

# Algoritmy syntaktické analýzy (pomocí CFG)

Vladimír Kadlec, Aleš Horák

E-mail: [hales@fi.muni.cz](mailto:hales@fi.muni.cz)  
[http://nlp.fi.muni.cz/poc\\_lingv/](http://nlp.fi.muni.cz/poc_lingv/)

Obsah:

- ▶ Základní postupy pro syntaktickou analýzu obecných CFG
- ▶ Algoritmus CKY
- ▶ Tabulkové analyzátor
- ▶ Tomitův zobecněný analyzátor LR
- ▶ Porovnání jednotlivých algoritmů

# Základní postupy pro syntaktickou analýzu obecných bezkontextových gramatik

- ▶ **obecná CFG** – rozsáhlá, (silně) víceznačná, s  $\epsilon$ -pravidly
- ▶ všechny uvedené algoritmy pracují s *polynomiální časovou a prostorovou složitostí*
- ▶ **algoritmus CKY** – Cocke, Kasami, Younger;
- ▶ **tabulková (chart) analýza** (neplést s LR tabulkou):
  - shora dolů (*top-down*);
  - zdola nahoru (*bottom-up*);
  - analýza řízená hlavou pravidla (*head-driven*);
- ▶ Tomitův zobecněný algoritmus LR

# Syntaktická analýza

## ► Vstupy:

- řetězec lexikálních kategorií (preterminálních symbolů)  $a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n$   
např.: ADJ CONJ ADJ N V PREP N ..'
- bezkontextová gramatika  $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$ .

## ► Výstup:

- efektivní reprezentace derivačních stromů.

# Algoritmus CKY

- Gramatika musí být v Chomského normální formě

$$\begin{aligned} \text{CNF: } & A \rightarrow BC \\ & D \rightarrow 'd' \end{aligned}$$

- Převod libovolné CFG do CNF:

- přidáme nový kořen  $S_0$ :  $S_0 \rightarrow S$
- eliminujeme  $\epsilon$ -pravidla:

$$\begin{array}{l} S \rightarrow Ab \mid B \\ A \rightarrow a \mid \epsilon \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} S \rightarrow Ab \mid b \mid B \\ A \rightarrow a \end{array}$$

- eliminujeme jednoduchá pravidla:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow a \mid CD \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} A \rightarrow a \mid CD \\ B \rightarrow a \mid CD \end{array}$$

- rozgenerujeme dlouhá pravidla:

$$A \rightarrow BCD \rightarrow \begin{array}{l} A \rightarrow BA_1 \\ A_1 \rightarrow CD \end{array}$$

# Algoritmus CKY

- ▶ Gramatika musí být v Chomského normální formě.
- ▶ Pro daný vstup délky  $n$  derivujeme podřetězce symbolů délky  $q$  na pozici  $p$ , značíme  $w_{p,q}$ ,  $1 \leq p, q \leq n$ .
- ▶ Derivace řetězců délky 1,  $A \Rightarrow w_{p,1}$ , je prováděno prohledáváním terminálních pravidel.
- ▶ Derivace delších řetězců  $A \Rightarrow^* w_{p,q}$ ,  $q \geq 2$  vyžaduje aby platilo  $A \Rightarrow BC \Rightarrow^* w_{p,q}$ . Tedy z  $B$  derivujeme řetězec délky  $k$ ,  $1 \leq k \leq q$ , a z  $C$  derivujeme zbytek, řetězec délky  $q - k$ . Tzn.  $B \Rightarrow^* w_{p,k}$  a  $C \Rightarrow^* w_{p+k,q-k}$ . Kratší řetězce máme tedy vždy "předpočítané."

# Algoritmus CKY, příklad – zadání

- ▶ vstupní gramatika je:

$$S \rightarrow AA|BB|AX|BY|a|b$$

$$X \rightarrow SA$$

$$Y \rightarrow SB$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

- 
- ▶ vstupní řetězec je  $w = abaaba$ .

# Algoritmus CKY, příklad – řešení (matice V)

a b a a b a

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow AA|BB|AX|BY|a|b \\
 X &\rightarrow SA \\
 Y &\rightarrow SB \\
 A &\rightarrow a \\
 B &\rightarrow b
 \end{aligned}$$

$p$  – pozice,  $q$  – délka

$q \backslash p$	1	2	3	4	5	6
1	$S, A$	$S, B$	$S, A$	$S, A$	$S, B$	$S, A$
2	$Y$	$X$	$S, X$	$Y$	$X$	
3	$S$	$\emptyset$	$Y$	$S$		
4	$X$	$S$	$\emptyset$			
5	$\emptyset$	$X$				
6	$S$					

# Algoritmus CKY pokrač.

```

program CKY Parser;
begin
    for  $p := 1$  to  $n$  do  $V[p, 1] := \{A | A \rightarrow a_p \in P\}$ ;
    for  $q := 2$  to  $n$  do
        for  $p := 1$  to  $n - q + 1$  do
             $V[p, q] = \emptyset$ ;
            for  $k := 1$  to  $q - 1$  do
                 $V[p, q] =$ 
                 $V[p, q] \cup$ 
                 $\cup \{A | A \rightarrow BC \in P, B \in V[p, k], C \in V[p + k, q - k]\}$ ;
        od
    od
end

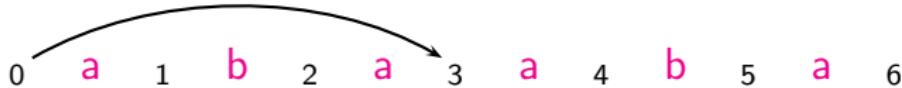
```

složitost CKY je  $O(n^3)$

# Tabulkové (chart) analyzátor

- ▶ Rozlišujeme tři základní typy tabulkových analyzátorů:
  - shora dolů;
  - zdola nahoru;
  - analýza řízená hlavou pravidla.
- ▶ Mnoho dalších variant je popsáno v:  
 Sikkel Klaas: [Parsing Schemata: A Framework for Specification and Analysis of Parsing Algorithm](#), 1997.
- ▶ Neklade se žádné omezení na gramatiku.
- ▶ Analyzátor typu "chart" v sobě většinou obsahují dvě datové struktury **chart** a **agendu**. Chart a agenda obsahují tzv. *hrany*.
- ▶ **Hrana** je trojice  $[A \rightarrow \alpha \bullet \beta, i, j]$ , kde:
  - $i, j$  jsou celá čísla,  $0 \leq i \leq j \leq n$  pro  $n$  slov ve vstupní větě
  - a  $A \rightarrow \alpha\beta$  je pravidlem vstupní gramatiky.

$[A \rightarrow BC \bullet DE, 0, 3]$



# Obecný analyzátor typu “chart”

```
program Chart Parser;  
begin  
    inicialuj (CHART);  
    inicialuj (AGENDA);  
    while (AGENDA není prázdná) do  
        E := vezmi hranu z AGENDA;  
        for each (hrana F, která může být vytvořena pomocí  
            hrany E a nějaké jiné hrany z CHART) do  
            if ((F není v AGENDA) and (F není v CHART) and  
                (F je různá od E))  
                then přidej F do AGENDA;  
            fi;  
        od;  
        přidej E do CHART;  
    od;  
end;
```

# Varianta shora dolů

## Inicializace:

- ▶  $\forall p \in P \mid p = S \rightarrow \alpha$  přidej hranu  $[S \rightarrow \bullet\alpha, 0, 0]$  do agendy.
- ▶ počáteční chart je prázdný.

**Iterace** – vezmi hranu  $E$  z agendy a pak:

- a) (*fundamentální pravidlo*) pokud je  $E$  ve tvaru  $[A \rightarrow \alpha_\bullet, j, k]$ , potom pro každou hranu  $[B \rightarrow \gamma_\bullet A \beta, i, j]$  v chartu vytvoř hranu  $[B \rightarrow \gamma A \bullet\beta, i, k]$ .
- b) (*uzavřené hrany*) pokud je  $E$  ve tvaru  $[B \rightarrow \gamma_\bullet A \beta, i, j]$ , potom pro každou hranu  $[A \rightarrow \alpha_\bullet, j, k]$  v chartu vytvoř hranu  $[B \rightarrow \gamma A \bullet\beta, i, k]$ .
- c) (*terminál na vstupu*) pokud je  $E$  ve tvaru  $[A \rightarrow \alpha_\bullet a_{j+1} \beta, i, j]$ , vytvoř hranu  $[A \rightarrow \alpha a_{j+1} \bullet\beta, i, j+1]$ .
- d) (*predikce*) pokud je  $E$  ve tvaru  $[A \rightarrow \alpha_\bullet B \beta, i, j]$  potom pro každé pravidlo  $B \rightarrow \gamma \in P$ , vytvoř hranu  $[B \rightarrow \bullet\gamma, i, i]$ .

# Příklad – tabulkové analýzy (typu chart)

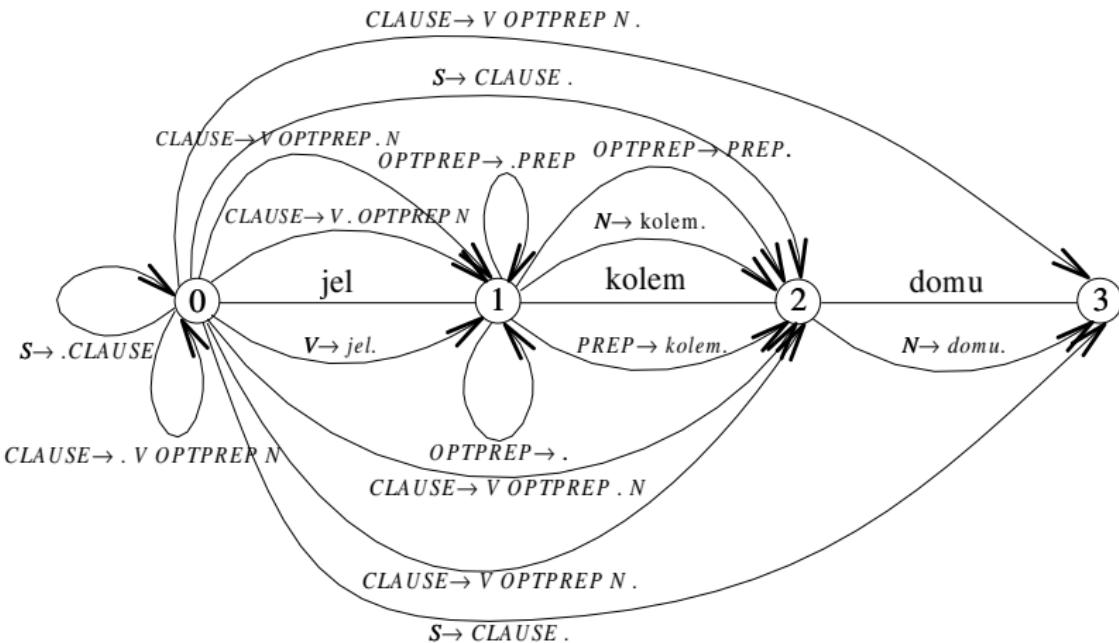
Gramatika:

<i>S</i>	$\rightarrow$	<i>CLAUSE</i>
<i>CLAUSE</i>	$\rightarrow$	<i>V OPTPREP N</i>
<i>OPTPREP</i>	$\rightarrow$	$\epsilon$
<i>OPTPREP</i>	$\rightarrow$	<i>PREP</i>
<i>V</i>	$\rightarrow$	<i>jel</i>
<i>PREP</i>	$\rightarrow$	<i>kolem</i>
<i>N</i>	$\rightarrow$	<i>domu</i>
<i>N</i>	$\rightarrow$	<i>kolem</i>

Věta:

"jel kolem domu" ( $a_1=jel$ ,  $a_2=kolem$ ,  $a_3=domu$ ).

# Příklad – chart po analýze shora dolů



# Varianta zdola nahoru

## Inicializace:

- ▶  $\forall p \in P \mid p = A \rightarrow \epsilon$  přidej hrany  $[A \rightarrow \bullet, 0, 0]$ ,  $[A \rightarrow \bullet, 1, 1]$ , ...,  $[A \rightarrow \bullet, n, n]$  do agendy.
- ▶  $\forall p \in P \mid p = A \rightarrow a; \alpha$  přidej hranu  $[A \rightarrow \bullet a; \alpha, i-1, i-1]$  do agendy.
- ▶ počáteční chart je prázdný.

## Iterace – vezmi hranu $E$ z agendy a pak:

- (fundamentální pravidlo) pokud je  $E$  ve tvaru  $[A \rightarrow \alpha_\bullet, j, k]$ , potom pro každou hranu  $[B \rightarrow \gamma_\bullet A \beta, i, j]$  v chartu vytvoř hranu  $[B \rightarrow \gamma A \bullet \beta, i, k]$ .
- (uzavřené hrany) pokud je  $E$  ve tvaru  $[B \rightarrow \gamma_\bullet A \beta, i, j]$ , potom pro každou hranu  $[A \rightarrow \alpha_\bullet, j, k]$  v chartu vytvoř hranu  $[B \rightarrow \gamma A \bullet \beta, i, k]$ .
- (terminál na vstupu) pokud je  $E$  ve tvaru  $[A \rightarrow \alpha_\bullet a_{j+1} \beta, i, j]$ , potom vytvoř hranu  $[A \rightarrow \alpha a_{j+1} \bullet \beta, i, j+1]$ .
- (predikce) pokud je  $E$  ve tvaru  $[A \rightarrow \alpha_\bullet, i, j]$ , potom pro každé pravidlo  $B \rightarrow A\gamma$  vstupní gramatiky vytvoř hranu  $[B \rightarrow \bullet A\gamma, i, j]$ .

# Analýza řízená hlavou pravidla

- ▶ *head-driven chart parsing*
- ▶ **Hlava pravidla** – libovolný (určený) symbol z pravé strany pravidla.

Například pravidlo  $CLAUSE \rightarrow V \ OPTPREP \ N$  může mít hlavy  $V$ ,  $OPTPREP$ ,  $N$ .

- ▶ Epsilon pravidlo má hlavu  $\epsilon$ .
- ▶ Hrana v analyzátoru řízeném hlavou pravidla – trojice  $[A \rightarrow \alpha \bullet \beta \bullet \gamma, i, j]$ , kde  $i, j$  jsou celá čísla,  $0 \leq i \leq j \leq n$  pro  $n$  slov ve vstupní větě a  $A \rightarrow \alpha \beta \gamma$  je pravidlo vstupní gramatiky a hlava je v  $\beta$ .
- ▶ Algoritmus vlastní analýzy (varianta zdola nahoru) je podobný jednoduchému přístupu. Analýza neprobíhá zleva doprava, ale začíná na hlavě daného pravidla.

# Analyzátor řízený hlavou pravidla

## Inicializace:

- ▶  $\forall p \in P \mid p = A \rightarrow \epsilon$  přidej hrany  $[A \rightarrow \bullet\bullet, 0, 0]$ ,  $[A \rightarrow \bullet\bullet, 1, 1]$ , ...,  $[A \rightarrow \bullet\bullet, n, n]$  do agendy.
- ▶  $\forall p \in P \mid p = A \rightarrow \alpha \underline{a_i} \beta$  ( $a_i$  je hlavou pravidla) přidej hranu  $[A \rightarrow \alpha \bullet a_i \bullet \beta, i-1, i]$  do agendy.
- ▶ počáteční chart je prázdný.

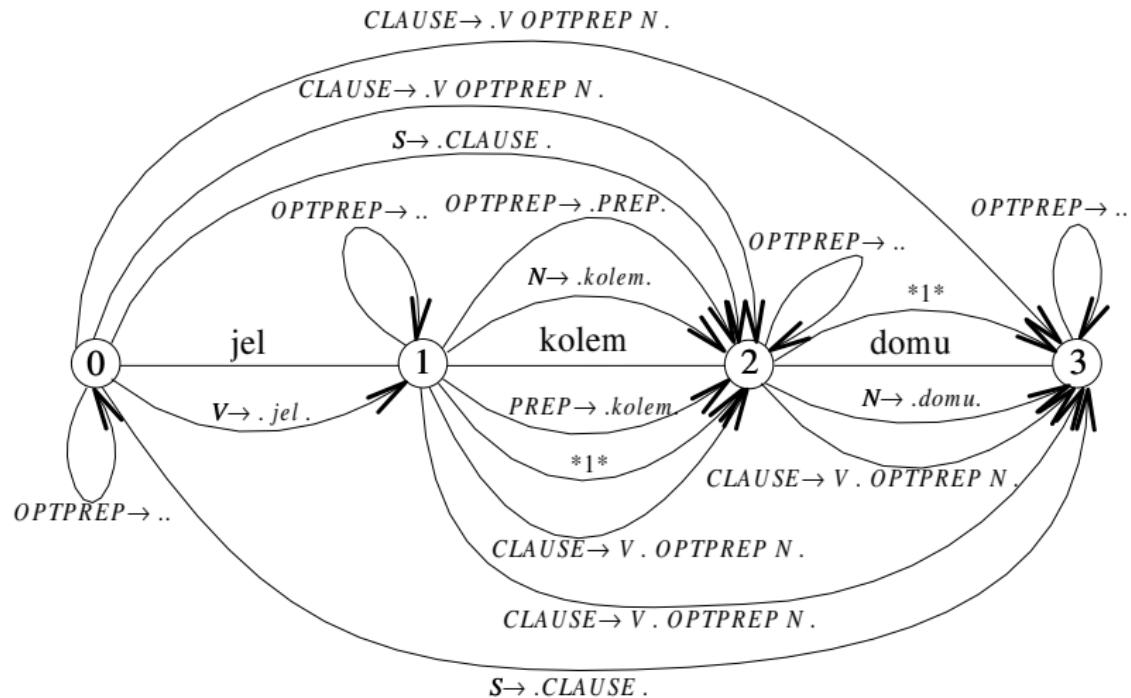
*Je tato inicializace v pořádku?*

# Analyzátor řízený hlavou pravidla pokrač.

**Iterace** – vezmi hranu  $E$  z agendy a pak:

- a<sub>1</sub>) pokud je E ve tvaru  $[A \rightarrow \bullet\alpha_\bullet, j, k]$ , potom pro každou hranu:  $[B \rightarrow \beta_\bullet\gamma_\bullet A\delta, i, j]$  v chartu vytvoř hranu  $[B \rightarrow \beta_\bullet\gamma A_\bullet\delta, i, k]$ .
- a<sub>2</sub>)  $[B \rightarrow \beta A_\bullet\gamma_\bullet\delta, k, l]$  v chartu vytvoř hranu  $[B \rightarrow \beta_\bullet A\gamma_\bullet\delta, j, l]$ .
- b<sub>1</sub>) pokud je E ve tvaru  $[B \rightarrow \beta_\bullet\gamma_\bullet A\delta, i, j]$ , potom pro každou hranu  $[A \rightarrow \bullet\alpha_\bullet, j, k]$  v chartu vytvoř hranu  $[B \rightarrow \beta_\bullet\gamma A_\bullet\delta, i, k]$ .
- b<sub>2</sub>) pokud je E ve tvaru  $[B \rightarrow \beta A_\bullet\gamma_\bullet\delta, k, l]$ , potom pro každou hranu  $[A \rightarrow \bullet\alpha_\bullet, j, k]$  v chartu vytvoř hranu  $[B \rightarrow \beta_\bullet A\gamma_\bullet\delta, j, l]$ .
- c<sub>1</sub>) pokud je E ve tvaru  $[A \rightarrow \beta a_i \gamma_\bullet\delta, i, j]$ , potom vytvoř hranu  $[A \rightarrow \beta_\bullet a_i \gamma_\bullet\delta, i-1, j]$ .
- c<sub>2</sub>) pokud je E ve tvaru  $[A \rightarrow \beta_\bullet\gamma_\bullet a_{j+1}\delta, i, j]$ , potom vytvoř hranu  $[A \rightarrow \beta_\bullet\gamma a_{j+1} \bullet\delta, i, j+1]$ .
- d) pokud je E ve tvaru  $[A \rightarrow \bullet\alpha_\bullet, i, j]$ , potom pro každé pravidlo  $B \rightarrow \beta \underline{A} \gamma$  ve vstupní gramatice vytvoř hranu  $[B \rightarrow \beta_\bullet A_\bullet\gamma, i, j]$  (symbol A je hlavou pravidla).

# Příklad – chart po analýze řízené hlavou pravidla

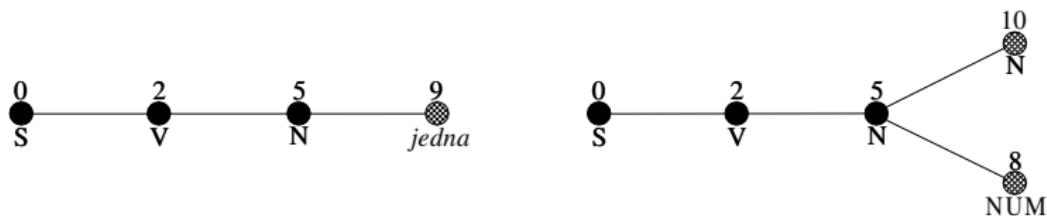


$*1* = CLAUSE \rightarrow V \ OPTPREP \ . \ N.$

# Tomitův zobecněný analyzátor LR

- ▶ *generalized LR parser (GLR)*
- ▶ Masaru Tomita: Efficient parsing for natural language, 1986
- ▶ standardní LR tabulka, která může obsahovat konflikty;
- ▶ zásobník je reprezentován acyklickým orientovaným grafem (*DAG*);
- ▶ derivační stromy jsou uloženy ve sbaleném “lese” stromů.
- ▶ v podstatě stejný, jako algoritmus LR;
- ▶ udržujeme si seznam aktivních uzlů zásobníku (grafu);
- ▶ akce redukce provádíme vždy před akcemi čtení;
- ▶ akci čtení provádíme pro všechny aktivní uzly najednou;
- ▶ kde je to možné, tam uzly slučujeme.

# Příklad konfliktu redukce/redukce



stav	položka	akce	symbol	další stav
5	$CLAUSE \rightarrow V N \bullet . NUM$	shift	$NUM$	8
	$NN \rightarrow N \bullet . N$		$N$	10
	$NUM \rightarrow \bullet . jedna$		<i>jedna</i>	9
	$N \rightarrow \bullet . tramvaj$		<i>tramvaj</i>	7
	$N \rightarrow \bullet . jedna$			
9	$NUM \rightarrow jedna \bullet$	reduce (6)		
	$N \rightarrow jedna \bullet$	reduce (5)		

# Porovnání jednotlivých algoritmů

