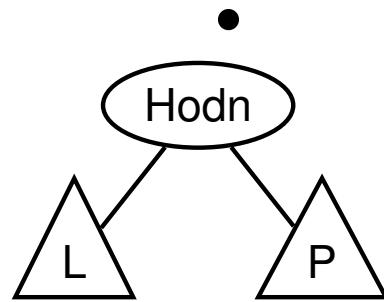
```
divide(H,[K|T],[K|M],V):- K=<H, !, divide(H,T,M,V).
```

```
divide(H,[K|T],M,[K|V]) :- K>H, divide(H,T,M,V).
```

USPOŘÁDANÉ BINÁRNÍ STROMY

Reprezentace binárního stromu:

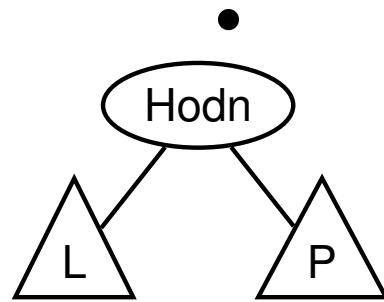
- nil – prázdný strom
- $t(L, Hodn, P)$ – strom



USPOŘÁDANÉ BINÁRNÍ STROMY

Reprezentace binárního stromu:

- nil – prázdný strom
- $t(L, Hodn, P)$ – strom



Příklady stromů:

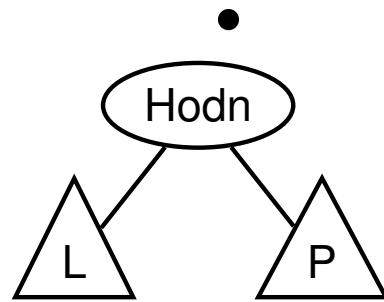
$t(nil, 8, nil)$

(8)

USPOŘÁDANÉ BINÁRNÍ STROMY

Reprezentace binárního stromu:

- nil – prázdný strom
- $t(L, Hodn, P)$ – strom

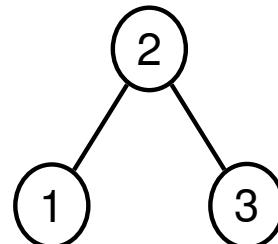


Příklady stromů:

$t(\text{nil}, 8, \text{nil})$



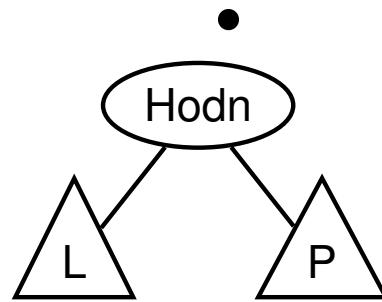
$t(t(\text{nil}, 1, \text{nil}), 2, t(\text{nil}, 3, \text{nil}))$



USPOŘÁDANÉ BINÁRNÍ STROMY

Reprezentace binárního stromu:

- nil – prázdný strom
- $t(L, Hodn, P)$ – strom

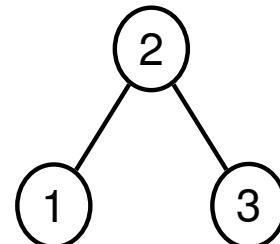


Příklady stromů:

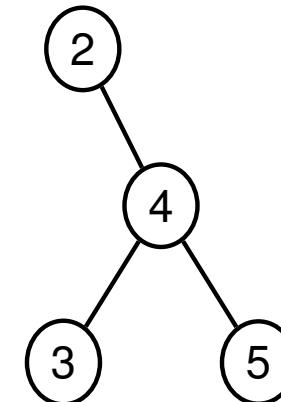
$t(\text{nil}, 8, \text{nil})$



$t(t(\text{nil}, 1, \text{nil}), 2, t(\text{nil}, 3, \text{nil}))$



$t(\text{nil}, 2, t(t(\text{nil}, 3, \text{nil}), 4, t(\text{nil}, 5, \text{nil})))$



PŘIDÁVÁNÍ DO BINÁRNÍHO STROMU

addleaf(T,X,Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

```
addleaf(nil ,X,t( nil ,X, nil )).
addleaf(t( Left ,X,Right),X,t( Left ,X,Right)).
addleaf(t( Left ,Root,Right),X,t( Left1 ,Root,Right)) :- Root>X,addleaf(Left,X,Left1).
addleaf(t( Left ,Root,Right),X,t( Left ,Root,Right1)) :- Root<X,addleaf(Right,X,Right1).
```

PŘIDÁVÁNÍ DO BINÁRNÍHO STROMU

addleaf(T,X,Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

```
addleaf(nil ,X,t( nil ,X, nil )).
addleaf(t( Left ,X,Right),X,t( Left ,X,Right)).
addleaf(t( Left ,Root,Right),X,t( Left1 ,Root,Right)) :- Root>X,addleaf(Left,X,Left1).
addleaf(t( Left ,Root,Right),X,t( Left ,Root,Right1)) :- Root<X,addleaf(Right,X,Right1).

?- addleaf(nil,6,T),addleaf(T,8,T1), addleaf(T1,2,T2), addleaf(T2,4,T3), addleaf(T3,1,T4).
```

PŘIDÁVÁNÍ DO BINÁRNÍHO STROMU

addleaf(T,X,Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

```
addleaf(nil ,X,t( nil ,X, nil )).
addleaf(t( Left ,X,Right),X,t( Left ,X,Right)).
addleaf(t( Left ,Root,Right),X,t( Left1 ,Root,Right)) :- Root>X,addleaf(Left,X,Left1).
addleaf(t( Left ,Root,Right),X,t( Left ,Root,Right1)) :- Root<X,addleaf(Right,X,Right1).
```

```
?– addleaf(nil,6,T),addleaf(T,8,T1), addleaf(T1,2,T2), addleaf(T2,4,T3), addleaf(T3,1,T4).
?- addleaf(t(t(t( nil ,1, nil ),2, t(t( nil ,3, nil ),4, t( nil ,5, nil ))),
6,t(t( nil ,7, nil ),8, t( nil ,9, nil ))), 10, T).
```

PŘIDÁVÁNÍ DO BINÁRNÍHO STROMU

addleaf(T,X,Vysl) přidá do binárního stromu **T** hodnotu **X** na správnou pozici vzhledem k setřídění stromu

```
addleaf(nil ,X,t( nil ,X, nil )).
addleaf(t( Left ,X,Right),X,t( Left ,X,Right)).
addleaf(t( Left ,Root,Right),X,t( Left1 ,Root,Right)) :- Root>X,addleaf(Left,X,Left1).
addleaf(t( Left ,Root,Right),X,t( Left ,Root,Right1)) :- Root<X,addleaf(Right,X,Right1).

?- addleaf(nil,6,T), addleaf(T,8,T1), addleaf(T1,2,T2), addleaf(T2,4,T3), addleaf(T3,1,T4).
?- addleaf(t(t(t( nil ,1, nil ),2, t(t( nil ,3, nil ),4, t( nil ,5, nil ))),
6,t(t( nil ,7, nil ),8, t( nil ,9, nil ))), 10, T).
```

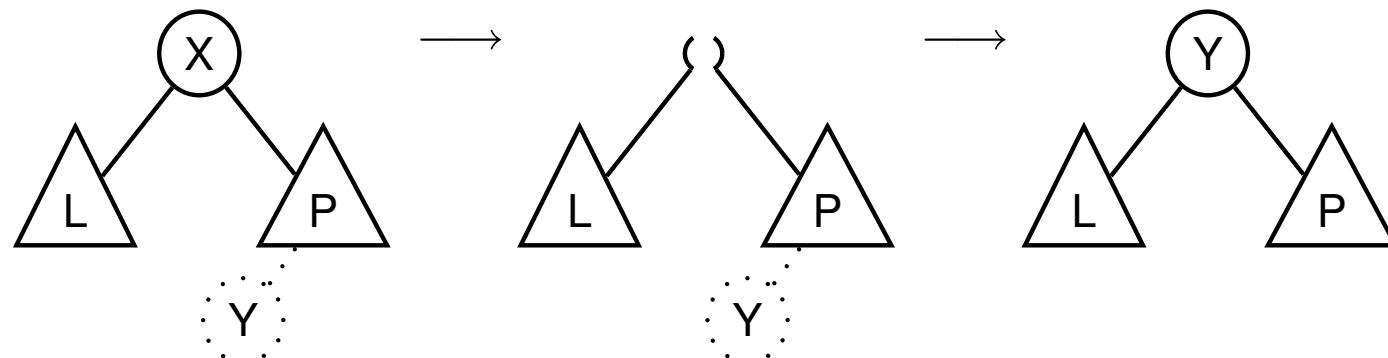
Predikát **addleaf** není vícesměrný ☺ ⇒ nelze definovat:

```
del(T,X,T1) :- addleaf(T1,X,T).
```

ODEBÍRÁNÍ Z BINÁRNÍHO STROMU

- pokud je odebíraná hodnota v **listu** → nahradí se hodnotu **nil**
- jestliže je ale v **kořenu** (pod)stromu → je nutné tento (pod)strom přestavět

Přestavba binárního stromu při odstraňování kořene **X**:



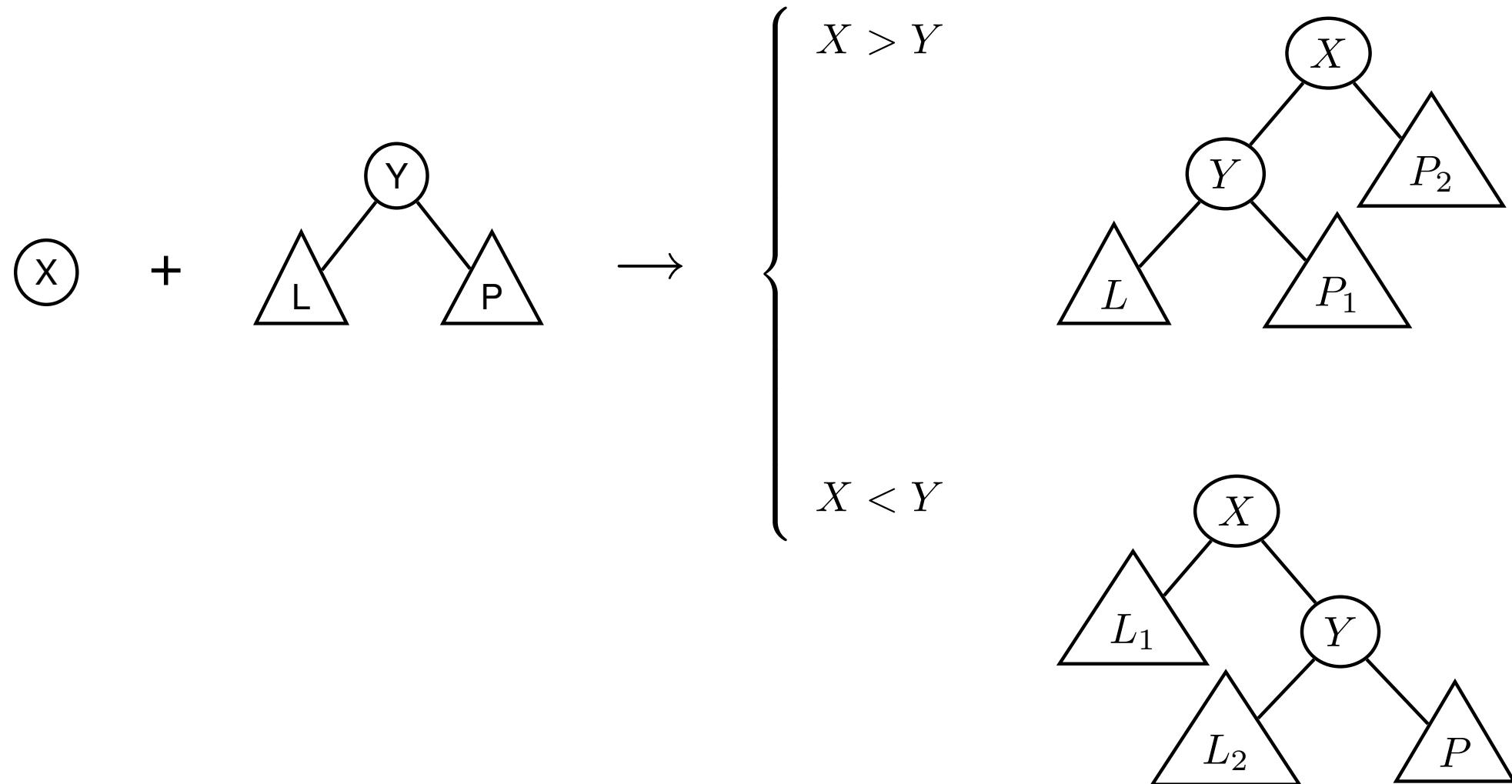
ODEBÍRÁNÍ Z BINÁRNÍHO STROMU

delleaf(T,X,Vysl) odstraní ze stromu **T** uzel s hodnotou **X**

```
delleaf(t(nil ,X,Right),X,Right).  
delleaf(t(Left ,X, nil ),X,Left ).  
delleaf(t(Left ,X,Right),X,t(Left ,Y,Right1 )) :- delmin(Right,Y,Right1 ).  
delleaf(t(Left ,Root,Right),X,t(Left1 ,Root,Right)) :- X<Root,delleaf(Left,X,Left1 ).  
delleaf(t(Left ,Root,Right),X,t(Left ,Root,Right1 )) :- X>Root,delleaf(Right,X,Right1 ).  
  
delmin(t( nil ,Y,R),Y,R).  
delmin(t(Left ,Root,Right),Y,t(Left1 ,Root,Right)) :- delmin(Left,Y,Left1 ).
```

VÍCESMĚRNÝ ALGORITMUS PRO VKLÁDÁNÍ/ODEBÍRÁNÍ

Jiný způsob vkládání:



VÍCESMĚRNÝ ALGORITMUS PRO VKLÁDÁNÍ/ODEBÍRÁNÍ

add(T,X,Vysl) přidá do binárního stromu **T** uzel s hodnotou **X** jako kořen s přeuspořádáním stromu

```
add(T,X,T1) :- addroot(T,X,T1).
add(t(L,Y,R),X,t(L1,Y,R)) :- gt(Y,X),add(L,X,L1).
add(t(L,Y,R),X,t(L,Y,R1)) :- gt(X,Y),add(R,X,R1).
addroot(nil ,X,t( nil ,X, nil )).
addroot(t(L,X,R),X,t(L,X,R)).
addroot(t(L,Y,R),X,t(L1,X,t(L2,Y,R))) :- gt(Y,X),addroot(L,X,t(L1,X,L2)).
addroot(t(L,Y,R),X,t(t(L,Y,R1),X,R2)) :- gt(X,Y),addroot(R,X,t(R1,X,R2)).
```

Definice predikátu **gt(X,Y)** – na konečném uživateli.

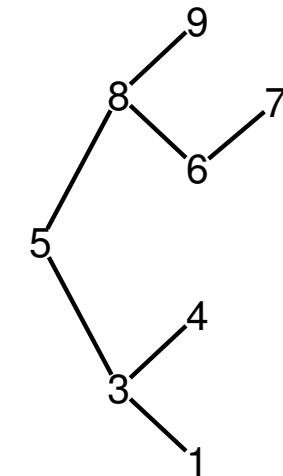
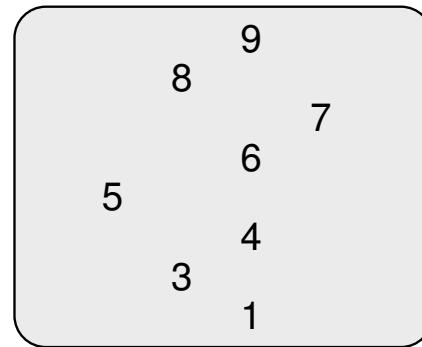
Funguje i “obráceně” \Rightarrow lze definovat:

```
del(T,X,T1) :- add(T1,X,T).
```

VÝPIS BINÁRNÍHO STROMU

pomocí odsazení zobrazujeme úroveň uzlu ve stromu a celkové uspořádání uzelů (strom je tedy zobrazen "naležato")

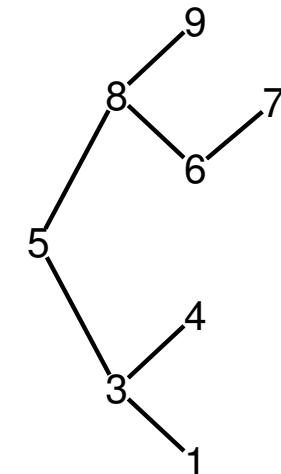
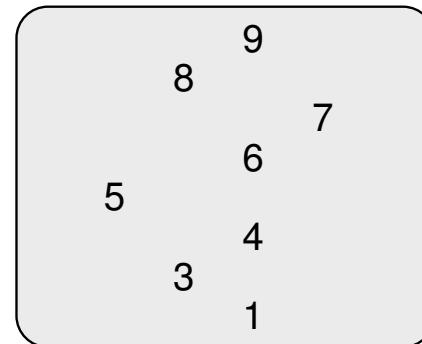
```
t(  
    t(  
        t( nil ,1, nil ),  
        3,  
        t( nil ,4, nil )),  
    5,  
    t(  
        t( nil ,6,  
            t( nil ,7, nil )),  
        8,  
        t( nil ,9, nil )))
```



VÝPIS BINÁRNÍHO STROMU

pomocí odsazení zobrazujeme úroveň uzlu ve stromu a celkové uspořádání uzelů (strom je tedy zobrazen "naležato")

```
t(  
    t(  
        t( nil ,1, nil ),  
        3,  
        t( nil ,4, nil )),  
    5,  
    t(  
        t( nil ,6,  
            t( nil ,7, nil )),  
        8,  
        t( nil ,9, nil )))
```



show(T) vypíše obsah uzelů stromu **T** se správným odsazením

```
show(T) :- show2(T,0).  
show2(nil,_).  
show2(t(L,X,R),Indent) :- Ind2 is Indent+2, show2(R,Ind2), tab(Indent),  
    write(X), nl, show2(L,Ind2).
```

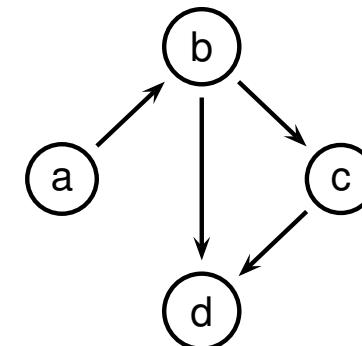
REPREZENTACE GRAFŮ

Příklady způsobů reprezentace grafů (v Prologu):

① predikát **graph(V,E)**, kde **V** je seznam vrcholů grafu a **E** je seznam hran grafu.

Každá hrana je tvaru **e(V1,V2)**, kde **V1** a **V2** jsou vrcholy grafu.

```
graph([a,b,c,d ],[ e(a,b),e(b,d),e(b,c),e(c,d )]).
```

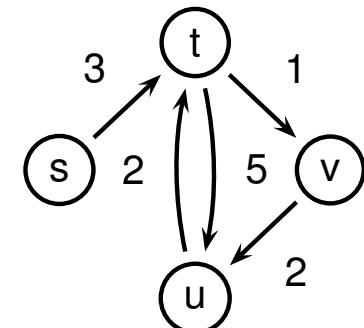


znázorňuje orientovaný graf

- ② **digraph(V,E)** definuje uspořádanou dvojici seznamů vrcholů (**V**) a hran (**E**).

Hrany jsou tvaru **a(PocatecniV,KoncovyV,CenaHrany)**.

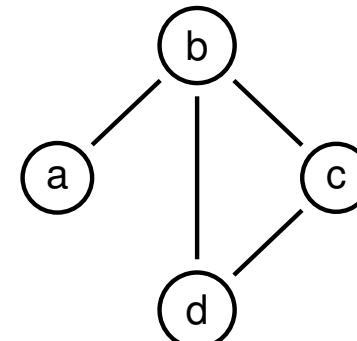
```
digraph([s,t,u,v],[ a(s,t,3), a(t,v,1), a(t,u,5), a(u,t,2), a(v,u,2)]).
```



znázorňuje **orientovaný ohodnocený graf**

- ③ graf může být uložen v programové databázi jako posloupnost faktů (i pravidel).

```
e(g3,a,b).  
e(g3,b,c).  
e(g3,b,d).  
e(g3,c,d).  
e(X,A,B) :- e(X,B,A).
```



díky přidanému pravidlu představuje **neorientovaný graf** (bez pravidla je orientovaný).

CESTY V GRAFECH

Cesta v neorientovaném grafu:

path(A,Z,G,C) v grafu **G** najde z vrcholu **A** do vrcholu **Z** cestu **C** (**G** je ve tvaru 1).

```
path(A,Z,Graph,Cesta) :- path1(A,[Z],Graph,Cesta).
```

```
path1(A,[A|Cesta1],_,[A|Cesta1].
```

```
path1(A,[Y|Cesta1],Graph,Cesta) :- adjacent(X,Y,Graph),not(member(X,Cesta1)),  
path1(A,[X,Y|Cesta1],Graph,Cesta).
```

```
adjacent(X,Y,graph(Nodes,Edges)) :- member(e(X,Y),Edges);member(e(Y,X),Edges).
```

CESTY V GRAFECH II

Cesta v ohodnoceném neorientovaném grafu:

path(A,Z,Graf,Cesta,Cena) hledá libovolnou cestu z jednoho vrcholu do druhého a její cenu v ohodnoceném neorientovaném grafu.

```
path(A,Z,Graf,Cesta,Cena) :- path1(A,[Z],0,Graf,Cesta,Cena).
```

```
path1(A,[A|Cesta1],Cena1,Graf,[A|Cesta1],Cena1).
```

```
path1(A,[Y|Cesta1],Cena1,Graf,Cesta,Cena) :- adjacent(X,Y,CenaXY,Graf),  
not(member(X,Cesta1)),Cena2 is Cena1+CenaXY,  
path1(A,[X,Y|Cesta1],Cena2,Graf,Cesta,Cena).
```

```
adjacent(X,Y,CenaXY,Graf) :- member(X-Y/CenaXY,Graf);member(Y-X/CenaXY,Graf).
```

Graph je seznam hran ve tvaru **X-Y/CenaXY** (viz **adjacent**).

KOSTRA GRAFU

Kostra grafu je strom, který prochází všechny vrcholy grafu a jehož hrany jsou zároveň hranami grafu.

```
stree(Graph,Tree) :- member(Edge,Graph),spread([Edge],Tree,Graph).
```

```
spread(Tree1,Tree,Graph) :- addedge(Tree1,Tree2,Graph),spread(Tree2,Tree,Graph).
```

```
spread(Tree,Tree,Graph) :- not(addedge(Tree,_,Graph)).
```

```
addedge(Tree,[A-B|Tree],Graph) :- adjacent(A,B,Graph),node(A,Tree),  
not(node(B,Tree)).
```

```
adjacent(A,B,Graph) :- member(A-B,Graph);member(B-A,Graph).
```

```
node(A,Graph) :- adjacent(A,_,Graph).
```

KOSTRA GRAFU

Kostra grafu je strom, který prochází všechny vrcholy grafu a jehož hrany jsou zároveň hranami grafu.

```
stree(Graph,Tree) :- member(Edge,Graph), spread([Edge],Tree,Graph).
```

```
spread(Tree1,Tree,Graph) :- addedge(Tree1,Tree2,Graph), spread(Tree2,Tree,Graph).
```

```
spread(Tree,Tree,Graph) :- not(addedge(Tree,_,Graph)).
```

```
addedge(Tree,[A-B|Tree],Graph) :- adjacent(A,B,Graph), node(A,Tree),  
not(node(B,Tree)).
```

```
adjacent(A,B,Graph) :- member(A-B,Graph); member(B-A,Graph).
```

```
node(A,Graph) :- adjacent(A,_,Graph).
```

```
?- stree([a-b,b-c,b-d,c-d],T).  
S = [b-d, b-c, a-b]  
Yes
```

